

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

Львівський національний університет імені Івана Франка

Механіко-математичний факультет

**Кафедра математичної економіки, економетрії,
фінансової та страхової математики**

Затверджено

на засіданні кафедри математичної
економіки, економетрії, фінансової та
страхової математики
механіко-математичного факультету
Львівського національного університету
імені Івана Франка
(протокол № 12 від 30 серпня 2022 р.)



Завідувач кафедри

Кирилич В. М. проф. Кирилич В. М.

Силабус з навчальної дисципліни

«Теорія оптимального керування»,

що викладається в межах ОПП Математика. Математична економіка та економетрика
першого (бакалаврського) рівня вищої освіти для здобувачів із спеціальності

111 – математика

Назва дисципліни	Теорія оптимального керування
Адреса викладання дисципліни	вул. Університетська, 1, 79-000, м. Львів, Механіко-математичний факультет ЛНУ ім. Івана Франка
Факультет та кафедра, за якою закріплена дисципліна	Механіко-математичний факультет, кафедра математичної економіки, економетрії, фінансової та страхової математики
Галузь знань, шифр та назва спеціальності	11 – математика і статистика; 111 – математика
Викладачі дисципліни	Кирилич Володимир Михайлович, д.ф.-м.н., професор, завідувач кафедри математичної економіки, економетрії, фінансової та страхової математики
Контактна інформація викладачів	Електронна пошта: volodymyr.kyrylych@lnu.edu.ua , веб-сторінка: https://new.mmf.lnu.edu.ua/employee/kyrylych-v-m
Консультації з питань навчання по дисципліні відбуваються	Кафедра математичної економіки, економетрії, фінансової та страхової математики, ауд. 354, в день проведення практичних занять (година за попередньою домовленістю). Он-лайн консультації через Zoom чи MSTeams; для погодження часу слід писати на електронну пошту volodymyr.kyrylych@lnu.edu.ua чи дзвонити
Сторінка дисципліни	https://new.mmf.lnu.edu.ua/
Інформація про дисципліну	Дисципліна «Теорія оптимального керування» є вибірковою дисципліною освітньої програми «Математика. Математична економіка та економетрика» спеціальності 111 – Математика для підготовки бакалавра, яка викладається в 8 семестрі в обсязі 4 кредитів (за Європейською Кредитно-Трансферною Системою ECTS)
Коротка анотація дисципліни	Навчальну дисципліну розроблено так, щоб надати учасникам необхідні знання з теорії оптимального керування, необхідні для того, щоб розв'язувати математичні моделі соціально-економічної динаміки. Тому в дисципліні представлено як огляд концепцій побудови відповідних моделей, так і процесів та інструментів, які потрібні для моделювання та числового розв'язування і аналізу одержаних результатів.
Мета та цілі дисципліни	Метою вивчення вибіркової дисципліни «Теорія оптимального керування» є ознайомлення студентів із завданнями практичних занять для оволодіння сучасними методами розв'язування задач оптимального керування, підходами та інструментами для моделювання соціально-економічних систем, їхнього аналізу, одержання числових результатів та їх верифікація.
Література для вивчення дисципліни	<ol style="list-style-type: none"> 1. Головатий Ю. Д. Диференціальні рівняння: навч. посібник / Ю. Д. Головатий, В. М. Кирилич, С. П. Лавренюк. – Львів: ЛНУ імені Івана Франка, 2011. – 470 с. 2. Моклячук М.П. Варіаційне числення. Екстремальні задачі. Підручник.– К.: Київський університет, 2004.– 384с. 3. Кирилич В. М., Терещук О. В., Флюд В. М. Оптимальне керування соціально-економічними системами в середовищі Matlab. Навч. посібник. – Львів: ЛНУ імені Івана Франка, 2021.– 412с. 4. Lawrence C. Evans. An Introduction to Mathematical Optimal Control Theory. – University of California, Berkeley, 2017. – 300 p. 5. Lewis P., Draguna L., Vrabie L., Vassilis L., Syrmos L. Optimal Control:

	<p>Wiley&Sons, Inc., 2012. – 540 p.</p> <p>6. Sethi S. P., Tomson G. L. Optimal Control Theory. Applications to Management and Economics.– Springer, 2002.– 414p.</p> <p>7. Лаврик В.І. Методи математичного моделювання в екології.– К, 2002.– 203 с.</p>
Обсяг курсу	120 годин. З них: 48 годин аудиторних занять (24 години лекцій і 24 години практичних занять) та 72 год. самостійної роботи.
Очікувані результати навчання	<p>Після завершення цього курсу студент буде:</p> <ul style="list-style-type: none"> – Знати теоретичні аспекти оптимального керування. – Вміти застосовувати основні методи оптимального керування для розв'язування конкретних математичних моделей економічного та соціального характеру. <p>Курс забезпечує набуття таких компетентностей та програмних результатів навчання: ЗК1, ЗК2, ЗК4, ЗК5, ЗК8, СК1, СК4, СК5, СК8, СК9, СК10, РН1, РН2, РН9, РН11, РН14, РН15, РН16, РН17, РН18, РН20.</p>
Ключові слова	Оптимальне керування, рівняння Ейлера, принцип максимуму Понтрягіна, математична модель, динамічне програмування, рівняння Беллмана, функція Беллмана
Формат курсу	Очний
	Проведення лекцій, лабораторних робіт та консультації для кращого розуміння тем
Теми	<ol style="list-style-type: none"> 1. Задачі, що приводять до оптимального керування. 2. Поняття функціоналу. 3. Функціональні простори. 4. Варіація функціоналу. 5. Необхідна умова екстремуму функціоналу. Рівняння Ейлера 6. Функціонали, що залежать від похідних вищого порядку. 7. Функціонали від декількох функцій. 8. Функціонали, залежні від декількох змінних. 9. Умовний екстремум функціоналу із інтегральними та іншими в'язями. 10. Задачі варіаційного числення із рухомими кінцями. Умови трансверсальності. 11. Друга варіація функціоналу. Достатні умови екстремуму. 12. Рівняння Якобі. 13. Принцип максимуму Понтрягіна. 14. Рівняння Беллмана. 15. Достатні умови оптимальності. 16. Оптимальне керування однопродуктовою макроекономічною моделлю. 17. Модель оптимального керування економічним зростанням. 18. Модель боротьби із забрудненням. 19. Поширення забруднення води. 20. Математичні моделі біологічних співтовариств.
Підсумковий контроль, форма	Залік в кінці семестра Залік – письмовий
Пререквізити	Для вивчення курсу студенти потребують базових знань з математичного аналізу, лінійної алгебри, диференціальних рівнянь тощо, достатніх для сприйняття категоріального апарату оптимального керування, розуміння джерел чисельних методів розв'язування практичних задач.
Навчальні методи та техніки, які будуть	Презентації, лекції, дискусії.

використовуватися під час викладання курсу	
Необхідне обладнання	використання програмного забезпечення і операційних систем, комп'ютерне обладнання.
Критерії оцінювання (окремо для кожного виду навчальної діяльності)	<p>Оцінювання проводиться за 100-бальною шкалою. Бали нараховуються за наступним співвідношенням:</p> <ul style="list-style-type: none"> • практичні/самостійні тощо: 25% семестрової оцінки: максимальна кількість балів 25; • контрольні заміри (модулі): 25% семестрової оцінки: максимальна кількість балів 25; • залік: 50% семестрової оцінки: максимальна кількість балів 50. <p>Загалом – 100 балів.</p> <p>Письмові роботи: Очікується, що студенти виконають декілька видів письмових робіт.</p> <p>Академічна доброчесність: Очікується, що роботи студентів будуть їхніми оригінальними дослідженнями чи міркуваннями. Відсутність посилань на використані джерела, фабрикування джерел, списування, втручання в роботу інших студентів становлять, але не обмежують, приклади можливої академічної недоброчесності. Виявлення ознак академічної недоброчесності в письмовій роботі студента є підставою для її незарахування викладачем, незалежно від масштабів плагіату чи обману.</p> <p>Відвідання занять є важливою складовою навчання. Очікується, що всі студенти відвідають усі лекції і практичні заняття курсу. Студенти зобов'язані дотримуватися усіх строків, визначених для виконання усіх видів письмових робіт, передбачених курсом.</p> <p>Література. Уся література, яку студенти не зможуть знайти самостійно, буде надана викладачем виключно в освітніх цілях без права її передачі третім особам. Студенти заохочуються до використання також й іншої літератури та джерел, яких немає серед рекомендованих.</p> <p>Політика виставлення балів. Враховуються бали, набрані на поточному тестуванні, самостійній роботі та бали підсумкового тестування. При цьому обов'язково враховуються присутність на заніттях та активність студента під час практичного заняття; недопустимість пропусків та запізнь на заняття; користування мобільним телефоном, планшетом чи іншими мобільними пристроями під час заняття в цілях, не пов'язаних з навчанням; списування та плагіат; несвочасне виконання поставленого завдання і т. ін.</p> <p>Жодні форми порушення академічної доброчесності не толеруються.</p>
Питання до заліку (чи питання до контрольної роботи)	<p>Теорія оптимального керування</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Деякі необхідні відомості з теорії диференціальних рівнянь та функціонального аналізу. 2. Задачі, що приводять до варіаційного числення. 3. Поняття функціоналу та задачі оптимізації. 4. Функціональні простори. 5. Модель Солоу як приклад застосування диференціальних рівнянь до моделювання економічних процесів. 6. Варіація функціоналу. 7. Необхідна умова екстремуму функціоналу. Рівняння Ейлера 8. Умовний екстремум функціоналу із інтегральними та іншими зв'язями.

	<p>9. Задачі варіаційного числення із рухомими кінцями. Умови трансверсальності.</p> <p>10. Принцип максимуму Понтрягіна. Функція Гамільтона.</p> <p>11. Економічна інтерпретація принципу максимуму.</p> <p>12. Рівняння Беллмана.</p> <p>13. Оптимальне керування однопродуктовою макроекономічною моделлю.</p> <p>14. Модель оптимального керування економічним зростанням.</p> <p>15. Модель боротьби із забрудненням.</p> <p>16. Модель поширення забруднення води.</p> <p>17. Математичні моделі біологічних співтовариств.</p> <p>18. Застосування теорії оптимального керування в маркетингу.</p> <p>19. Оптимальне керування в теорії біопопуляції.</p> <p>Література.</p> <p>1. Кирилич В. М., Терещук О. В., Флюд В. М. Оптимальне керування соціально-економічними системами в середовищі Matlab. Навч. посібник. – Львів: ЛНУ імені Івана Франка, 2021.– 412с.</p> <p>2. Дерев'янюк Т., Кирилич В., Мільченко О. Задачі оптимального керування гіперболічними системами / Т. Дерев'янюк, В. Кирилич, О. Мільченко.– Globe Edit. Chisinau, 2021.–142с.</p> <p>3. Моклячук М.П. Варіаційне числення. Екстремальні задачі. Підручник.– К.: Київський університет, 2004.– 384с.</p> <p>4. Lewis P., Draguna L., Vrabie L., Vassilis L., Syrmos L. Optimal Control: Willey&Sons, Inc., 2012. – 540 p.</p> <p>5. Лаврик В. І. Методи математичного моделювання в екології.– К, 2002.– 203 с.</p> <p>6. Lawrence C. Evans. An Introduction to Mathematical Optimal Control Theory. – University of California, Berkeley, 2017. – 300 p.</p> <p>7. Sethi S. P., Tomson G. L. Optimal Control Theory. Applications to Manageent and Economics.– Springer, 2002.– 414p.</p> <p>8. Hritonenko N., Yatsenko Yu. Mathematical Modeling in Economics, Ecology and the Environment: Springer, 2013.– 296p.</p> <p>9. Lachowicz M.-A. Teoria Sternowania.– UW: Warszawa, 2012.– 88p. http://www.mimuw.edu.pl/~lahowic</p>
Опитування	Анкет-оцінку з метою оцінювання якості курсу буде надано по завершенні курсу.

Схема курсу

Тиж.	Тема, план, короткі тези	Форма діяльності (заняття)* *лекція, самостійна, дискусія, групова робота	Література, *** Ресурси в інтернеті	Завдання, год.	Термін виконання
1	Деякі необхідні відомості з теорії диференціальних рівнянь та функціонального аналізу	лекція, практична	Кирилич В. М., Терещук О. В., Флюд В. М.	Опрацювати питання лекції, прак-	

			Оптимальне керування соціально-економічними системами в середовищі Matlab. Навч. посібник. – Львів: ЛНУ імені Івана Франка, 2021.– 412с.	тичної, 4 год	
2	Поняття функціоналу та задачі оптимізації. Функціональні простори	лекція, практична		Опрацювати питання лекції, практичної, 4 год	
3	Модель Солоу як приклад застосування диференціальних рівнянь до моделювання економічних процесів.	лекція, практична		Опрацювати питання лекції, практичної, 4 год	
4	Варіація функціоналу. Необхідна умова екстремуму функціоналу. Рівняння Ейлера	лекція, практична		Опрацювати питання лекції, практичної, 4 год	
5	Формулювання задач оптимального керування	лекція, практична	Моклячук М.П. Варіаційне числення.	Опрацювати питання лекції, практичної, 4 год	
6	Принцип максимуму Понтрягіна. Функція Гамільтона. Економічна інтерпретація принципу максимуму	лекція, практична	Екстремальні задачі. Підручник.– К.: Київський університет, 2004.– 384с.	Опрацювати питання лекції, практичної, 4 год	
7	Динамічне програмування. Функція Беллмана та рівняння Беллмана.	лекція, практична	Lachowicz M.-A. Teoria Sternowania.– UW: Warszawa, 2012.– 88s. http://www.mim.uw.edu.pl/~lahowic	Опрацювати питання лекції, практичної, 4 год	
8	Оптимальне керування однопродуктовою макроекономічною моделлю. Модель оптимального керування економічним зростанням	лекція, практична		Опрацювати питання лекції, практичної, 4 год	
9	Еколого-економічна задача оптимального керування. Моделювання технологічних змін. Модель боротьби із забрудненням	лекція, практична		Опрацювати питання лекції, практичної, 4 год	
10	Оптимізація впливу податків на економічну систему. Застосування оптимального керування до трудових ресурсів	лекція, практична		Опрацювати питання лекції, практичної, 4 год	
11	Задача оподаткування на моделі “затрати-випуск”. Застосування оптимального керування в маркетингу	лекція, практична		Опрацювати питання лекції, практичної, 4 год	
12	Оптимальне керування в теорії біопопуляції.	лекція, практична		Опрацювати питання лекції, практичної, 4 год	