

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
Львівський національний університет імені Івана Франка
Механіко-математичний факультет
Кафедра кафедри алгебри, топології та основ математики

Затверджено

на засіданні кафедри алгебри,
топології та основ математики
механіко-математичного факультету
Львівського національного університету
імені Івана Франка
(протокол № 1 від 29 серпня 2022 року)



Завідувач кафедри



проф. Т.О. Банах

Силабус з навчальної дисципліни

“Топологія та диференціальна геометрія”

що викладається в межах ОПП “Комп’ютерна алгебра, криптологія та теорія ігор”, “Комп’ютерний аналіз математичних моделей”, “Математика. Математична економіка та економетрика”,

першого (бакалаврського) рівня вищої освіти для здобувачів

із спеціальності 111 – Математика

Назва дисципліни	Топологія та диференціальна геометрія
Адреса викладання дисципліни	Львівський національний університет імені Івана Франка, м. Львів, вул. Університетська 1
Факультет та кафедра, за якою закріплена дисципліна	Механіко-математичний факультет Кафедра алгебри, топології та основ математики
Галузь знань, шифр та назва спеціальності	Галузь знань: 11 Математика і статистика Спеціальність: 111 Математика
Викладачі дисципліни	Радул Тарас Миколайович , доктор фізико-математичних наук, професор, професор кафедри алгебри, топології та основ математики; Гутік Олег Володимирович , кандидат фізико-математичних наук, доцент, старший науковий співробітник, доцент кафедри алгебри, топології та основ математики
Контактна інформація викладачів	oleg.gutik@lnu.edu.ua ; taras.radul@lnu.edu.ua ;
Консультації з питань навчання по дисципліні відбуваються	Консультацію з теоретичної чи практичної частини курсу можна отримати на нараді MS Teams і в групі курсу в Viber у будь-який зручний для студентів та викладача час, а також очно в день проведення лекцій чи практичних занять за попередньою домовленістю.
Сторінка курсу	https://new.mmf.lnu.edu.ua/course/
Інформація про дисципліну	Дисципліна “Топологія та диференціальна геометрія” є нормативною дисципліною спеціальності 111 Математика для освітніх програм “Комп’ютерна алгебра, криптологія і теорія ігор”, “Комп’ютерний аналіз математичних моделей”, “Математика. Математична економіка та економетрика”. Вона викладається в 5-му семестрі в обсязі 4-ох кредитів (за Європейською Кредитно-Трансферною Системою ECTS).
Коротка анотація дисципліни	Навчальну дисципліну “Топологія та диференціальна геометрія” розроблено так, щоб надати здобувачам першого (бакалаврського) рівня необхідні знання для отримання загальних і фахових компетенцій з теоретико-множинної топології, які дозволять засвоювати пов’язані з нею дисципліни та використовувати набуті знання в професійній діяльності.
Мета та завдання дисципліни	Мета: ознайомлення з основними поняттями та методами теоретичних основ загальної топології. Завдання: викласти основні положення загальної топології, ознайомити з методами розв’язування задач.
Література для вивчення дисципліни	1. Борисенко А.А. Диференціальна геометрія і топологія, Харків, Основа, 1995. 2. Engelking R. General topology, Heldermann, Berlin, 1989, 535s. 3. Гуран І.Й, Зарічний М.М., Диференціальна геометрія і топологія. Київ НВК МО, 1991. 4. Бокало Б.М., Гуран І.Й, Зарічний М.М., Збірник задач з курсу диференціальної геометрії і топології (Загальна топологія), Київ, 1994. 5. Milewski E.G., The topology problem solver, REA, New Jersey, 1994. 6. Никифорчин О.Р. Елементи загальної топології – Івано-Франківськ: Голіней О.М., 2015. 7. Бабич В. М., Пехтерев В.О., Загальна топологія в задачах і прикладах, навчальний посібник для студентів фізико-математичних, природни-

	<p>чих і технічних факультетів вищих навчальних закладів, Кам'янець-Подільський, Аксіома, 2015, 208 с.</p> <p>8. Adamson I. T. A general topology workbook. Birkhauser, Boston, 1996.</p> <p>9. Morris S. A. Topology Without Tears, 2011.</p> <p>10. Lipschutz S. General topology, McGrew Hill, New York, 1965.</p> <p>11. Гутік О. Загальна топологія в теоремах, прикладах і задачах. Електорнний курс лекцій та задач, Львів, 2022.</p>
Обсяг курсу	<p>Загальний обсяг: 120 годин. Аудиторних занять: 64 год., з них 32 години лекцій та 32 години лабораторних робіт. Самостійна робота: 56 год. Кредитів – 4.</p>
Очікувані результати навчання	<p>Після завершення цього курсу студент буде:</p> <p>Знати:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Основні означення та поняття загальної топології - Властивості типу компактності та зв'язності топологічних просторів; - Аксіоми відокремлення. - Операції на топологічних просторах та над множинами в топологічних просторах. <p>Вміти:</p> <ul style="list-style-type: none"> - Знаходити операції над множинами в топологічних просторах: внутрішність, замикання, межа; - Перевіряти на неперервність відображення топологічних просторів; - Знаходити підпростір, суму, добуток, фактор-простір топологічних просторів. - Перевіряти простір на компактність і зв'язність. <p>Після успішного завершення курсу студент має набути такі загальні компетентності (ЗК) та спеціальні (фахові) компетентності (СК) і програмні результати (РН):</p> <p>Загальні компетентності:</p> <p>ЗК-1 Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу;</p> <p>ЗК-2 Здатність застосовувати знання у практичних ситуаціях;</p> <p>ЗК-3 Знання й розуміння предметної області та професійної діяльності;</p> <p>ЗК-7 Здатність учитися і оволодівати сучасними знаннями;</p> <p>ЗК-9 Здатність приймати обґрунтовані рішення.</p> <p>Спеціальні (фахові) компетентності:</p> <p>СК-1 Здатність формулювати проблеми математично та в символній формі з метою спрощення їхнього аналізу й розв'язання;</p> <p>СК-2 Здатність подавати математичні міркування та висновки з них у формі, придатній для цільової аудиторії, а також аналізувати та обговорювати математичні міркування інших осіб, залучених до розв'язання тієї самої задачі;</p> <p>СК-3 Здатність здійснювати міркування та виокремлювати ланцюжки міркувань у математичних доведеннях на базі аксіоматичного підходу, а</p>

	<p>також розташовувати їх у логічну послідовність, у тому числі відрізнити основні ідеї від деталей і технічних викладок;</p> <p>СК-4 Здатність конструювати формальні доведення з аксіом та постулатів і відрізнити правдоподібні аргументи від формально бездоганих;</p> <p>СК-8 Здатність до аналізу математичних структур, у тому числі до оцінювання обґрунтованості й ефективності використовуваних математичних підходів.</p> <p>Програмні результати навчання:</p> <p>РН-1 Знати основні етапи історичного розвитку математичних знань і парадигм, розуміти сучасні тенденції в математиці;</p> <p>РН-3 Знати принципи <i>modus ponens</i> (правило виведення логічних висловлювань) та <i>modus tollens</i> (доведення від супротивного) і використовувати умови, формулювання, висновки, доведення та наслідки математичних тверджень;</p> <p>РН-4 Розуміти фундаментальну математику на рівні, необхідному для досягнення інших вимог освітньої програми;</p> <p>РН-7 Пояснювати математичні концепції мовою, зрозумілою для нефахівців у галузі математики;</p> <p>РН-10 Розв'язувати задачі придатними математичними методами, перевіряти умови виконання математичних тверджень, коректно переносити умови та твердження на нові класи об'єктів, знаходити й аналізувати відповідності між поставленою задачею й відомими моделями;</p> <p>РН-11 Розв'язувати конкретні математичні задачі, які сформульовано у формалізованому вигляді; здійснювати базові перетворення математичних моделей;</p> <p>РН-14 Знати теоретичні основи і застосовувати методи аналітичної та диференціальної геометрії для розв'язування професійних задач;</p> <p>РН-16 Знати теоретичні основи і застосовувати методи топології, функціонального аналізу й теорії диференціальних рівнянь для дослідження динамічних систем.</p>
Ключові слова	Топологія, база, перед база, аксіоми відокремлення, добуток, сума, підпростір компактний, зв'язний.
Формат курсу	Лекції та практичні заняття, контрольні роботи, колоквиуми і консультації..
Теми	Див. Схема курсу
Підсумковий контроль, форма	Іспит у 5-ому семестрі в письмовій формі.
Пререквізити	Для вивчення курсу студенти потребують базових знань з - математичного аналізу,

	<ul style="list-style-type: none"> - аналітичної геометрії, - лінійної алгебри, - дискретної математики.
Навчальні методи та техніки, які будуть використовуватися під час викладання курсу	Проведення лекцій і практичних занять, показ презентацій, самостійна робота студента
Необхідне обладнання	Комп'ютер із загально вживаним програмним забезпеченням, доступ до Internet мережі.
Критерії оцінювання (окремо для кожного виду навчальної діяльності)	<p>Оцінювання проводиться за 100-бальною шкалою. Бали нараховуються за наступним співвідношенням:</p> <ul style="list-style-type: none"> • написання двох тестових модулів: по 25% семестрової оцінки кожен; максимальна кількість балів 50. Іспит максимальна кількість балів – 50 <p>Підсумкова максимальна кількість балів – 100.</p> <p>Письмові роботи: Очікується, що студенти виконають письмові роботи (практичні завдання) та колоквиуму з теоретичних питань.</p> <p>Академічна доброчесність: Очікується, що роботи студентів будуть їх оригінальними дослідженнями чи міркуваннями. Відсутність посилань на використані джерела, фабрикування джерел, списування, втручання в роботу інших студентів становлять, але не обмежують, приклади можливої академічної недоброчесності. Виявлення ознак академічної недоброчесності в письмовій роботі студента є підставою для її незарахування викладачем, незалежно від масштабів плагіату чи обману.</p> <p>Відвідання занять є важливою складовою навчання. Очікується, що всі студенти відвідають усі лекції та практичні заняття курсу. Студенти повинні інформувати викладача про неможливість відвідати заняття. У будь-якому випадку студенти зобов'язані дотримуватися термінів визначених для виконання всіх видів письмових робіт та індивідуальних завдань, передбачених курсом.</p> <p>Література. Уся література, яку студенти не зможуть знайти самостійно, буде надана викладачем виключно в освітніх цілях без права її передачі третім особам. Студенти заохочуються до використання також й іншої літератури та джерел, яких немає серед рекомендованих.</p> <p>Політика виставлення балів. Враховуються бали набрані при поточному тестуванні, самостійній роботі та бали підсумкового тестування. При цьому обов'язково враховуються присутність на заняттях та активність студента під час практичного заняття; недопустимість пропусків та запізнь на заняття; користування мобільним телефоном, планшетом чи іншими мобільними пристроями під час заняття в цілях не пов'язаних з навчанням; списування та плагіат; несвоєчасне виконання поставленого завдання і т. ін.</p> <p>Жодні форми порушення академічної доброчесності не толеруються.</p>
Питання до екзамену.	Предмет топологія та диференціальна геометрія. Основні поняття теорії множини. Метрики та метричні простори. Топологія метричного простору. Неперервні відображення метричних просторів. Означення топології та топологічного простору. База і передбаза топологічного простору. Неперервні відображення топологічних просторів. Аксиоми відокремлення. Операції над топологічними просторами. Підпростори. Індукована топологія. Сума топологічних просторів. Добуток топологічних просторів. Фактор-простори та факторні відображення. Компактні простори. Операції над компактними просторами просторів.

	Зв'язні простори. Зв'язні та лінійно зв'язні простори. Компонента зв'язності.
Опитування	Анкету-оцінку з метою оцінювання якості курсу буде надано по завершенню курсу.

Схема курсу

Тиж- день	Лекції		Практичні заняття		СР К-ть год Л-ра
	Назва теми	К- сть год	Назва теми	К- сть год	
1, 2	Вступ. Предмет топологія та диференціальна геометрія. Основні поняття теорії множини.	4	Операції над множинами. Потужність множини.	4	8 [1-11]
3, 4	Тема 1. Метричні простори. Метрики та метричні простори. Топологія метричного простору. Неперервні відображення метричних просторів.	4	Метрики та метричні простори. Топологія метричного простору. Неперервні відображення метричних просторів	4	8 [1-11]
5	Тема 2. Означення топології та топологічного простору.	2	Означення топології та топологічного простору.	2	4 [1-11]
6, 7	Тема 3. База та перед база топології.	4	База та перед база топології.	4	8 [1-11]
8	Тема 3. Неперервні відображення топологічних просторів.	2	Неперервні відображення топологічних просторів.	2	4 [1-11]
9, 10	Тема 4. Аксиоми відокремлення.	4	Аксиоми відокремлення	2	6 [1-11]
11	Тема 5. Операції над топологічними просторами. Підпростори. Індукована топологія. Сума топологічних	2	Операції над топологічними просторами.	4	6 [1-11]

	просторів. Добуток топологічних просторів. Фактор-простори та факторні відображення.				
12, 13	Тема 5. Компактні простори. Операції над компактними просторами	4	Компактні простори.	4	4 [1-11]
14, 15	Тема 6. Зв'язні простори. Зв'язні та лінійно зв'язні простори. Компонента зв'язності.	4	Зв'язні простори.	4	8 [1-11]
16	Колоквіум.	2	Контрольна робота.	2	4
	Разом за 5-ий семестр	32		32	64

Примітка: В [11] викладений повністю весь теоретичний матеріал по даному курсу, а також матеріали до всіх практичних занять.