

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ**  
**Львівський національний університет імені Івана Франка**  
**Механіко-математичний факультет**  
**Кафедра математичної статистики і диференціальних рівнянь**

**Затверджено**

на засіданні кафедри математичної  
статистики і диференціальних рівнянь  
механіко-математичного факультету  
Львівського національного університету  
імені Івана Франка  
( протокол № 1 від 29.08.2022 )



Завідувач кафедри:

проф. О.М. Бугрій

**Силабус з навчальної дисципліни**  
**“ Задачі з вільними межами в медицині ”,**  
**що викладається в межах ОПШ**  
**“ Комп'ютерний аналіз математичних моделей ”**  
**першого (бакалаврського) рівня вищої освіти для здобувачів з**  
**спеціальності 111 Математика**

<b>Назва дисципліни</b>	<b>Задачі з вільними межами в медицині</b>
<b>Адреса викладання дисципліни</b>	вул. Університетська 1, м. Львів, 79000
<b>Факультет та кафедра, за якою закріплена дисципліна</b>	Механіко-математичний факультет Кафедра математичної статистики і диференціальних рівнянь
<b>Галузь знань, шифр та назва спеціальності</b>	11 - Математика та статистика 111 – Математика
<b>Викладачі дисципліни</b>	<b>Бугрій Олег Миколайович</b> , доктор фізико-математичних наук, професор, завідувач кафедри математичної статистики і диференціальних рівнянь
<b>Контактна інформація викладачів</b>	<a href="mailto:oleh.buhrii@lnu.edu.ua">oleh.buhrii@lnu.edu.ua</a> , <a href="http://new.mmf.lnu.edu.ua/employee/buhrii_o_m">http://new.mmf.lnu.edu.ua/employee/buhrii_o_m</a> ;
<b>Консультації з питань навчання по дисципліні відбуваються</b>	Консультації в день проведення лекцій/практичних занять (за попередньою домовленістю): ауд. 267, головний корпус ЛНУ ім. І. Франка, вул. Університетська 1, м. Львів, 79000
<b>Сторінка курсу</b>	<a href="https://new.mmf.lnu.edu.ua/course/zvmm-111-matematyka">https://new.mmf.lnu.edu.ua/course/zvmm-111-matematyka</a> ; <a href="https://e-learning.lnu.edu.ua/course/view.php?id=5345">https://e-learning.lnu.edu.ua/course/view.php?id=5345</a>
<b>Інформація про дисципліну</b>	Дисципліна “Задачі з вільними межами в медицині” є нормативною дисципліною з спеціальності 111 Математика для освітньої програми “Комп’ютерний аналіз математичних моделей”, яка викладається в 6-му семестрі в обсязі 3-ох кредитів (за Європейською Кредитно-Трансферною Системою ECTS).
<b>Коротка анотація дисципліни</b>	Курс розроблено для ознайомлення студентів з основними поняттями та методами моделювання природних і медичних процесів, дослідження варіаційних нерівностей та аналізу числових даних. Набуті знання можна використати при математичному моделюванні природних та соціально-економічних процесів
<b>Мета та цілі дисципліни</b>	<i>Мета:</i> надати студентам основні поняття та методи дослідження математичних моделей та аналізу числових даних <i>Цілі:</i> забезпечити знайомство студентів з основними методами дослідження варіаційних нерівностей та викласти основні положення теорії математичного моделювання за допомогою диференціальних рівнянь і нерівностей процесів в областях зі змінними межами
<b>Література для вивчення дисципліни</b>	1) Бугрій О.М. <i>Параболічні варіаційні нерівності</i> : Текст лекцій. – Львів: Видавничий центр ЛНУ імені Івана Франка, 2005. 2) Бугрій О.М., Процак Н.П., Бугрій Н.В. <i>Основи диференціальних рівнянь: теорія, приклади та задачі</i> . – Навчальний посібник. – Львів, 2011. – 348 с. 3) Лопушанська Г.П., Бугрій О.М., Лопушанський А.О. <i>Диференціальні рівняння та рівняння математичної фізики</i> : Підручник. – Львів: видавець Чижиков І.Е. (1-е видання: 2012) 2-е видання: 2017. 4) Тацій Р., Стасюк М., Пазен О. <i>Елементи математичного моделювання та прикладної математики</i> . Навчальний посібник. Львів: ЛДУБЖД, 2021.

	<p>5) Friedman A. <i>Variational principles and free-boundary problems</i>. Dover Publications, 2010.</p> <p>6) Allman E.S., Rhodes J.A. <i>Mathematical models in biology an introduction</i>. Cambridge Univ. Press, Cambridge, New York, Melbourne, Madrid, Cape Town, Singapore, Sao Paulo, 2019.</p> <p>7) Noack B.R., Ohle F., Eckelmann H. <i>Construction and analysis of differential equations from experimental time series of oscillatory systems</i>. Physica D. 56, North-Holland, 1992.</p> <p>8) Mitropol'sky, Berezovsky A.A. <i>Free and non-local boundary problems in metallurgy, medicine, ecology and material science</i>. Kyiv, 2000.</p> <p>9) Лещинський О.Л., Рязанцева В.В., Юнькова О.О., Юртин І.І. <i>Практикум з економетрії</i>. Навч. посіб. -- Київ: ДП «Вид. дім «Персонал», 2009.</p> <p>10) Мокін Б.І., Мокін В.Б., Мокін О.Б. <i>Функціональний аналіз, адаптований до прикладних задач в галузі інформаційних технологій: навчальний посібник</i>. Вінниця: ВНТУ, 2020.</p>
<b>Обсяг курсу</b>	Загальний обсяг: 90 годин. Аудиторних занять: 64 год., з них 32 год. лекційних та 32 годин практичних занять. Самостійної роботи: 26 год.
<b>Очікувані результати навчання</b>	<p>У результаті вивчення даного курсу студент повинен:</p> <p><b>знати:</b> формулювання основних математичних моделей природних і медичних процесів, основних варіаційних нерівностей, умови існування та єдиності їхніх розв'язків, доведення теорем їх коректності та властивостей розв'язків;</p> <p><b>вміти:</b> розрізняти типи математичних моделей, визначати тип варіаційної нерівності, пов'язаної з лінійним диференціальним оператором другого порядку, перевіряти умови коректності стаціонарної варіаційної нерівності, опрацьовувати відповідні числові дані.</p> <p>Після успішного завершення курсу студент має набути такі <b>загальні компетентності (ЗК)</b> та <b>спеціальні (фахові) компетентності (СК)</b>:</p> <p>ЗК-1 Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу;  ЗК-2 Здатність застосовувати знання у практичних ситуаціях;  ЗК-3 Знання й розуміння предметної області та професійної діяльності;  ЗК-7 Здатність учитися і оволодівати сучасними знаннями;  ЗК-8 Здатність до пошуку, обробки та аналізу інформації з різних джерел;  ЗК-9 Здатність приймати обґрунтовані рішення;</p> <p>СК-1 Здатність формулювати проблеми математично та в символічній формі з метою спрощення їхнього аналізу й розв'язання;  СК-2 Здатність подавати математичні міркування та висновки з них у формі, придатній для цільової аудиторії, а також аналізувати та обговорювати математичні міркування інших осіб, залучених до розв'язання тієї самої задачі;  СК-3 Здатність здійснювати міркування та виокремлювати ланцюжки міркувань у математичних доведеннях на базі аксіоматичного підходу, а також розташовувати їх у логічну послідовність, у тому числі відрізняти основні ідеї від деталей і технічних викладок;  СК-6 Здатність розробляти і досліджувати математичні моделі явищ, процесів та систем;  СК-10 Здатність використовувати обчислювальні інструменти для чисельних і символічних розрахунків;</p>

	<p>і здобути такі програмні <b>результати навчання (РН)</b>:</p> <p>РН-3 Знати принципи <i>modus ponens</i> (правило виведення логічних висловлювань) та <i>modus tollens</i> (доведення від супротивного) і використовувати умови, формулювання, висновки, доведення та наслідки математичних тверджень;</p> <p>РН-6 Знати методи математичного моделювання природничих та/або соціальних процесів;</p> <p>РН-7 Пояснювати математичні концепції мовою, зрозумілою для нефахівців у галузі математики;</p> <p>РН-10 Розв'язувати задачі придатними математичними методами, перевіряти умови виконання математичних тверджень, коректно переносити умови та твердження на нові класи об'єктів, знаходити й аналізувати відповідності між поставленою задачею й відомими моделями;</p> <p>РН-12 Відшукувати потрібну науково-технічну інформацію у науковій літературі, базах даних та інших джерелах інформації;</p> <p>РН-19 Знати теоретичні основи і застосовувати методи математичної фізики для моделювання реальних фізичних, біологічних, екологічних, соціально- економічних та інших процесів і явищ;</p> <p>РН-22 Уміти досліджувати математичні моделі з використанням результатів сучасних розділів теорії диференціальних рівнянь.</p>
<b>Ключові слова</b>	Математичне моделювання, варіаційна нерівність, задача Стефана, задача з вільними межами, часовий ряд.
<b>Формат курсу</b>	Очний
<b>Теми</b>	Див. <b>Схема курсу</b>
<b>Підсумковий контроль, форма</b>	Екзамен у кінці семестру
<b>Пререквізити</b>	Для вивчення даного курсу студентам потрібні базові знання з: <ul style="list-style-type: none"> <li>- математичний аналіз;</li> <li>- теорія ймовірностей та математична статистика;</li> <li>- рівняння математичної фізики.</li> </ul>
<b>Навчальні методи та техніки, які будуть використовуватися під час викладання курсу</b>	Інформаційні методи (лекція, бесіда, ілюстрація, демонстрація); дедуктивні методи на основі узагальнень; евристичні методи (проблемна лекція); інтерактивні методи (дискусія)
<b>Необхідне обладнання</b>	Комп'ютер із необхідним програмним забезпеченням, доступ до Internet мережі.
<b>Критерії оцінювання (окремо для кожного виду навчальної діяльності)</b>	Оцінювання проводиться за 100-бальною шкалою. Бали нараховуються за наступним співвідношенням: <ul style="list-style-type: none"> <li>• Змістовий модуль 1: 2% семестрової оцінки за активну роботу на заняттях, 2% семестрової оцінки за самостійну роботу і виконання домашніх завдань, 6% семестрової оцінки за контрольну роботу, 10% семестрової оцінки за колоквиум, максимальна кількість балів 20.</li> <li>• Змістовий модуль 2: 2% семестрової оцінки за активну роботу на заняттях, 2% семестрової оцінки за самостійну роботу і виконання домашніх завдань, 6% семестрової оцінки за контрольну роботу,</li> </ul>

	<p>10% семестрової оцінки за колоквиум, максимальна кількість балів 20.</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Змістовий модуль 3: 2,5% семестрової оцінки за активну роботу на заняттях, 2,5% семестрової оцінки за самостійну роботу і виконання домашніх завдань, 5% семестрової оцінки за контрольну роботу, максимальна кількість балів 10.</li> <li>• іспит: 50% семестрової оцінки, максимальна кількість балів 50.</li> </ul> <p>Підсумкова максимальна кількість балів 100.</p> <p><b>Академічна доброчесність:</b> Очікується, що роботи студентів будуть оригінальними дослідженнями чи міркуваннями. Списування та втручання в роботу інших студентів становлять, але не обмежують, приклади можливої академічної недоброчесності. Виявлення ознак академічної недоброчесності в написанні завдань є підставою для її незарахування викладачем, незалежно від масштабів плагіату чи обману.</p> <p><b>Відвідання занять</b> є важливою складовою навчання. Очікується, що всі студенти відвідають усі лекції та лабораторні заняття курсу. Студенти повинні інформувати викладача про неможливість відвідати заняття. У будь-якому випадку студенти зобов'язані дотримуватися термінів визначених для виконання всіх видів робіт, передбачених курсом.</p> <p><b>Література.</b> Уся література, яку студенти не зможуть знайти самостійно, буде надана викладачем виключно в освітніх цілях без права її передачі третім особам. Студенти заохочуються до використання також й іншої літератури та джерел, яких немає серед рекомендованих.</p> <p><b>Політика виставлення балів.</b> Враховуються бали, набрані при поточному контролі та бали підсумкового тестування. При цьому обов'язково враховуються присутність на заняттях та активність студента під час практичного заняття; недопустимість пропусків та запізнь на заняття; користування мобільним телефоном, планшетом чи іншими мобільними пристроями під час заняття в цілях не пов'язаних з навчанням; списування та плагіат; несвоєчасне виконання поставленого завдання і т. ін.</p> <p>Жодні форми порушення академічної доброчесності не толеруються.</p>
<p><b>Питання до заліку чи екзамену.</b></p>	<p>Базові означення з аналізу: норма, спряжений простір, теореми про нерухому точку; елементарні властивості опуклих множин та функцій; умови мінімізації дійсної функції на всьому просторі та на його підмножині; оператор проектування; числові варіаційні нерівності для обмеженої множини (існування та єдиність розв'язку); числові варіаційні нерівності для необмеженої множини (єдиність, критерій та достатні умови існування розв'язку); властивості розв'язків числових варіаційних нерівностей (еквівалентність рівнянню, приклади опорних гіперплощин); класифікація деяких варіаційних нерівностей з частинними похідними; приклади банахових просторів; варіаційні нерівності з ліпшецевими операторами (існування, єдиність та гладкість розв'язку, приклади); задачі, розв'язками яких є розв'язки варіаційних нерівностей; побудова розв'язків деяких варіаційних нерівностей; оператори в банахових просторах; оператор двоїстості та оператор штрафу; квадратичний функціонал (означення, властивості, приклад оператора, потенціалом якого є квадратичний функціонал); приклади обмежених функціоналів в просторах Лебега; мінімізація диференційовних функціоналів; мінімізація слабо напівнеперервних знизу функціоналів; варіаційні нерівності з монотонним, обмеженим, коерцетивним, семінеперервним оператором.</p>
<p><b>Опитування</b></p>	<p>Анкету-оцінку з метою оцінювання якості курсу буде надано по завершенню курсу.</p>

**Схема курсу “ Задачі з вільними межами в медицині ”  
для студентів спеціальності 111 – Математика**

Тижні	Лекційний курс		Практичні заняття		К-сть год СР	Літе- ратура
	Назва теми	К-сть год	Назва теми	К-сть год		
1	2	3	4	5	6	7
1	Математичне моделювання деяких процесів кріомедицини	2	Основи роботи та типи даних в Excel	2	2	[4], [5], [6], [8], Сайт курсу
2	Елементарні властивості опуклих множин та функцій, поняття про варіаційні нерівності.	2	Розв'язування елементарних біологічних і медичних задач в Excel	2	1	[1], [10], Сайт курсу
3	Проекції на опуклі множини в гільбертовому просторі	2	Побудова парної лінійної регресії	2	2	[1], [5], [10] Сайт курсу
4	Числові варіаційні нерівності на обмежених та необмежених множинах.	2	Інтервальні оцінки парної лінійної регресії	2	2	[5], Сайт курсу
5	Колоквіум 1.	2	Контрольна робота 1	2	2	[1], [2], [3], Сайт курсу
6	Класифікація деяких варіаційних нерівностей з частинними похідними. Математичні моделі для задач з частинними похідними.	2	Розв'язування математичних задач в Excel	2	1	[2], [3], [4], [6], Сайт курсу
7	Оператори в гільбертових просторах, варіаційні нерівності в гільбертових просторах.	2	Побудова лінійної множинної регресії	2	2	[5], [10], Сайт курсу
8	Інтерпретація розв'язків варіаційних нерівностей, побудова розв'язків деяких варіаційних нерівностей.	2	Побудова довірчих інтервалів для лінійної множинної регресії	2	1	[1], [5], Сайт курсу
9	Загальні банахові простори та деякі їх властивості, оператори в загальних банахових просторах.	2	Наявність не випадкової складової часового ряду	2	2	[7], [9], [10], Сайт курсу
10	Колоквіум 2.	2	Контрольна робота 2	2	2	[1], [2], [3], Сайт курсу
11	Числові дані в математичному дослідженні	2	Виділення трендової складової часового ряду	2	2	[4], [6], [9], Сайт курсу
12	Мінімізація функціоналів на всьому просторі.	2	Дослідження моделі трендової складової часового ряду	2	1	[1], [5], [9], Сайт курсу
13	Стаціонарні рівняння з потенціальними операторами, стаціонарні рівняння з псевдомонотонними операторами.	2	Прогнозування трендової складової часового ряду	2	2	[1], [9], Сайт курсу

14	Мінімізація функціоналів на підмножині простору. Типи варіаційних нерівностей.	2	Обчислення параметрів моделі AR(1) збурень часового ряду	2	1	[9], [10], Сайт курсу
15	Варіаційні нерівності в банаховому просторі.	2	Контрольна робота 3	2	2	[1], [5], Сайт курсу
16	Властивості загальних варіаційних нерівностей та їх біологічне та медичне використання.	2	Підсумкове заняття	2	1	[1], [5], Сайт курсу
	<b>Разом</b>	<b>32</b>		<b>32</b>	<b>26</b>	