

Спеціальність: "Математика"

Навчальний предмет: Державний іспит зі спеціальності "Математика"

ЕКЗАМЕНАЦІЙНИЙ БІЛЕТ № 15

Вказівки: Розв'яжіть завдання і в дужках (.....) запишіть відповіді десятковим дробом. У випадку кількох вірних відповідей запишіть номери правильних варіантів у порядку зростання без розділових знаків. Ваші відповіді також запишіть у відповідних клітинках талону відповідей. Виправлення відповідей у завданні та в талоні не допускається.

1.(.....)

Знайти кількість цілих розв'язків рівняння $|2x - 5| = |x - 1| + |x - 4|$ у проміжку $(-5; 5)$.

2.(.....)

Знайти координати точки Q , симетричної точці $P(1; 3; -4)$ відносно площини $\alpha: 3x + y - 2z = 0$.
Записати у відповідь суму її координат.

3.(.....)

Обчислити границю послідовності $x_n = (3 \cdot 2^n + 2)(2 \cdot 3^n - 1) / (6^n - 5^n)$.

4.(.....)

Серед кількох функцій вибрати визначені на всій дійсній осі

1) $y = x/(1 - x^2)$; 2) $y = x^2 - x$; 3) $y = \ln(x + 1)$; 4) $y = \text{sh}(x)$; 5) $y = x^2/x$.

5.(.....)

Обчислити $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 11x^2 + 34x - 24}{x^2 + x - 2}$.

6.(.....)

При якому мінімальному натуральному значенні параметра a функція $y = 9x^2 - 2ax^3 + x^4$ має три точки екстремуму?

7.(.....)

Обчислити інтеграл $\int_{-1-\sqrt{8}}^{-1+\sqrt{8}} \frac{x+1}{\sqrt{x^2+2x+2}} dx$.

8.(.....)

Обчислити подвійний інтеграл $\iint_D x^2 y dx dy$, де $D: (x-1)^2 + y^2 \leq 1, y \geq 0$.

9.(.....)

Перевірити, чи є матриця A матрицею оператора простої структури. Якщо A – матриця простої структури, то у поле відповіді записати найбільше власне значення, якщо ні – то найменше.

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 6 & 2 \\ 6 & 9 & 3 \\ 2 & 3 & 1 \end{pmatrix}.$$

10.(.....)

Знайти найбільше значення λ при яких матриця $A = \begin{pmatrix} 1 & 7 & 7 & 9 \\ 7 & \lambda & 1 & -1 \\ 4 & 2 & -1 & -3 \\ -1 & 1 & 3 & 5 \end{pmatrix}$ має найменший ранг.

11.(.....)

Які з формул числення висловлень є логічно еквівалентними до формули

$((A \rightarrow B) \wedge (A \vee (B \wedge C))) \wedge (A \rightarrow C) \vee \neg C$?

- 1) $A \vee B \vee C$;
- 2) $B \wedge C$;
- 3) $C \rightarrow B$;
- 4) $B \vee \neg C$;
- 5) $\neg A \rightarrow B$.

12.(.....)

Розв'яжіть конгруенцію $18x \equiv 12 \pmod{35}$ і в полі для відповідей запишіть суму її розв'язків (найменше додатне ціле число) за модулем 35. Якщо конгруенція не має розв'язків, то в полі для відповідей запишіть 0.

13.(.....)

Відомо, що $y = 1$ та $y = x^2 \ln x$ є розв'язками однорідного рівняння Ейлера третього порядку.

Який вигляд має загальний розв'язок цього рівняння? Варіанти відповідей:

- 1) $y = C_1 + C_2 \ln x + C_3 x^2 \ln x$;
- 2) $y = C_1 + C_2 x \ln x + C_3 x^2 \ln x$;
- 3) $y = C_1 + C_2 x^2 + C_3 x^2 \ln x$;
- 4) $y = C_1 + C_2 x^2 \ln x + C_3 x^2 \ln^2 x$.

14.(.....)

Знайти розв'язок $y = y(x)$ задачі Коші $(x + 2y) dx - x dy = 0$, $y(1) = 1$.

У відповідь записати значення $y(2)$.

15.(.....)

Визначте тип рівняння $u_{xx} + 10u_{yy} + 10u_{zz} + 2u_{xy} - 6u_{xz} + 2u_x = 0$. Варіанти відповідей:

- 1) гіперболічне;
- 2) параболічне;
- 3) еліптичне;
- 4) безтипне.

16.(.....)

Встановити зв'язок між твердженнями: A — функція $f = u + iv$ аналітична в точці z_0 , B — функції u та v мають неперервні часткові похідні в точці z_0 .

- 1) $A \Rightarrow B$, обернене хибне;
- 2) $B \Rightarrow A$, обернене хибне;
- 3) $A \Leftrightarrow B$;
- 4) жодна з вищенаведених імплікацій не є правильною.

17.(.....)

При якому найбільшому цілому додатному λ відображення

$$A: f(x) \rightarrow \lambda \int_0^1 x^2 t f(t) dt + x \text{ є стиском в просторі } C[0;1]?$$

18.(.....)

Вказати правильні твердження: 1) абсолютно неперервна функція є рівномірно неперервною; 2) рівномірно неперервна функція є абсолютно неперервною; 3) функція обмеженої варіації є абсолютно неперервною; 4) абсолютно неперервна функція має обмежену варіацію; 5) монотонна функція є абсолютно неперервною.

19.(.....)

Відомо, що $P(A) = 0,2$, $P(B) = 0,9$ і події A , B незалежні. Знайти ймовірність того, що в результаті експерименту не відбудеться жодна з цих подій.

20.(.....)

Ймовірність влучання баскетболіста при одному кидку в кошик дорівнює $0,7$. Баскетболіст 50 разів кидає м'яч у кошик. Випадкова величина ξ — кількість влучань. Знайти дисперсію випадкової величини 4ξ .

21.(.....)

Методом моментів оцінити невідомий параметр m нормального розподілу $N(m, \sigma^2)$, якщо задана реалізація вибірки

| | | | | | | | | | |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|
| 12 | 14 | 18 | 13 | 12 | 17 | 15 | 14 | 15 | 12 |
|----|----|----|----|----|----|----|----|----|----|

22.(.....)

Задане рівняння руху точки в полярній системі координат $\varphi(t) = 8t^2 - 1$ (у метрах), $r(t) = 2t$ (у метрах). Визначить у м/с радіальну складову вектора швидкості у момент часу $t = 0,5$ с.

23.(.....)

Вкажіть, які з наступних сімей утворюють базу деякої топології на $X = \{a, b, c\}$:

- 1) $\beta = \{\{a\}\}$;
- 2) $\beta = \{X, \{a\}, \{b\}\}$;
- 3) $\beta = \{\{a, b\}, \{b, c\}\}$;
- 4) $\beta = \{\{a, b\}, \{c\}\}$.

24.(.....)

Розв'язати найпростішу задачу класичного варіаційного числення

$$\int_0^1 (y'^2 + 4y \operatorname{sh} x) dx \rightarrow \text{extr}, \quad y(0) = 0, y(1) = 2 \operatorname{sh} 1,$$

У поле відповідей записати $y(\ln 2)$.

25.(.....)

Дві фірми виготовляють однорідний продукт в обсягах x_1, x_2 відповідно, їхні витрати при цьому задаються функціями $C_1 = 5x_1, C_2 = 7x_2$. Обернена функція попиту, яка визначає ціну одиниці продукції, має вигляд $p = 17 - 2(x_1 + x_2)$. Знайти рівновагу Штакельберга для другого гравця в дуополії Курно. У поле відповідей записати p^* .

Голова ЕК № 2

_____ М. В. Заблоцький

26 червня 2018