

Спеціальність: "Статистика"

Навчальний предмет: Державний іспит зі спеціальності "Статистика"

ЕКЗАМЕНАЦІЙНИЙ БІЛЕТ № 8

Вказівки: Розв'яжіть завдання і в дужках (.....) запишіть відповіді десятковим дробом. У випадку кількох вірних відповідей запишіть номери правильних варіантів у порядку зростання без розділових знаків. Ваші відповіді також запишіть у відповідних клітинках талону відповідей. Виправлення відповідей у завданні та в талоні не допускається.

1.(.....)

Змішали 40% розчин солі із 12% і одержали 560 г 18% розчину. Скільки грамів 12% розчину було взято?

2.(.....)

Знайти центр поверхні  $4x^2 + 2y^2 + 12z^2 - 4xy + 8yz + 12xz + 14x - 10y + 7 = 0$ . У відповідь записати суму координат центра.

3.(.....)

Обчислити границю послідовності  $x_n = (1 + \ln(n^5 + 4)) / (n^2 + \ln n)$ .

4.(.....)

При якому найбільшому значенні параметра  $a$  функція  $y = x^3 - 3a x$  монотонно зростатиме?

5.(.....)

Обчислити  $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 3x^2 - 13x + 15}{x^2 + 2x - 3}$ .

6.(.....)

Знайти кількість точок на проміжку  $[-10; 10]$ , у яких похідна функції  $y = \sin^2(x/2)$  рівна нулю.

7.(.....)

Розкласти функцію  $f(x) = 3x \sin(x^2) = \sum_{n=0}^{+\infty} a_n x^n$  у ряд Маклорена. У відповідь записати  $a_{11}$ .

8.(.....)

Обчислити криволінійний інтеграл  $\int_C xdx + ydy + (x + y - 1)dz$ , де  $C$  – відрізок, що з'єднує точки  $A(1,1,1)$  і  $B(2,3,4)$ .

9.(.....)

Лінійний оператор  $\varphi$  в деякій ортонормованій базі задається матрицею  $A = \begin{pmatrix} 1 & -2 & 2 \\ -2 & 0 & 0 \\ 2 & 0 & 2 \end{pmatrix}$ .

Знайти добуток елементів спектру оператора  $\varphi$ .

10.(.....)

Якщо  $c = (c_1; 1; 2; c_4; 3)$  - розв'язок заданої системи лінійних рівнянь, то знайдіть всі  $c_i$  і у поле

відповідей запишіть їх суму, тобто  $\sum_{i=1}^5 c_i$  :

$$\begin{cases} 2x_1 + x_2 - x_3 - x_4 + x_5 = 0, \\ x_1 - x_2 + x_3 + x_4 - 2x_5 = 0, \\ 3x_1 + 3x_2 - 3x_3 - 3x_4 + 4x_5 = 0, \\ 4x_1 + 5x_2 - 5x_3 - 5x_4 + 7x_5 = 0. \end{cases}$$

11.(.....)

Скільки існує різних пар неперетинних триелементних підмножин у десятиелементній множині?

12.(.....)

Побудуйте квадратний тричлен  $f(x) = ax^2 + bx + c$ , який задовольняє такі умови  $f(1+3i) = 37-9i$ ,  $f(1-3i) = 37+9i$ ,  $f(4) = 10$ . У поле відповідей запишіть максимальне значення модуля коренів  $f(x)$ .

13.(.....)

При якому  $k$  всі розв'язки рівняння  $x^2 y'' - kxy' + ky = 0$  ( $x > 0$ ) є обмеженими функціями в околі

$x = 0$ ? Варіанти відповідей:

- 1)  $k = 2$ ;
- 2)  $k = -1$ ;
- 3)  $k = -3$ .

14.(.....)

Знайти розв'язок  $y = y(x)$  задачі Коші  $y'' - y' - 6y = -12x$ ,  $y(0) = -\frac{1}{3}$ ,  $y'(0) = 2$ .

У відповідь записати значення  $y\left(\frac{2}{3}\right)$ .

15.(.....)

Знайти розв'язок  $u = u(x, t)$  мішаної задачі

$$u_{tt} = 4u_{xx}, \quad u(x, 0) = 4 \sin\left(\frac{x}{2}\right), \quad u_t(x, 0) = 0, \quad u(0, t) = u_x(\pi, t) = 0.$$

У відповідь записати значення  $u(\pi, 3\pi)$ .

16.(.....)

Обчислити  $\arg(\sin(\pi/7) + i \cos(\pi/7))^5$

- 1)  $5\pi/7$ ;
- 2)  $-5\pi/7$ ;
- 3)  $-3\pi/14$ ;
- 4)  $2\pi/7$ ;
- 5) інша відповідь.

17.(.....)

Знайти норму лінійного обмеженого функціонала  $F$ , заданого на просторі  $C[0,1]$  формулою

$$F(x(t)) = \int_0^1 tx(t)dt.$$

18.(.....)

Обчислити інтеграл Лебега  $\int_{(0,1)} x \chi_{R \setminus Q}(x) d\mu_1$ .

19.(.....)

У першій коробці 9 білих і 26 червоних куль, у другій 8 білих і 27 червоних куль. Навмання з першої коробки вибирають одну кулю і перекидають її в другу коробку. Знайти  $p$  – ймовірність того, що витягнута після цього куля з другої коробки буде білою. У талон відповідей записати значення  $1260p$ .

20.(.....)

Два спортсмени незалежно один від одного по одному разу стріляють в мішень. Випадкова величина  $\xi$  – кількість влучань. Знайти значення функції розподілу випадкової величини  $\xi$  в точці 2,1, якщо ймовірність влучання для першого дорівнює 0,7, а для другого – 0,8.

21.(.....)

Методом моментів оцінити невідомий параметр  $a$  рівномірного розподілу на відрізьку  $[a;0]$ , якщо задана реалізація вибірки

-2,9	-4,8	-10	-0,3	-1,2	-1,1	-2,5	-0,4	-1,5	-5,2
------	------	-----	------	------	------	------	------	------	------

22.(.....)

Нехай  $\xi(t)$  – процес Пуассона з параметром  $\lambda$ . Знайти  $P(\lambda) = P\{\xi(1) = 2; \xi(2) = 5; \xi(3) = 8\}$ . У відповідь записати  $36e^3 P(1)$ .

23.(.....)

Нехай  $\beta = \{(x,y) : (x-a)^2 + y^2 = r, r \geq 0\}$  – база топології  $\tau$  на площині  $\mathbb{R}^2$ . Вказати зв'язні підмножини в топологічному просторі  $(\mathbb{R}^2, \tau)$ :

1.  $\{(x,y) : (x-a)^2 + y^2 \leq 2\}$ ;
2.  $\{(-1-a, 0); (1-a, 0)\}$ ;
3.  $\{(x, y) : x = a, |y| \leq 2\}$ ;
4.  $\{(-a, y) : |y| \leq 2\}$ .

24.(.....)

Знайти мінімальне значення функції  $u(x, y) = x^2 + y^2 - 6x + 1$  у області  $-4 \leq x \leq -2, -2 \leq y \leq 0$ .

25.(.....)

Нехай множина допустимих альтернатив  $X = \mathbf{R}_+^2$  і система переваг споживача зображується функцією корисності  $u(x) = \sqrt{x_1} + 0,5\sqrt{x_2}$ , система цін  $p = (3,2)$  і дохід  $W = 66$ . Знайти оптимальний рівень корисності  $v$ .

Голова ЕК

---