

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
Львівський національний університет імені Івана Франка

ПРОГРАМА
навчальної дисципліни
“ВИЩА МАТЕМАТИКА”

підготовки бакалаврів
галузі знань
15 “Автоматизація та приладобудування”
напряму підготовки
153 “Мікро- та наносистемна техніка”

1. ВСТУП

Предметом вивчення навчальної дисципліни “Вища математика” є основи лінійної алгебри та аналітичної геометрії, математичні поняття та методи диференціального та інтегрального числення функцій однієї змінної, диференціального числення функцій багатьох змінних, теорії рядів та диференціальних рівнянь.

Міждисциплінарні зв'язки: для вивчення дисципліни необхідні знання з елементарної математики. Знання, отримані під час вивчення дисципліни, будуть використовуватися при вивченні наступних дисциплін: загальна фізика, теорія ймовірностей та математична статистика, дискретна математика, чисельні методи, математичні методи дослідження операцій, теорія прийняття рішень, моделювання систем, теорія управління, системний аналіз.

Програма навчальної дисципліни складається з таких змістових модулів:

МОДУЛЬ 1

Змістовий модуль 1. Основи лінійної алгебри та аналітичної геометрії

Змістовий модуль 2. Функції однієї змінної

Змістовий модуль 3. Функції багатьох змінних

МОДУЛЬ 2

Змістовий модуль 4. Інтегральне числення функції однієї змінної

Змістовий модуль 5. Диференціальні рівняння

Змістовий модуль 6. Числові та функціональні ряди

1. Мета та завдання навчальної дисципліни

1.1. **Метою** викладання навчальної дисципліни “Вища математика” є засвоєння студентами теорії, вміння застосовувати її до розв'язування задач, набуття практичних навиків у використанні математичної літератури і довідників, набуття навиків у вмінні втілювати у математичну форму конкретні задачі, доведення задачі до практично прийняттого вигляду – числа або графіка.

1.2. **Основними завданнями** вивчення дисципліни “Вища математика” є допомога студентам у засвоєнні основ математичного апарату, необхідного для розв'язування теоретичних і практичних задач електроніки та фізики; вироблення навиків математичного дослідження прикладних задач, зокрема, побудови математичних моделей фізичних процесів та їх аналізу при допомозі математичних методів; прищеплення студентам уміння самостійно вивчати літературу з математики та її прикладних питань.

1.3. Згідно з вимогами освітньо-професійної програми студенти повинні:

знати

- поняття та методи математичної логіки;
- поняття та методи лінійної алгебри;
- поняття та методи векторної алгебри;
- поняття та методи аналітичної геометрії;
- поняття та методи диференціального та інтегрального числення функцій однієї змінної;
- поняття та методи диференціального числення функцій багатьох змінних;
- поняття та методи розв'язування звичайних диференціальних рівнянь;
- поняття та методи дослідження числових і функціональних рядів, рядів Фур'є;

вміти:

- обчислювати визначники 2-ого, 3-ого та вищих порядків;
- обчислювати суму, добуток матриць, відшукувати обернену матрицю та розв'язувати матричні рівняння;
- здійснювати лінійні операції на векторах, відшукувати скалярний, векторний, мішаний та подвійний векторний добуток векторів;
- розв'язувати задачі аналітичної геометрії на площині та у просторі;
- обчислювати границі послідовностей та функцій, похідні функцій однієї та багатьох змінних, невизначені, визначені та невластні інтеграли;
- розв'язувати диференціальні рівняння першого порядку (з відокремлюваними змінними, однорідні, лінійні, в повних диференціалах та звідні до них), диференціальні рівняння вищих порядків, що допускають пониження порядку; лінійні диференціальні рівняння вищих

- порядків зі сталими коефіцієнтами;
- досліджувати збіжність числових рядів, розкласти функції в степеневі та тригонометричні ряди;
- застосовувати математичний апарат при розв'язанні інженерних задач;
- визначати межу можливих застосувань математичних методів.

На вивчення навчальної дисципліни відводиться **330** годин (**11** кредитів ЄКТС), з них аудиторних – **160** год.: 80 год. – лекції, 80 год. – практичні; самостійна робота – **170** год.

2. ІНФОРМАЦІЙНИЙ ОБСЯГ НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Змістовий модуль 1. Основи лінійної алгебри та аналітичної геометрії

Матриці та дії з ними

Основні поняття про матриці. Види матриць: квадратна, діагональна, одинична, нульова, симетрична, кососиметрична, транспонована. Лінійні операції над матрицями. Множення матриць.

Визначники, їхні властивості, способи обчислення

Поняття визначника 2-го порядку та його властивості. Поняття визначника 3-го порядку та методи його обчислення. Розв'язування систем лінійних рівнянь методом Крамера. Поняття визначника n -го порядку. Властивості визначника n -го порядку та їх використання для спрощення його обчислення.

Обернена матриця. Ранг матриці. Елементарні перетворення матриці

Обернена матриця. Матричні рівняння. Елементарні перетворення матриці. Ранг матриці та його основні властивості.

Система лінійних рівнянь

Поняття системи рівнянь і запис її у матричному вигляді. Розв'язування системи рівнянь методом оберненої матриці. Поняття системи m рівнянь з n невідомими та запис її у матричній формі. Метод послідовного виключення невідомих (метод Гаусса). Критерії сумісності та визначеності систем лінійних рівнянь. Умови нетривіальної сумісності однорідної системи лінійних рівнянь. Фундаментальна система розв'язків. Загальний розв'язок однорідної системи лінійних рівнянь. Зв'язок між розв'язками неоднорідної та зведеної однорідної системи лінійних рівнянь.

Вектори на площині і у просторі та дії з ними

Поняття вектора на площині і у просторі. Лінійні операції над векторами. Лінійна залежність системи векторів. Поняття базису. Афінні координати. Проекція вектора на вісь. Прямокутна декартова система координат у просторі. Скалярний, векторний, мішаний та подвійний векторний добутки векторів. Перетворення координат на площині. Полярна система координат на площині. Циліндрична та сферична системи координат у просторі.

Основи аналітичної геометрії на площині

Лінії на площині та їх рівняння. Пряма на площині. Загальне рівняння прямої. Рівняння прямої “у відрізках” на осях. Канонічне і параметричне рівняння прямої. Рівняння прямої, що проходить через дві точки. Рівняння прямої з кутовим коефіцієнтом. Кут між прямими. Умови паралельності і перпендикулярності прямих. Нормальне рівняння прямої. Відстань від точки до прямої. Еліпс. Гіпербола. Директриси еліпса і гіперболи. Парабола. Рівняння ліній другого порядку у полярній системі координат. Загальне рівняння лінії другого порядку.

Основи аналітичної геометрії у просторі

Поверхні та їхні рівняння у просторі. Просторові лінії та їхні рівняння. Класифікація поверхонь та ліній. Загальне рівняння площини. Рівняння площини “у відрізках” на осях. Рівняння площини, що проходить через три точки. Кут між двома площинами. Умови паралельності і перпендикулярності площин. Нормальне рівняння площини. Відстань від точки до площини. Загальне рівняння прямої у просторі. Канонічне і параметричне рівняння прямої у просторі. Рівняння прямої, що проходить через дві точки. Кут між прямими. Умови паралельності і перпендикулярності прямих. Умови розташування двох прямих в одній площині. Відстань від точки до прямої. Рівняння пучка площин. Площина і пряма у просторі. Кут між прямою і площиною. Перетин прямої і площини. Циліндричні поверхні. Поверхні обертання. Еліпсоїд. Однопорожнинний та двопорожнинний гіперболоїд. Еліптичний параболоїд. Конус.

Власні числа і власні вектори матриці. Квадратичні форми

Поняття власного числа і власного вектора матриці. Знаходження власних чисел і власних векторів матриці. Поняття квадратичної форми та її канонічного вигляду. Методи зведення квадратичної форми до канонічного вигляду. Умови додатної визначеності квадратичної форми.

Змістовий модуль 2. Функції однієї змінної

Числові множини

Поняття множини як первісного поняття математики. Операції над множинами. Поняття функції однієї та багатьох змінних, область визначення та область значень функції, способи задання функції. Аксиоматика множини дійсних чисел. Числові множини. Абсолютне значення дійсного числа, його властивості та геометричний зміст. Межі числових множин. Множина комплексних чисел. Дії з комплексними числами в алгебраїчній формі. Модуль, аргумент і тригонометрична форма комплексного числа. Дії з комплексними числами у тригонометричній формі. Геометрична інтерпретація комплексного числа. Формула Муавра та корінь n -го степеня з комплексного числа. Геометричне розміщення коренів з комплексного числа на площині.

Числові послідовності

Поняття функції однієї змінної. Поняття неявної функції, оберненої та складеної функцій. Основні властивості функції: парність, монотонність, обмеженість, періодичність. Основні елементарні функції та їхні графіки. Перетворення графіків елементарних функцій. Класифікація функцій.

Границя числової послідовності

Поняття числової послідовності як функції натурального аргументу. Обмежені та необмежені послідовності. Збіжні послідовності. Властивості збіжних послідовностей. Граничний перехід в нерівностях. Граничний перехід і арифметичні операції. Поняття нескінченно малої та великої послідовності. Властивості нескінченно малих та нескінченно великих послідовностей. Монотонні послідовності. Число e .

Границя функції однієї змінної. Властивості границь

Поняття границі функції. Односторонні границі. Теореми про границі функцій. Дві визначні границі. Нескінченно малі та нескінченно великі функції. Порівняння нескінченно малих та нескінченно великих функцій.

Неперервність функції однієї змінної

Поняття неперервності функції в точці і на проміжку. Приріст функції і друге визначення неперервності функції. Операції над неперервними функціями. Неперервність оберненої та складеної функцій. Одностороння неперервність. Точки розриву функції та їх класифікація.

Неперервність елементарних функцій. Основні властивості неперервних функцій. Поняття рівномірної неперервності функції.

Похідна функції, її практичний зміст і правила диференціювання

Поняття похідної функції. Геометричний та фізичний зміст похідної функції. Права та ліва похідні. Поняття диференційовності функції. Зв'язок між диференційовністю і неперервністю функції. Похідна алгебраїчної суми, добутку та частки функцій. Правило диференціювання складеної, оберненої та неявної функцій. Похідні елементарних функцій. Поняття диференціалу функції. Наближені обчислення за допомогою диференціалу.

Похідні та диференціали вищих порядків

Похідні та диференціали вищих порядків. Формула Лейбніца. Інваріантність форми диференціалу першого порядку. Похідна параметрично заданої функції.

Основні теореми диференціального числення. Правило Лопітала. Формули Тейлора та Маклорена

Основні теореми диференціального числення: теореми Ферма, Ролля, Лагранжа та Коші. Розкриття невизначеностей. Правило Лопітала. Формули Тейлора та Маклорена. Розклад елементарних функцій за формулою Маклорена.

Застосування диференціального числення до дослідження функцій

Умови монотонності функції однієї змінної. Поняття локального екстремуму функції та необхідна умова локального екстремуму. Достатня умова екстремуму функції. Найбільше і найменше значення функції на проміжку. Опуклість кривих. Точки перегину графіка функції. Необхідна та достатня умови існування точки перегину графіка функції. Асимптоти графіка функції та їх знаходження. Загальна схема дослідження функції і побудова її графіка

Змістовий модуль 3. Функції багатьох змінних

Поняття функції багатьох змінних, її границя та неперервність

Поняття функції багатьох змінних. Область визначення, область значень та графічне зображення функції багатьох змінних. Границя функції багатьох змінних. Неперервність функції багатьох змінних. Основні властивості функції багатьох змінних.

Частинні похідні і диференційовність функції багатьох змінних. Похідні складених та неявних функцій багатьох змінних. Повний диференціал функції багатьох змінних

Частковий і повний прирости функції багатьох змінних. Частинні похідні функції багатьох змінних. Необхідні умови диференційовності функції багатьох змінних. Достатні умови диференційовності функції багатьох змінних. Похідні складених функцій багатьох змінних. Похідна неявної функції багатьох змінних. Повний диференціал функції та його геометричний зміст. Застосування повного диференціалу функції до наближених обчислень. Похідна за напрямом та градієнт функції багатьох змінних.

Частинні похідні вищих порядків функцій багатьох змінних. Формула Тейлора для функції багатьох змінних

Частинні похідні та диференціали вищих порядків функції багатьох змінних. Формула Тейлора для функції багатьох змінних.

Екстремум функції багатьох змінних

Поняття локального екстремуму функції багатьох змінних. Необхідна умова екстремуму функції багатьох змінних. Достатні умови екстремуму функції багатьох змінних. Умовний

екстремум функції багатьох змінних. Найбільше і найменше значення функції багатьох змінних.

Змістовий модуль 4. Інтегральне числення функції однієї змінної

Невизначений інтеграл, його властивості і методи обчислення

Поняття первісної функції та невизначеного інтеграла. Основні властивості невизначеного інтеграла. Таблиця основних невизначених інтегралів.

Методи обчислення невизначеного інтеграла: метод підстановки, метод інтегрування частинами. Інтегрування дробово-раціональних функцій. Інтегрування ірраціональних функцій. Інтегрування трансцендентних функцій.

Визначений інтеграл, його властивості, обчислення

Задачі, які призводять до поняття визначеного інтеграла. Поняття інтегральної суми і визначеного інтеграла. Геометричний зміст визначеного інтеграла. Необхідна умова існування визначеного інтеграла. Нижня і верхня суми Дарбу. Критерій інтегрованості функції на відрізку. Інтегрування неперервних та деяких розривних функцій. Основні властивості визначеного інтеграла. Визначений інтеграл зі змінною верхньою межею інтегрування. Формула Ньютона-Лейбніца обчислення визначеного інтеграла. Методи обчислення визначеного інтеграла: метод підстановки; формула інтегрування частинами.

Невласні інтеграли

Невласні інтеграли по нескінченному проміжку інтегрування. Невласні інтеграли від необмежених функцій. Ознака порівняння збіжності невластних інтегралів.

Застосування визначених та невластних інтегралів

Застосування визначеного інтеграла. Обчислення площі криволінійної трапеції. Обчислення площі криволінійного сектора. Обчислення довжини дуги кривої. Обчислення об'ємів тіл обертання. Обчислення площі поверхні обертання.

Змістовий модуль 5. Диференціальні рівняння

Диференціальні рівняння першого порядку

Поняття диференціального рівняння та його розв'язку. Класифікація диференціальних рівнянь. Диференціальні рівняння першого порядку, що інтегруються у квадратурах: диференціальні рівняння з відокремлюваними змінними, диференціальні рівняння першого порядку, що зводяться до рівнянь з відокремлюваними змінними: однорідні, узагальнено однорідні. Лінійні диференціальні рівняння першого порядку. Диференціальні рівняння 1-го порядку, що зводяться до лінійних. Диференціальні рівняння в повних диференціалах. Інтегруючий множник. Задача Коші для диференціального рівняння 1-го порядку, теорема існування і єдиності розв'язку задачі Коші.

Диференціальні рівняння вищих порядків

Поняття диференціального рівняння вищих порядків. Задача Коші для диференціального рівняння вищого порядку, теорема існування і єдиності розв'язку цієї задачі. Диференціальні рівняння вищих порядків, що допускають пониження порядку.

Лінійні диференціальні рівняння n -го порядку зі змінними коефіцієнтами

Лінійні однорідні диференціальні рівняння n -го порядку: загальний і частковий розв'язки рівняння. Структура загального розв'язку лінійного однорідного диференціального рівняння n -го порядку. Лінійні неоднорідні диференціальні рівняння n -го порядку. Знаходження часткового розв'язку лінійного неоднорідного рівняння методом варіації сталої.

Лінійні диференціальні рівняння n -го порядку зі сталими коефіцієнтами

Лінійні однорідні диференціальні рівняння n -го порядку зі сталими коефіцієнтами: структура загального розв'язку. Структура загального розв'язку лінійного неоднорідного диференціального рівняння n -го порядку. Знаходження часткового розв'язку лінійного неоднорідного диференціального рівняння n -го порядку методом варіації сталих. Знаходження часткового розв'язку лінійного неоднорідного диференціального рівняння n -го порядку методом невизначених коефіцієнтів.

Змістовий модуль 6. Числові та функціональні ряди

Числові ряди та їх збіжність

Поняття числового ряду та його суми. Збіжні числові ряди. Властивості збіжних числових рядів. Необхідна умова збіжності числового ряду. Ряди з невід'ємними членами. Ознаки збіжності числових рядів з невід'ємними членами: ознака порівняння, ознака Даламбера, ознака Коші, інтеграла ознака. Поняття знакопозначеного ряду. Ознака Лейбніца збіжності знакопозначеного ряду. Поняття знакозмінного ряду. Абсолютна та умовна збіжність знакозмінного ряду. Властивості абсолютно та умовно збіжних рядів.

Степеневі ряди

Поняття степеневих рядів. Теорема Абеля. Радіус та інтервал збіжності степеневих рядів. Властивості степеневих рядів. Ряди Маклорена і Тейлора. Розклад елементарних функцій у степеневі ряди.

Ряди Фур'є

Тригонометричний ряд та його основні властивості. Ряд Фур'є 2π -періодичної функції. Збіжність ряду Фур'є. Ряди Фур'є парних і непарних функцій. Ряд Фур'є $2l$ -періодичної функції. Ряд Фур'є неперіодичної функції.

3. РЕКОМЕНДОВАНА ЛІТЕРАТУРА

1. Копитко, О.Я. Мильо, Ж.Я. Цаповська. Вища математика. Елементи лінійної алгебри і аналітичної геометрії. Тексти лекцій. – Львів: Видавничий центр ЛНУ імені Івана Франка, 2011. – 301 с.
2. Б. М. Тріщ. Основи вищої математики: Навч. пос. – Львів: Видавничий центр ЛНУ імені Івана Франка, 2006. – 388 с.
3. Б.В.Ковальчук, Б.М. Тріщ. Основи аналітичної геометрії та лінійної алгебри. Львів. Видавничий центр ЛНУ імені Івана Франка. 2002. – 280 с.
4. Ковальчук Б.В., Шіпка Й.Г. Основи математичного аналізу. Частина 1. Львів. Видавничий центр ЛНУ імені Івана Франка. 2010. – 374 с.
5. Ковальчук Б.В., Шіпка Й.Г. Основи математичного аналізу. Частина 2. Львів. Видавничий центр ЛНУ імені Івана Франка. 2010. – 418 с.
6. Б.М. Тріщ. Аналітична геометрія і лінійна алгебра. Курс лекцій. – Львів: Видавничий центр ЛНУ імені Івана Франка, 2004. – 243 с.
7. В.В. Бабенко, А.Г. Зіневич, С.М. Кічура, Б.М. Тріщ, Ж.Я. Цаповська. Збірник задач з вищої математики. – Львів: Видавничий центр ЛНУ імені Івана Франка, 2005. – 256 с.
8. Ф.І. Гудименко, А.І. Павлюк, В.О. Волкова. Збірник задач з диференціальних рівнянь. К.: “Вища школа”, 1972. – 156 с.
9. Б.В.Ковальчук, Й.Г. Шіпка. Математичний аналіз. Ч. 1. Львів. Видавничий центр ЛНУ імені Івана Франка. 2002. – 270 с.
10. Б.В.Ковальчук, Й.Г. Шіпка. Математичний аналіз. Ч. 2. Львів. Видавничий центр ЛНУ імені Івана Франка. 2004. 280 с.
11. Б.В.Ковальчук, Й.Г. Шіпка. Математичний аналіз. Ч. 3. Львів. Видавничий центр ЛНУ імені Івана Франка. 2006. 270 с.
12. Шкіль М.І., Колесник Т.В., Котлова В.М. Вища математика: Елементи аналітичної геометрії. Диференціальне та інтегральне числення функції однієї змінної. К. – 1984.
13. Лісевич Л.М., Бабенко В.В., Бокало М.М., Тріщ Б.М. Математичний аналіз у задачах і вправах: частина I (Вступ в аналіз. Диференціальне числення функції однієї змінної), Київ, 1993.
14. Лісевич Л.М., Бабенко В.В., Бокало М.М., Тріщ Б.М. Математичний аналіз у задачах і вправах: частина II (Інтегральне числення функції однієї змінної. Числові та функціональні ряди), Київ, 1993.
15. Лісевич Л.М., Бабенко В.В., Бокало М.М., Тріщ Б.М. Математичний аналіз у задачах і вправах: частина III (Диференціальне числення функцій багатьох змінних), Київ, 2001.
16. М.О. Давидов. Курс математичного аналізу. Т. 1. – Київ: “Вища школа”, 1990. – 380 с.
17. М.О. Давидов. Курс математичного аналізу. Т. 2. – Київ: “Вища школа”, 1991. – 365 с.
18. О.Я. Мильо, Ж.Я. Цаповська. Методичні рекомендації, приклади та індивідуальні завдання до вивчення розділу вищої математики “Диференціальне числення функції однієї змінної” для студентів факультету електроніки. – Видавничий центр ЛНУ імені Івана Франка, 2011. – 62 с.
19. Мильо О.Я., Цаповська Ж.Я. Методичні рекомендації, приклади та завдання для самостійної роботи до вивчення розділу вищої математики “Диференціальні рівняння” для студентів факультету електроніки. – Видавничий центр ЛНУ імені Івана Франка, 2013. – 54 с.
20. Зеліско Г.В., Цаповська Ж.Я. Тестові завдання для самоконтролю по темах “Лінійна алгебра та аналітична геометрія” для студентів фізичного факультету та факультету електроніки. – Видавничий центр ЛНУ імені Івана Франка, 2014. – 62 с.

ФОРМА ПІДСУМКОВОГО КОНТРОЛЮ УСПІШНОСТІ НАВЧАННЯ

Підсумкову оцінку якості засвоєння навчальної програми з дисципліни “Вища математика” визначають за результатами іспиту, порядок проведення якого встановлює робоча навчальна програма.

2. ЗАСОБИ ДІАГНОСТИКИ УСПІШНОСТІ НАВЧАННЯ

Оцінювання знань студентів з дисципліни “Вища математика” здійснюється за рейтинговою системою, яка є основою кредитно-модульного процесу навчання.

Бально-рейтингова система оцінювання знань студентів складається з таких головних складових:

І семестр

Загальна кількість годин – 240, з них: лекцій – 48, практичних занять – 48, самостійна робота – 84.

Курс поділяється на 3 змістові модулі, разом це складає 1 модуль, оцінений у 50 балів.

№ з/п	Модуль	Види контролю	К-сть видів	Максимальний бал
1.	Лінійна алгебра та аналітична геометрія	Колоквіум	1	5
		Контрольна робота	1	20
2.	Диференціальне числення функції однієї змінної	Колоквіум	1	5
		Контрольна робота	1	20
3.	Диференціальне числення функції багатьох змінних			

Рейтингова оцінка контролю знань студентів (у балах)

№ з/п	Види контролю	К-сть видів	Сума балів
1.	Колоквіум	2	10
2.	Контрольне опитування	2	40
Загальна сума балів			50

II семестр

Загальна кількість годин – 180, з них: лекцій – 32, практичних занять – 32, самостійна робота – 86.

Курс поділяється на 3 змістові модулі, разом це складає 1 модуль, оцінений у 50 балів.

№ з/п	Модуль	Види контролю	К-сть видів	Максимальний бал
1.	Інтегральне числення функції однієї змінної	Контрольна робота	1	20
2.	Диференціальні рівняння	Колоквіум	1	10
3.	Числові та функціональні ряди	Контрольна робота	1	20

Рейтингова оцінка контролю знань студентів (у балах)

№ з/п	Види контролю	К-сть видів	Сума балів
1.	Колоквіум	1	10
2.	Контрольна робота	2	40
Загальна сума балів			50

Примітка 1. За пропущені контрольні або колоквіуми без поважних причин студентів виставляється 0 балів.

Примітка 2. Для одержання допуску до іспиту студент повинен набрати не менше 26 балів.

Студент обов'язково складає іспит, де він максимально може набрати 50 балів. Отримані на іспиті бали додаються до балів, набраних студентом під час семестру, і оцінка за іспит ставиться згідно з приведеною нижче таблицею оцінювання знань.

Таблиця оцінювання знань

Бали	Оцінка
90-100	відмінно
81-89	дуже добре
71-79	добре
61-69	задовільно
51-59	достатньо
< 50	незадовільно