

22.06.2016 р.

№ особової справи _____ Варіант 29 _____

СПЕЦІАЛЬНОСТІ “МАТЕМАТИКА, СТАТИСТИКА”

Вказівки: Розв'яжіть завдання і в дужках (.....) запишіть відповіді десятковим дробом. У випадку кількох вірних відповідей запишіть номери правильних варіантів у порядку зростання без розділових знаків. Ваші відповіді також запишіть у відповідних клітинках талону відповідей. Виправлення відповідей у завданні та в талоні не допускається.

1.(.....)

Визначити кількість розв'язків рівняння $x|x| - 3|x| + 2,25 = 0$.

2.(.....)

Вектори \vec{a} і \vec{b} утворюють кут 60° , причому $|\vec{a}| = 5$ і $|\vec{b}| = 8$. Обчислити $|\vec{a} - \vec{b}|$.

3.(.....)

Обчислити границю послідовності $x_n = 3 \cos (n / (n^2 - 3)) + \operatorname{cth} (n)$.

4.(.....)

При якому значенні параметра a функція $y = (x - a/2)(x + 2)$ буде парною?

5.(.....)

Обчислити $\lim_{x \rightarrow 1} \frac{x^3 - 2x^2 - 11x + 12}{x^2 + x - 2}$.

6.(.....)

При якому найбільшому значенні параметра a точки екстремуму функції $y = a^2x - 2ax^2 + x^3$ належать проміжку $[0; 1]$?

7.(.....)

Обчислити $\frac{2}{a} \int_{-a}^a \frac{dx}{1 + e^x}$, де $a = \ln(e - 1)$.

8.(.....)

Обчислити об'єм тіла, обмеженого поверхнями $z = 3(x^2 + 1)$, $z = 0$, $y = 0$, $y = 1$, $x = 0$, $x = 1$.

9.(.....)

Нехай e_1, e_2 – ортонормована база \mathbf{R}^3 . Лінійний оператор φ в базі $f_1 = e_1; f_2 = e_1 + e_2$ має матрицю $A = \begin{pmatrix} 2 & 4 \\ 1 & -3 \end{pmatrix}$. Знайти визначник матриці спряженого оператора φ^* в базі f_1, f_2 .

10.(.....)

Розв'яжіть матричне рівняння і у поле відповідей запишіть слід матриці X

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 4 & 5 \end{pmatrix} X \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 2 & 3 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 1 & 4 \end{pmatrix}$$

11.(.....)

Перетворити формулу алгебри висловлень у рівносильну, звівши кількість логічних операцій у цій формулі до $n = 1$: $\neg(A \rightarrow B) \vee \neg(C \rightarrow B) \vee \neg B$. У поле для відповідей запишіть номери правильних відповідей у зростаючому порядку без пробілів та розділових знаків. 1) $A \rightarrow C$; 2) $\neg B$; 3) $B \rightarrow A$; 4) $\neg A$; 5) $\neg C$.

12.(.....)

Нехай $x_1 = 1 + 2\sqrt[3]{3} - \sqrt[3]{9}$ - один з коренів рівняння $x^3 + ax^2 + bx + c = 0$, де a, b, c - раціональні числа. Знайдіть добуток усіх коренів заданого рівняння.

13.(.....)

Яке з наведених рівнянь можна звести до диференціального рівняння з відокремлюваними

змінними заміною $z(x) = \frac{y(x)}{x}$?

1) $xy' - y = x \sin\left(\frac{x+y}{x}\right)$;

2) $xy' - y = \frac{\sin(x+y)}{x}$;

3) $xy' - y = \frac{\sin x \cos y}{xy}$;

4) $xy' - y = \sin\left(\frac{x+y}{x-y}\right)$.

14.(.....)

Знайти розв'язок $y = y(x)$ задачі Коші $(y^2 - 2xy) dx + x^2 dy = 0$, $y(1) = 1$.

У відповідь записати значення $y(5)$.

15.(.....)

Який канонічний вигляд має рівняння $u_{xx} + 10u_{yy} + 6u_{zz} + 2u_{xy} - 6u_{xz} = 0$. Варіанти відповідей:

1) $v_{\xi\xi} + v_{\eta\eta} + v_{\omega\omega} = 0$;

2) $v_{\xi\xi} + v_{\eta\eta} - v_{\omega\omega} = 0$;

3) $v_{\xi\xi} + v_{\eta\eta} = 0$;

4) $v_{\xi\xi} - v_{\eta\eta} = 0$.

16.(.....)

Нехай $f(z) \equiv 4$, $g(z) = iz\sqrt{3}$. Які з цих функцій є цілими?

1) лише f ;

2) лише g ;

3) обидві;

4) жодна.

17.(.....)

Яка з вказаних множин може бути спектром компактного оператора в просторі l_2 :

- 1) $[0,1]$; 2) $\{0,1\}$; 3) $\{0\} \cup \{1/n, n \in \mathbf{N}\}$; 4. $\{1-1/n, n \in \mathbf{N}\}$; 5. $\{1/n, n \in \mathbf{N}\}$.

18.(.....)

Для якого найменшого цілого p функція $f(x) = \frac{1}{x^4\sqrt{x}}$ належить до простору $L_p(1, \infty)$?

19.(.....)

Випадковим чином впорядкували множину $\{1;2;\dots;n\}$. Знайти ймовірність того, що одиничка буде стояти перед двійкою, а двійка – перед трійкою і не обов'язково поруч. Нехай P – знайдена ймовірність. Обчислити $30P$.

20.(.....)

Нехай випадкова величина ξ має біноміальний розподіл з параметрами n та p . Відомо, що $M\xi = 12$, $D\xi = 10$. Знайти n .

21.(.....)

Методом моментів оцінити невідомий параметр a рівномірного розподілу на відрізку $[a;0]$, якщо задана реалізація вибірки

-2	-4	-10	-3	-10	-9	-5	-4	-5	-2
----	----	-----	----	-----	----	----	----	----	----

22.(.....)

Тіло, яке перебувало в спокої, починає обертатись навколо нерухомої вертикальної осі під дією моменту $M=(6t^2+2t)$ Н·м (t – час в секундах). Момент інерції тіла відносно осі обертання дорівнює $2 \text{ кг}\cdot\text{м}^2$. Визначити у рад/с кутову швидкість тіла в момент часу 2 секунди.

23.(.....)

На множині дійсних чисел \mathbb{R} топологія τ визначається передбазою

$$P = \{(-\infty, n] : n = 1, 2, \dots, 19\} \cup \{[i, +\infty) : i \in \mathbb{N}\}.$$

Скільки ізольованих точок має топологічний простір (\mathbb{R}, τ) ?

24.(.....)

Знайти мінімальне значення функції $u(x, y) = x^2 + y^2 - 6y$ у області $-1 \leq x \leq 4, -1 \leq y \leq 4$.

25.(.....)

Нехай множина допустимих альтернатив $X = \mathbf{R}_+^2$ і система переваг споживача зображується функцією корисності $u(x) = \sqrt{2x_1x_2}$, система цін $p = (1, 2)$ і дохід $W = 60$. Знайти оптимальний вибір першого споживача.

Голова предметної комісії

О.Р. Никифорчин