

27.06.2017 р.

№ особової справи _____ Варіант 20 _____

СПЕЦІАЛЬНОСТІ “МАТЕМАТИКА, СТАТИСТИКА”

Вказівки: Розв'яжіть завдання і в дужках (.....) запишіть відповіді десятковим дробом. У випадку кількох вірних відповідей запишіть номери правильних варіантів у порядку зростання без розділових знаків. Ваші відповіді також запишіть у відповідних клітинках талону відповідей. Виправлення відповідей у завданні та в талоні не допускається.

1. (.....)

При якому найменшому натуральному значенні параметра k довжина вектора $\mathbf{a}(k, -1, 2k)$ буде більшою від числа 9.

2. (.....)

Знайти спільну точку прямої $\begin{cases} x = 3t - 1, \\ y = 2t, \\ z = 1 + t \end{cases}$ з площиною $2x + y - 4z + 2 = 0$. У відповідь записати

середнє арифметичне координат цієї точки.

3. (.....)

Обчислити границю послідовності $x_n = (3n + 1)^2 / (n^2 + 1) + n / (n + 2)$.

4. (.....)

При якому значенні параметра a найбільшим числом у області значення функції $y = (1 + 2a)x - x^2 - a^2$ буде число 0,25?

5. (.....)

Обчислити $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 8x^2 + 17x - 10}{x^2 - 3x + 2}$.

6. (.....)

Знайти $f'(x_0)$, якщо $f(x) = \frac{x^2 - x + 2}{x^2 - 3x + 1}$, $x_0 = 2$.

7. (.....)

Обчислити інтеграл $\int_{-5}^3 \frac{x+1}{\sqrt{x^2+2x+2}} dx$.

8. (.....)

Обчислити інтеграл $I = \iiint_V (x + y + z) dx dy dz$, де V – тіло, обмежене поверхнями $x + y + z = 4$,

$x = 0$, $y = 0$, $z = 0$.

9. (.....)

Знайти слід матриці оператора повороту площини на кут 300° .

10. (.....)

Розв'яжіть рівняння $x^2 - 5x + \sqrt{11}(\sqrt{11} + 5i) = 0$ і у поле відповідей запишіть максимальне значення модуля його коренів.

11. (.....)

Перетворити формулу алгебри висловлень у рівносильну, звівши кількість бінарних логічних операцій у цій формулі до $n = 1: ((\neg A \wedge B) \vee (A \wedge \neg B) \vee (A \wedge B))$. У поле для відповідей запишіть номери правильних відповідей у зростаючому порядку без пробілів та розділових знаків. 1) $A \rightarrow C$; 2) $A \vee B$; 3) $B \rightarrow C$; 4) $A \rightarrow B$; 5) $B \wedge A$.

12. (.....)

Розв'яжіть конгруенцію $9x \equiv 9 \pmod{12}$ і в полі для відповідей запишіть суму її розв'язків (найменше додатне ціле число) за модулем 12. Якщо конгруенція не має розв'язків, то в полі для відповідей запишіть 0.

13. (.....)

Чи можуть графіки двох різних розв'язків рівняння $y' = x + \sin y$ перетинатися в деякій точці площини.

Варіанти

відповідей:

- 1) так;
- 2) ні;
- 3) невідомо.

14. (.....)

Знайти розв'язок $y = y(x)$ задачі Коші $y'' - y' = 3x^2 + 3$, $y(0) = 1$, $y'(0) = -9$.
У відповідь записати значення $y(1)$.

15. (.....)

Знайти розв'язок $u = u(x, t)$ задачі Коші

$$4u_{xx} - 3u_{xy} - 12u_x = 0, u|_{x=0} = 2e^{-y}, u_x|_{x=0} = 9e^{-4y}.$$

У відповідь записати значення $u(1, 0)$.

16. (.....)

Знайти образ області $D = \{z : 0 < \operatorname{Re} z < \pi/2, \operatorname{Im} z > 0\}$ при відображенні функцією $w = 2iz - 2$.

- 1) $G = \{w : \operatorname{Re} w < 2, 0 < \operatorname{Im} w < \pi\}$;
- 2) $G = \{w : \operatorname{Re} w > -2, 0 < \operatorname{Im} w < \pi\}$;
- 3) $G = \{w : \operatorname{Re} w < -2, \operatorname{Im} w < \pi\}$;
- 4) $G = \{w : \operatorname{Re} w < -2, 0 < \operatorname{Im} w < \pi\}$;
- 5) інша відповідь.

17. (.....)

Знайти значення розв'язку інтегрального рівняння $x(t) = \frac{1}{2} \int_0^1 tx(s) ds + \frac{5}{6}t$ в точці $t_0 = 1/5$.

18. (.....)

Знайти границю послідовності інтегралів $\lim_{n \rightarrow \infty} \int_0^{\infty} e^{-x} (\cos x)^n d\mu_1$.

19. (.....)

Ймовірність появи події у одному з 4 незалежних випробуваннях дорівнює 0.3. Знайти ймовірність того, що ця подія відбудеться не менше двох раз.

20. (.....)

Випадкова величина ξ має показниковий розподіл з параметром $\lambda = 2$. Знайти математичне сподівання випадкової величини $\eta = e^{-2\xi}$.

21. (.....)

Методом моментів оцінити невідомий параметр p геометричного розподілу $G(p)$ ($\xi = 1, 2, \dots$), якщо задана реалізація вибірки

1	1	3	4	2	2	4	2	3	1
---	---	---	---	---	---	---	---	---	---

У талон відповідей записати значення $1/\hat{p}$.

22. (.....)

Брусок масою $m=3$ кг штовхнули зі швидкістю $v_0=22$ м/с догори по ідеально гладкій поверхні, що нахилена під кутом 30° до горизонту. Обчисліть у м/с величину швидкості бруска через 2 секунди після початку руху, прийнявши $g=9,8$ м/с².

23. (.....)

Знайти довжину дуги кривої $x = 5(\cos t + t \sin t)$, $y = 5(\sin t - t \cos t)$ між точками $t_0 = 0$, $t_1 = 2$.

24. (.....)

Знайти максимальне значення функції $u(x, y) = x^2 + y^2 - 6x$ у області $-1 \leq x \leq 4$, $-1 \leq y \leq 4$.

25. (.....)

Дві фірми виготовляють однорідний продукт в обсягах x_1 , x_2 відповідно, їхні витрати при цьому задаються функціями $C_1 = 2x_1$, $C_2 = x_2$. Обернена функція попиту, яка визначає ціну одиниці продукції, має вигляд $p = 12 - 2(x_1 + x_2)$. Знайти рівновагу Штакельберга для другого гравця в дуополії Курно. У поле відповідей записати обсяг продукту x_2^* .

Голова ЕК