

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

Львівський національний університет імені Івана Франка

Механіко-математичний факультет

Кафедра теорії функцій і функціонального аналізу

Затверджено

на засіданні кафедри теорії функцій і
функціонального аналізу
механіко-математичного факультету
Львівського національного університету
імені Івана Франка
(протокол № 1 від 25 серпня 2022 року)



Завідувач кафедри: проф. Скасків О.Б.

Силабус з навчальної дисципліни

“Математичний аналіз II: функції багатьох змінних”,

що викладається в межах ОПШ

“Комп’ютерна алгебра, криптологія і теорія ігор”,

“Комп’ютерний аналіз математичних моделей”,

“Математика. Математична економіка та економетрика”,

“Середня освіта (Математика)”

першого (бакалаврського) рівня вищої освіти

для здобувачів із спеціальностей 111 – Математика та

014 – Середня освіта (Математика)

Львів 2022

Назва дисципліни	Математичний аналіз II: функції багатьох змінних
Адреса викладання дисципліни	Львівський національний університет імені Івана Франка, м. Львів, вул. Університетська 1
Факультет та кафедра, за якою закріплена дисципліна	Механіко-математичний факультет Кафедра теорії функцій і функціонального аналізу
Галузь знань, шифр та назва спеціальності	Галузь знань: 11 Математика і статистика Спеціальність: 111 – Математика Галузь знань: 01 Освіта/педагогіка Спеціальність: 014 – Середня освіта (Математика)
Викладачі дисципліни	Пригула Ярослав Григорович , доцент кафедри теорії функцій і функціонального аналізу, Микитюк Ярослав Володимирович , доцент кафедри теорії функцій і функціонального аналізу, Кудрик Тарас Степанович , доцент кафедри теорії функцій і функціонального аналізу
Контактна інформація викладачів	yaroslav.prytula@lnu.edu.ua https://new.mmf.lnu.edu.ua/employee/prytula-ya-h yaroslav.mykytyuk@lnu.edu.ua https://new.mmf.lnu.edu.ua/employee/mykytyuk-ya-v taras.kudryk@lnu.edu.ua https://new.mmf.lnu.edu.ua/employee/kudryk-t-s
Консультації з питань навчання по дисципліні відбуваються	Консультації в день проведення лекцій/практичних занять (за попередньою домовленістю) за адресою: м. Львів, вул. Університетська 1, ауд.374. Також можливі он-лайн консультації на платформі ZOOM. Для погодження часу консультацій слід писати на електронну пошту викладача.
Сторінка дисципліни	https://new.mmf.lnu.edu.ua/course/matematychnyy-analiz-mtm-mto-mta-mtk-2kurs
Інформація про дисципліну	Дисципліна “Математичний аналіз II: функції багатьох змінних” є нормативною навчальною дисципліною зі спеціальностей 111 – Математика та 014 – Середня освіта (Математика) для освітніх програм “Комп’ютерна алгебра, криптологія і теорія ігор”, “Комп’ютерний аналіз математичних моделей”, “Математика. Математична економіка та економетрика”, “Середня освіта (Математика)”, яка викладається в 3-му семестрі в обсязі 8 кредитів (за Європейською Кредитно-Трансферною Системою ECTS).
Коротка анотація дисципліни	Курс спрямований на оволодіння класичними методами математичного аналізу, теоретичними положеннями та основними застосуваннями математичного аналізу в різноманітних задачах математики, механіки та прикладної математики, їх використання в подальших курсах з математики та прикладної математики, сприянню розвитку логічного та аналітичного мислення студентів.
Мета та цілі дисципліни	Оволодіти класичними методами математичного аналізу для функцій багатьох змінних, теоретичними положеннями та основними застосуваннями математичного аналізу в різноманітних задачах математики, механіки та прикладної математики, їх використання в подальших курсах з математики та прикладної

	математики, сприянню розвитку логічного та аналітичного мислення студентів.
Література для вивчення дисципліни	<ol style="list-style-type: none"> 1. Дороговцев А. Я. Математичний аналіз Т. 2. Київ Либідь 1994. 2. Дороговцев А. Я. Математичний аналіз Київ Факт 2004. 3. Дороговцев А. Я. Математичний аналіз. Збірник задач. 4. Демидович Б.П. Збірник задач і вправ з математичного аналізу 5. Радченко О. М. Математичний аналіз Ч. 2. Київ ТВіМС, 2000. 6. Притула Я. Г. Лекції з математичного аналізу (рукопис)
Обсяг курсу	Загальний обсяг: 240 годин. Аудиторних занять: 128 годин, з них 64 години лекцій та 64 години лабораторних робіт. Самостійна робота: 112 годин. Кредитів – 8.
Очікувані результати навчання	<p>Після завершення цього курсу студент повинен</p> <p>знати:теоретичний матеріал, який стосується векторної алгебри, поняття бази простору та координат вектора в заданій базі; афінні системи координат, координати точок в заданій системі координат; перетворення координат; прямі на площині; прямі та площини в просторі; лінії та поверхні другого порядку; афінні відображення та їх інваріанти.</p> <p>вміти:застосовувати теоретичний матеріал до розв’язування задач, а також застосовувати методи аналітичної геометрії в інших галузях математики та фізики.</p> <p>Після успішного завершення курсу студент має набути такі загальні компетентності (ЗК) та спеціальні (фахові) компетентності (СК):</p> <p>ЗК-1 Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу;</p> <p>ЗК-2 Здатність застосовувати знання у практичних ситуаціях;</p> <p>ЗК-3 Знання й розуміння предметної області та професійної діяльності;</p> <p>ЗК-7 Здатність учитися і оволодівати сучасними знаннями;</p> <p>ЗК-9 Здатність приймати обґрунтовані рішення.</p> <p>СК-1 Здатність формулювати проблеми математично та в символній формі з метою спрощення їхнього аналізу й розв’язання;</p> <p>СК-2 Здатність подавати математичні міркування та висновки з них у формі, придатній для цільової аудиторії, а також аналізувати та обговорювати математичні міркування інших осіб, залучених до розв’язання тієї самої задачі;</p> <p>СК-3 Здатність здійснювати міркування та виокремлювати ланцюжки міркувань у математичних доведеннях на базі аксіоматичного підходу, а також розташовувати їх у логічну послідовність, у тому числі відрізняти основні ідеї від деталей і технічних викладок;</p> <p>СК-4 Здатність конструювати формальні доведення з аксіом та постулатів і відрізняти правдоподібні аргументи від формально бездоганих;</p> <p>СК-6 Здатність розробляти і досліджувати математичні моделі явищ, процесів та систем;</p>

	<p>СК-8 Здатність до аналізу математичних структур, у тому числі до оцінювання обґрунтованості й ефективності використовуваних математичних підходів.</p> <p>і програмні результати навчання (РН):</p> <p>РН-1 Знати основні етапи історичного розвитку математичних знань і парадигм, розуміти сучасні тенденції в математиці;</p> <p>РН-3 Знати принципи <i>modus ponens</i> (правило виведення логічних висловлювань) та <i>modus tollens</i> (доведення від супротивного) і використовувати умови, формулювання, висновки, доведення та наслідки математичних тверджень;</p> <p>РН-4 Розуміти фундаментальну математику на рівні, необхідному для досягнення інших вимог освітньої програми;</p> <p>РН-7 Пояснювати математичні концепції мовою, зрозумілою для нефахівців у галузі математики;</p> <p>РН-10 Розв'язувати задачі придатними математичними методами, перевіряти умови виконання математичних тверджень, коректно переносити умови та твердження на нові класи об'єктів, знаходити й аналізувати відповідності між поставленою задачею й відомими моделями;</p> <p>РН-11 Розв'язувати конкретні математичні задачі, які сформульовано у формалізованому вигляді; здійснювати базові перетворення математичних моделей;</p> <p>РН-13 Знати теоретичні основи і застосовувати методи математичного аналізу для дослідження функцій однієї та багатьох дійсних змінних.</p>
Ключові слова	Функції багатьох змінних, часткові похідні, кратні інтеграли, криволінійні і поверхневі інтеграли, ряди Фур'є.
Формат курсу	Очний, дистанційний Проведення лекцій, практичних робіт і консультацій.
Теми	Див. Схема курсу .
Підсумковий контроль, форма	Іспит у кінці семестру.
Пререквізити	Для вивчення курсу студенти потребують базових знань з шкільного курсу математики, достатніх для сприйняття основних ідей та методів математичного аналізу, а також знання курсу "Математичний аналіз I: функції однієї змінної".
Навчальні методи та техніки, які будуть використовуватися під час викладання курсу	Презентації, лекції Індивідуальні завдання Практичні заняття з розв'язування задач
Необхідне обладнання	Аудиторія обладнана дошкою та засобами написання для аудиторних занять. Комп'ютер/ планшет/ смартфон із загально вживаним програмним забезпеченням, доступ до Internet мережі, Zoom.
Критерії оцінювання (окремо для кожного виду навчальної діяльності)	Оцінювання проводиться за 100-бальною шкалою. Бали нараховуються за наступним співвідношенням: <ul style="list-style-type: none"> • написання двох контрольних робіт – 24 бали; • здача двох колоквіумів – 26 балів;

	<ul style="list-style-type: none"> • виконання екзаменаційного завдання і співбесіда –50 балів. <p>Підсумкова максимальна кількість балів – 100.</p> <p>Письмові роботи: Очікується, що студенти виконають письмові роботи: дві контрольні роботи і екзаменаційне завдання.</p> <p>Академічна доброчесність: Очікується, що роботи студентів будуть їх оригінальними дослідженнями чи міркуваннями. Відсутність посилань на використані джерела, фабрикування джерел, списування, втручання в роботу інших студентів становлять, але не обмежують, приклади можливої академічної недоброчесності. Виявлення ознак академічної недоброчесності в письмовій роботі студента є підставою для її незарахування викладачем, незалежно від масштабів плагіату чи обману.</p> <p>Відвідання занять є важливою складовою навчання. Очікується, що всі студенти відвідають усі лекції та практичні заняття курсу. Студенти повинні інформувати викладача про неможливість відвідати заняття. У будь-якому випадку студенти зобов'язані дотримуватися термінів визначених для виконання всіх видів письмових робіт та індивідуальних завдань, передбачених курсом.</p> <p>Література. Уся література, яку студенти не зможуть знайти самостійно, буде надана викладачем виключно в освітніх цілях без права її передачі третім особам. Студенти заохочуються до використання також й іншої літератури та джерел, яких немає серед рекомендованих.</p> <p>Політика виставлення балів. Враховуються бали набрані при поточному тестуванні, самостійній роботі та бали підсумкового тестування. При цьому обов'язково враховуються присутність на заняттях та активність студента під час практичного заняття; недопустимість пропусків та запізнь на заняття; користування мобільним телефоном, планшетом чи іншими мобільними пристроями під час заняття в цілях не пов'язаних з навчанням; списування та плагіат; несвочасне виконання поставленого завдання і т. ін.</p> <p>Жодні форми порушення академічної доброчесності не толеруються.</p>
<p>Питання до екзамену.</p>	<p>На екзамені виносяться усі теми курсу. Питання до екзаменів включають:</p> <ul style="list-style-type: none"> • формулювання означень основних понять курсу та подання прикладів, які ілюструють ці поняття; • формулювання теорем, викладених в цьому курсі; • знання і розуміння доведень тверджень, поданих в цьому курсі; • знання методів розв'язування задач; • вміння застосувати теоретичні знання до розв'язування практичних задач з тем, які викладені в курсі.
<p>Опитування</p>	<p>Анкету-оцінку з метою оцінювання якості курсу буде надано по завершенню курсу.</p>

Схема курсу
А. Теоретична частина
(лекції)

Тиждень, год.	Тема, план, короткі тези	Форма діяльності (заняття)* *лекція, самостійна, дискусія, групова робота)	Література (Ресурси в інтернеті)	Завдання, год.	Термін виконан ня
Перш ий, 4 год.	Тема 1. Основні поняття математичного аналізу в просторах $\mathbb{R}^2, \mathbb{R}^3$. Тема 2. Часкові похідні.	лекція	див. пункт Література для вивчення дисципліни	(8 год.)	Один тиждень
Другий, 4 год.	Тема 3. Похідні вищих порядків, диференціали формула Тейлора. Тема 4. Екстремум функцій багатьох змінних.	лекція		(8 год.)	Один тиждень
Третій, 4 год.	Тема 5. Неявні функції. Умовний екстремум. Тема 6. Простір \mathbb{R}^n . Лінійні операції, скалярний добуток. Норми.	лекція		(8 год.)	
Четверт ий, 4 год.	Тема 7. Метричний простір. Відкриті і замкнені множини. Тема 8. Границя послідовності і функції. Простори $\mathbb{R}^n, C[a, b]$.	лекція		(8 год.)	
П'ятий, 4 год.	Тема 9. Неперервні функції в метричних просторах. Критерій неперервності. Повні простори. Тема 10. Теорема Банаха про нерухому точку. Застосування	лекція		(8 год.)	
Шостий, 4 год.	Тема 11. Компактні множини. Теорема Больцано- Вайерштраса. Критерій компактності в \mathbb{R}^n . Тема 12. Властивості неперервних функцій на компактних множинах. Зв'язність і неперервність.	лекція		(8 год.)	
Сьомий , 4 год.	Тема 13. Властиві інтеграли залежні від параметра. Тема 14. Невластиві інтеграли залежні від	лекція		(8 год.)	

	параметра.				
Восьми й, 4 год.	Тема 15. Інтеграл Ейлера Тема 16. Подвійний інтеграл та зведення його до повторного.	лекція		(8 год.)	
Дев'яти й, 4 год.	Тема 17. Міра Жордана в \mathbb{R}^n . Кратний інтеграл Рімана. Тема 18. Критерій інтегровності функцій.	лекція		(8 год.)	
Десяти й, 4 год.	Тема 19. Заміна змінних в кратних інтегралах. Тема 20. Зведення кратних інтегралів до повторних.	лекція		(8 год.)	
Одинад цятий, 4 год.	Тема 21. Обчислення потрійних інтегралів, зведення до повторних, заміна змінних. Тема 22. Криволінійні інтеграли I роду.	лекція		(8 год.)	
Дванад цятий, 4 год.	Тема 23. Криволінійні інтеграли II роду. Орієнтовані криві. Формула Гріна. Тема 24. Зв'язок криволінійних інтегралів I і II роду. Незалежність криволінійних інтегралів від шляху інтегрування.	лекція		(8 год.)	
Тринад цятий, 4 год.	Тема 25. Поняття про поверхню. Площа поверхні. Тема 26. Поверхневі інтеграли I і II роду	лекція		(8 год.)	
Чотирн адцяти й, 4 год.	Тема 27. Формула Гауса-Остроградського і формула Стокса. Тема 28. Елементи теорії поля	лекція		(8 год.)	
П'ятна дцятий, 4 год	Тема 29. Ортогональні системи функцій. Ряд Фур'є, нерівність Бесселя. Тема 30. Інтеграл Діріхле. Лема Рімана.	лекція		(8 год.)	
Шістна дцятий, 4 год	Тема 31. Ознака рівномірної збіжності ряду Фур'є. Теорема Вейерштрасса про наближення функцій. Тема 32. Огляд курсу "Математичний аналіз II"	лекція		(8 год.)	

Б. Практичні заняття

Тиждень, год.	Тема, план, короткі тези	Форма діяльності (заняття)* *лекція, самостійна, дискусія, групова робота)	Література (Ресурси в інтернеті)	Завдання, год.	Термін виконан ня
Перш ий, 4 год.	Тема 1. Функції двох, трьох змінних. Область визначення. Лінії рівня. Графіки. Тема 2. Границі функцій двох, трьох змінних. Повторні і подвійні границі.	практичне	3. Дороговцев А. Я. Математичний аналіз. Збірник задач. 4. Демидович Б.П. Збірник задач і вправ з математичного аналізу	(8 год.)	Один тиждень
Другий, 4 год.	Тема 3. Неперервні і рівномірно неперервні функції. Тема 4. Частинні похідні. Диференційовні функції.	практичне	[3], [4]	(8 год.)	Один тиждень
Третій, 4 год.	Тема 5. Похідні та диференціали складних функцій. Тема 6. Диференціювання неявних функцій.	практичне	[3], [4]	(8 год.)	Один тиждень
Четверт ий, 4 год.	Тема 7. Формула Тейлора. Геометричні застосування диференціального числення. Тема 8. Дослідження на екстремум функцій багатьох змінних.	практичне	[3], [4]	(8 год.)	Один тиждень
П'ятий, 4 год.	Тема 9. Задачі на знаходження екстремумів функцій. Тема 10. Умовний екстремум.	практичне	[3], [4]	(8 год.)	Один тиждень
Шостий, 4 год.	Тема 11. Метричні простори. Відкриті і замкнені множини в метричних просторах. Тема 12. Повні простори. Компактні множини. Функції на компактних множинах.	практичне	[3], [4]	(8 год.)	Один тиждень

Сьомий 4 год.	Тема 13. Властивості означених інтегралів, залежних від параметра. Тема 14. Невластиві інтеграли, залежні від параметра.	практичне	[3], [4]	(8 год.)	Один тиждень
Восьми й, 4 год.	Тема 15. Обчислення невластивих інтегралів. Тема 16. Інтеграли Ейлера.	практичне	[3], [4]	(8 год.)	Один тиждень
Дев'яти й, 4 год.	Тема 17. Означення подвійного інтеграла. Інтегральні суми. Тема 18. Зведення подвійних інтегралів до повторних. Зміна порядку інтегрування	практичне	[3], [4]	(8 год.)	Один тиждень
Десяти й, 4 год.	Тема 19. Заміна змінних в подвійних інтегралах. Тема 20. Обчислення подвійних інтегралів.	практичне	[3], [4]	(8 год.)	Один тиждень
Одинад цятий, 4 год.	Тема 21. Обчислення площ і об'ємів за допомогою подвійних інтегралів Тема 22. Обчислення потрійних інтегралів	практичне	[3], [4]	(8 год.)	Один тиждень
Дванад- цятий, 4 год.	Тема 23. Обчислення потрійних інтегралів. Заміна змінних Тема 24. Обчислення криволінійних інтегралів I і II роду	практичне	[3], [4]	(8 год.)	Один тиждень
Тринад цятий, 4 год.	Тема 25. Незалежність криволінійних інтегралів від шляху інтегрування. Формула Гріна Тема 26. Обчислення площ поверхонь	практичне	[3], [4]	(8 год.)	Один тиждень
Чотирн адцяти й, 4 год.	Тема 27. Обчислення поверхневих інтегралів I і II роду Тема 28. Формула Стокса. Формула Остроградського. Теорія поля.	практичне	[3], [4]	(8 год.)	Один тиждень

П'ятна дцятий, 4 год	Тема 29. Ряди Фур'є Тема 30. Ряди Фур'є. Інтегралі Фур'є.	практичне	[3], [4]	(8 год.)	Один тиждень
Шістна дцятий, 4 год	Контрольна робота Аналіз контрольних робіт	практичне			