

Міністерство освіти і науки, молоді та спорту України
Львівський національний університет імені Івана Франка

В.М. Кирилич
М.О. Оліскевич

ЕКОНОМЕТРИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ
МАКРОЕКОНОМІЧНИХ ПРОЦЕСІВ:

Економічні коливання,
гроші та інфляція.
Векторні авторегресійні моделі

Навчально-методичний посібник

Львів
2012

УДК 519.862+340.43

ББК У.В 611

К 43

Рецензенти:

канд. фіз.-мат. наук *Я. Я. Притула*

(Львівський національний університет імені Івана Франка)

канд. фіз.-мат. наук *Г. І. Берегова*

(Львівський інститут банківської справи
Університету банківської справи НБУ)

*Рекомендовано до друку Вченою Радою
механіко-математичного факультету*

Львівського національного університету імені Івана Франка

Протокол № 6 від 6 червня 2012 р.

К 43 Кирилич В. М.

Економетричне моделювання макроекономічних процесів: Економічні коливання, гроші та інфляція. Векторні авторегресійні моделі : навч.-метод. посібник / В.М. Кирилич, М.О. Оліскевич. – Львів : ЛНУ імені Івана Франка, 2012. – 144с.

ISBN 978-966-613-982-8

Розглянуто аналіз теорій економічних коливань. Досліджено проблеми економетричного моделювання рядів грошової маси, інфляції, валового внутрішнього продукту та процентних ставок в Україні. Наведено основні методи дослідження векторних авторегресійних моделей, на підставі яких проведено емпіричне моделювання взаємозв'язків між показниками грошової сфери.

Для студентів, аспірантів і наукових працівників.

ISBN 978-966-613-981-1

ISBN 978-966-613-982-8

УДК 519.862+340.43

ББК У.В 611

© Кирилич В.М., Оліскевич М.О., 2012

© Львівський національний університет імені Івана Франка, 2012

Зміст

Вступ	6
1 Кейнсіанський підхід до моделювання коливань	11
1.1 Крива LM	13
1.2 Крива IS	15
1.3 Крива сукупного попиту AD	18
1.4 Наслідки зміни державних закупівель і податків . . .	19
1.5 Наслідки зміни грошової маси	22
1.6 Збурення в кейнсіанській моделі	23
1.7 Монетарна політика та інфляція	24
2 Вступ до специфікації векторної моделі грошового ринку	31
3 Дослідження поведінки грошової маси в Україні	35
4 Дослідження інфляції в Україні	41
4.1 Емпіричне дослідження індексу споживчих цін та інфляції	41
4.2 Емпіричне дослідження рівнів цін	45
4.3 Теоретичні дослідження характеру нестационарності цін та інфляції	49
5 Дослідження ряду ВВП України	53

6	Дослідження рядів процентних ставок в Україні	57
7	Аналіз векторних моделей грошового ринку	61
7.1	Аналіз випадку, за якого ряд цін є $I(2)$ процесом . . .	61
7.2	Аналіз випадку, за якого ряд цін є $I(1)$ процесом . . .	67
8	Векторні авторегресійні моделі	69
8.1	Метод максимальної правдоподібності оцінювання необмеженої VAR моделі	70
8.2	Оцінювання VAR(2) моделі грошового ринку в Україні	73
8.3	Динамічні властивості VAR моделі	78
9	Три різних ЕСМ зображення моделі грошового ринку	85
9.1	ЕСМ зображення з $m=1$	86
9.2	ЕСМ зображення з $m=2$	91
9.3	ЕСМ зображення, яке містить прискорення, темпи росту та рівні змінних	95
9.4	Взаємозв'язок між різними VAR специфікаціями . . .	99
10	Перевірка коректності VAR специфікації	101
10.1	Графічний аналіз залишків	102
10.2	Тестування кореляції залишків на підставі інформаційних критеріїв	109
10.3	Визначення довжини лага	110
10.4	Тестування адекватності моделі	114
10.5	Тестування автокореляції залишків	115
10.6	Тестування гетероскедастичності залишків	117
10.7	Тестування нормальності	119
10.8	Висновки тестувань	122
11	Аналіз VAR моделей в економетричному пакеті EViews	125
11.1	Створення VAR об'єкту	125
11.2	Оцінювання VAR моделі	127

11.3 Дослідження лагової структури VAR системи	130
11.4 Діагностичні тести	134
Висновки економетричного моделювання	140
Список літератури	141

Вступ

Сучасні економіки зазнають значних короткочасних змін у сукупному випуску продукції та зайнятості. В певні періоди випуск і зайнятість падають, тоді як безробіття зростає, проте в інші – випуск і зайнятість швидко зростають, а безробіття знижується.

Розуміння причин сукупних коливань є одним з головних завдань макроекономіки. Тому багато досліджень спрямовано на розробку теорій стосовно їхніх джерел і природи поширень. Оскільки зміни рівня виробництва нерегулярні, то сучасна макроекономіка відкидає спроби інтерпретувати коливання, як комбінації детермінованих, нестохастичних циклів різної довжини. Натомість, у сучасних дослідженнях переважає погляд, що економіка збурується внаслідок впливу стохастичних шоків різних типів і розмірів, причому ці збурення згодом поширюються на всю економіку. Проте погляди головних макроекономічних шкіл на шоки та механізми поширення збурень відрізняються.

Дослідження економічних коливань природно розпочати зі спроби пояснити їх за допомогою вальрасівської моделі, тобто конкурентної моделі без екстерналій, асиметричної інформації чи інших недосконалостей. У цьому випадку аналіз коливань не потребує жодних фундаментальних відхилень від традиційного мікроекономічного аналізу. Такою вальрасівською моделлю сукупної економіки є модель Рамсея, яка виключає не лише недосконалості ринку, а також усі результати, які можуть бути зумовлені неоднорідністю домогосподарств. Розширенню моделі Рамсея за допомогою включення до неї сукупних коливань присвячені праці Кінга, Плосера, Ребело, які досліджували наслідки використання моделі ендогенного зростання як відправного пункту для аналізу коливань.

Подальші теоретичні дослідження, які вивчали економічні коливання, присвячені модифікації моделі Рамсея за допомогою введення джерела збурень, оскільки без шоків згідно з цією моделлю економіка прямує до траєкторії збалансованого зростання, за якого випуск гладко зростає. Початкові розширення моделі (статті Кайдленда, Прескота, Лонга, Плосера, Блека) враховували шоки

технології, тобто зміни в часі виробничої функції. Подальші дослідження у цій галузі враховували також зміни у державних закупівлях (праці Айягарі, Крістіано, Ейченбаума, Бакстера, Кінга). Обидва типи шоків демонструють реальні збурення (на противагу грошовим, чи номінальним): технологічні шоки змінюють кількість виробленої продукції за заданої кількості вхідних ресурсів, а шоки державних закупівель змінюють кількість товарів, які є доступні приватній економіці за заданого рівня виробництва.

Другий напрям, в якому розширюється модель Рамсея, полягає у врахуванні, крім шоків, також варіації рівня зайнятості. Такі моделі враховують зміни у рівні зайнятості через залежність функції корисності домогосподарств не лише від обсягу їхнього споживання, а й від кількості їхньої праці; а рівень зайнятості визначають як точку перетину кривої пропозиції праці та кривої попиту на неї. Такі моделі відомі як моделі реального бізнес-циклу (або RBC моделі). Їхні дослідження зосереджуються на описі основних характеристик коливань і ґрунтуються на вальрасівському підході.

Проте серед економістів існує полеміка з такого питання: чи можна насправді зрозуміти коливання, використовуючи моделі Вальраса. Зокрема, багато макроекономістів вважає, що технологічні шоки і механізми їхнього поширення згідно з моделями реальних бізнес-циклів мають мало спільного з фактично існуючими коливаннями, і що номінальні збурення та неповна гнучкість номінальних цін і заробітних плат у відповідь на ці збурення є центральною проблемою у вивченні коливань.

Праці цих економістів присвячені кейнсіанським теоріям коливань. Одним з висновків таких моделей є те, що значна негнучкість цін і зарплат найімовірніше виникає внаслідок відхилення від моделі Вальраса. Крім того, прямими перешкодами для миттєвого номінального врегулювання слугують недосконалості на ринках товарів, кредитів і праці, що можуть значно збільшувати наслідки браку повної номінальної гнучкості. Отож, сучасні кейнсіанські теорії відрізняються від моделей реального бізнес-циклу не лише включенням перепон щодо повного номінального врегулювання, але також аналізом того, як діятиме економіка у разі відсутності

цих перепон.

Розбіжність у теоріях коливань щодо реальних шоків, на які натрапляє вальрасівська економіка, та номінальних збурень, які впливають на економіку зі значними недосконалостями, свідчить про можливість існування реальних невальрасівських теорій. Тобто, можливо для коливань важливими є не номінальні шоки та номінальна негнучкість, а інші відхилення від вальрасівської моделі, що є центральними для коливань. Низка можливих невальрасівських характеристик економіки таких, як недосконала конкуренція, екстерналії, асиметрична інформація, відхилення від раціональності, дає змогу узагальнювати реальні невальрасівські теорії коливань.

У першому розділі навчально-методичного посібника на основі кейнсіанської моделі описано основні теоретичні засади короткострокових економічних коливань, які ґрунтуються на аналізі збурень кривих сукупного попиту та сукупної пропозиції. Криву сукупного попиту визначають з системи кривих IS, що описує рівновагу на ринку товарів, та LM, що описує рівновагу на ринку грошей.

Решта розділів присвячено етапам побудови економетричної моделі, що описувала б взаємозв'язки на грошовому ринку України. Макроекономічна теорія обґрунтовує залежність між величиною грошової маси, рівнем цін, обсягом реального доходу та процентною ставкою, причому величина попиту на реальні грошові залишки є зростаючою функцією за доходом і спадною за відсотковою ставкою. Тому пропонується емпіричне моделювання базується на статистичних даних значень грошової маси, індексу споживчих цін, обсягу валового внутрішнього продукту, значень процентних ставок за депозитами та кредитами. Дані отримали на основі інформації, яку наведено на сайті Національного банку України www.bank.gov.ua.

Економетричне моделювання LM кривої за допомогою одного рівняння припускало б визначення, які зі змінних екзогенні (причини), а яка з них ендогенна (наслідок). У цій ситуації такий поділ був би неправильним. Окрім того, таке моделювання забезпечувало б лише статичний характер зв'язку між змінними. У навчально-

методичному посібнику описано моделювання залежності між грошовою масою, рівнем інфляції, валовим внутрішнім продуктом, процентними ставками за депозитами та кредитами в Україні на базі системи авторегресійних рівнянь, яка не передбачає початкового поділу змінних на ендо- та екзогенні, є динамічною та враховує вплив минулих значень змінних на їхні поточні значення.

Оскільки для сукупного моделювання важливе значення мають статистичні властивості кожного з рядів, які входять до системи, то у посібнику описано детальне дослідження характеру поведінки кожної змінної. Зокрема, Розділ 3 присвячено дослідженню грошової маси, а в Розділі 4 проаналізовано властивості рядів інфляції та рівня цін в Україні на різних часових інтервалах. Розділ 5 досліджує динаміку номінального та реального ВВП, Розділ 6 – поведінку процентних ставок.

У Розділі 7 наведено теоретичний огляд методів оцінювання VAR моделей, а також проведено емпіричне оцінювання VAR(2) моделі грошового ринку на базі українських даних. Важливе значення для будь-якого моделювання має статистична перевірка коректності специфікації. Теорія відповідних методів і статистичні критерії перевірки адекватності векторних авторегресійних моделей описано в Розділі 9. На основі їх застосування до моделі грошового ринку України проведено аналіз коректності оціненої моделі. У висновках запропоновано шляхи подальшого дослідження та вдосконалення моделі.

Реалізацію кількісних обчислень виконаного в посібнику VAR моделювання, проведено за допомогою економетричного пакета EViews. Спосіб отримання цих результатів в пакеті Eviews описано вкінці посібника (Розділ 11).

Розділ 1

Кейнсіанський підхід до моделювання коливань

Кейнсіанські моделі відрізняються від моделей реального бізнес-циклу не лише за змістом, а й способом побудови моделі. Моделі реального ділового циклу зазвичай починаються з мікроекономічних припущень щодо системи переваг домогосподарств, виробничих функцій фірм, структури ринків і кількісних змін у часі, і таким чином повністю визначаються динамічними моделями загальної рівноваги. Кейнсіанські моделі, навпаки, ґрунтуються на безпосередньому визначенні взаємозв'язків між сукупними змінними, які зазвичай статичні, а висновки моделей щодо поведінки деяких змінних, зокрема капіталу, часто виключаються з аналізу.

Ідея такого сукупного підходу до моделювання має свої переваги. По-перше, базові кейнсіанські моделі прості і їх можна проаналізувати графічно, а розв'язки навіть досить простих моделей реального ділового циклу є складними і потребують чисельних методів. По-друге, багато рис економіки ймовірно є стійкими до деталей мікроекономічного середовища. Зокрема такою є номінальна процентна ставка, яка визначає альтернативну вартість зберігання грошей. Отож, незалежно від точних причин отримання людьми грошей, кількісний попит на гроші ймовірно залежить від номі-

нальної процентної ставки. По-третє, наполягаючи на мікроекономічних основах, можна пропустити деякі важливі наслідки. У випадку попиту на гроші, наприклад, початок з мікроекономічних основ може привести нас до конкретної функціональної форми функції попиту на гроші; однак ця функціональна форма ймовірно не буде стійкою щодо обґрунтованих змін у мікроекономічних припущеннях.

Звісно, є й недоліки кейнсіанського підходу до моделювання. Без мікроекономічних основ аналіз добробуту неможливий. Крім того, для визначення споживчого попиту традиційні кейнсіанські моделі надають особливо важливу роль поточному доходу. Проте при дослідженні поведінки споживача з погляду міжчасової оптимізації за рахунок вільних позик майбутніх доходів отримуємо, що за визначених процентних ставок поточний дохід не є важливішим для визначення обсягу споживання домогосподарств за дисконтований майбутній дохід. Тому моделювання сукупних взаємозв'язків може змусити нас випустити з уваги важливі наслідки. Наприклад, той факт, що споживання безпосередньо залежить від поточного наявного доходу, не враховує тієї можливості, що тимчасові та постійні зміни доходу можуть мати різні наслідки.

Врешті-решт, сукупні взаємозв'язки можуть змінюватись внаслідок зміни структури економіки або ж політичних змін. Отож, робота з сукупними взаємозв'язками, а не з мікроекономічними припущеннями, може збити нас зі шляху при оцінці ймовірних наслідків змін у політиці.

Кейнсіанська модель традиційно представлена двома кривими: в просторі обсяг виробництва - ціна або обсяг виробництва - інфляція: крива сукупного попиту (AD) і крива сукупної пропозиції (AS). Крива AD спадна, а крива AS зростаюча. Ці криві зображено на рис. 1.1. Той факт, що крива сукупної пропозиції зростаюча, а не вертикальна, є головною особливістю моделі. Якщо крива AS вертикальна, то зміни попиту з боку економіки впливають лише на ціни. Якщо ж вона зростаюча, то зміни сукупного попиту впливають і на ціни, і на обсяг виробництва.

Крива AD узагальнює попит з боку економіки. Її виводять на

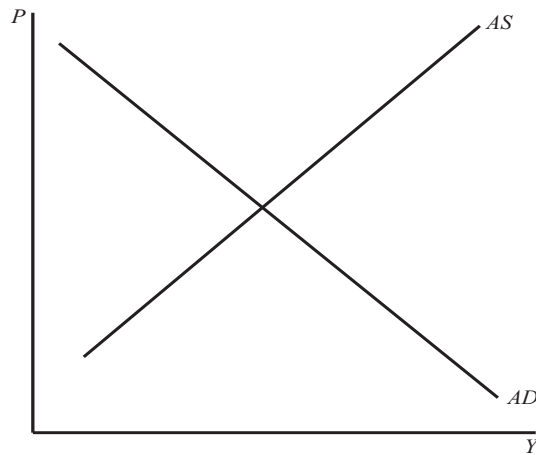


Рис. 1.1: Криві сукупної пропозиції AS і сукупного попиту AD

підставі двох кривих IS та LM: в просторі обсяг виробництва - процентна ставка, що будують для заданого рівня цін (рис. 1.2). Розглядаючи різні значення рівня цін, можна використати криві IS та LM для отримання кривої сукупного попиту AD. Хоча існує багато модифікацій і розширень моделі IS-LM, розглянемо стандартну її версію.

1.1 Крива LM

Крива LM визначає рівновагу на ринку грошей і показує комбінації обсягу випуску та процентної ставки, які призводять до рівноваги на ринку грошей за заданого рівня цін. Попит на реальні грошові залишки є спадною функцією номінальної процентної ставки. Крім того, оскільки обсяг угод більший тоді, коли вищий обсяг виробництва, то попит на реальні грошові залишки також є зростаючою функцією обсягу виробництва. Номінальну пропозицію грошей визначає уряд. Врахувавши це все, отримуємо умову рівності пропозиції та попиту на реальні грошові залишки за заданого рівня цін

$$\frac{M}{P} = L(i, Y), \quad L_i < 0, \quad L_Y > 0, \quad (1.1)$$

де M – грошова маса; P – рівень цін; Y – обсяг випуску та i – номінальна процентна ставка. За заданих M і P рівняння (1.1) описує зв'язок між процентною ставкою й обсягом випуску. Крива, яка визначає множину точок i та Y , які задовольняють (1.1) називається кривою LM. Її зображення показано на рис. 1.2. Оскільки $L(\cdot)$ спадає за i та зростає за Y , то ця крива є зростаючою. А саме, диференціюючи обидві частини (1.1) за Y , отримуємо

$$0 = L_i \left. \frac{di}{dY} \right|_{LM} + L_Y, \quad (1.2)$$

або

$$\left. \frac{di}{dY} \right|_{LM} = -\frac{L_Y}{L_i} > 0, \quad (1.3)$$

де L_i і L_Y позначають частинні похідні функції $L(\cdot)$, а $\left. \frac{di}{dY} \right|_{LM}$ позначає $\frac{di}{dY}$ вздовж кривої LM.

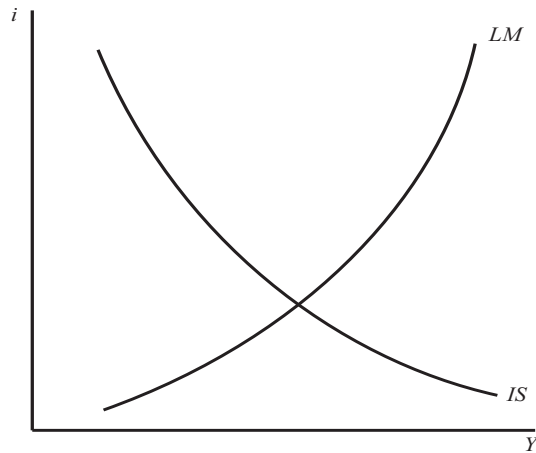


Рис. 1.2: Криві IS та LM

Отже, збільшення (за абсолютною величиною) еластичності попиту на гроші за доходом і зменшення еластичності попиту на гроші за процентною ставкою робить криву LM крутішою.

1.2 Крива IS

Крива IS визначає рівновагу на ринку товарів і показує такі комбінації обсягу випуску та процентної ставки, за яких заплановані та фактичні видатки рівні. Функція запланованих реальних видатків E є зростаючою функцією за реальним доходом Y , спадною за реальною процентною ставкою $r = i - \pi^e$, зростаючою за державними закупівлями товарів і послуг G , спадною за податками T . Тобто, можна записати

$$E = E(Y, i - \pi^e, G, T), \quad (1.4)$$

$$0 < E_Y < 1, \quad E_{i-\pi^e} < 0, \quad E_G > 0, \quad E_T < 0,$$

де очікувана інфляція π^e , державні закупівлі G та податки T вважають заданими. В загальному випадку, оскільки рівень цін визначають за допомогою моделі, то очікувану інфляцію також можна визначити всередині моделі, а не вважати заданою. Однак, вважаючи π^e заданою, ми спрощуємо аналіз моделі, не змінюючи при цьому головних висновків. Спадний (негативний) вплив реальної процентної ставки на заплановані видатки відбувається через інвестиційні рішення фірм і купівлю споживачами товарів тривалого використання. Припускаємо, що заплановані видатки зростають повільніше, ніж доходи, тобто $0 < E_Y < 1$.

У багатьох дослідженнях функцію E зображають у вигляді суми її складових частин, при цьому роблять сильні припущення щодо того, яким чином визначники запланованих видатків входять у неї. Стандартне формулювання є таке:

$$E = C(Y - T) + I(i - \pi^e) + G, \quad (1.5)$$

де $C(\cdot)$ – споживання та $I(\cdot)$ – інвестиції. Введені обмеження в цій специфікації можуть бути досить нереалістичними. Наприклад, є

чимало доказів, що реальна процентна ставка впливає на споживання, і практично неспростовні докази того, що дохід впливає на інвестиції. З іншого боку, якщо має місце рівність Рікардо, то податки не впливають на попит. Крім того, складно припускати, що дохід і податки мають однаковий, хоча і протилежний вплив на витрати. Оскільки формулювання (1.4) більш загальне, то ми використовуватимемо його в подальшому аналізі.

Якщо трактувати деякі товари як такі, що виробляє фірма, а потім переводить у придбані нею запаси, то можна вважати, що весь обсяг виробництва хтось купує. Таким чином фактичні видатки дорівнюють обсягу виробництва в економіці Y . У стані рівноваги заплановані та фактичні видатки повинні бути рівними. Якщо заплановані видатки менші від фактичних, наприклад, якщо фірми нагромаджують небажані запаси, то вони реагуватимуть у майбутньому скороченням виробництва. Отож, рівновага вимагає, щоб

$$E = Y. \quad (1.6)$$

Підставивши (1.6) в (1.4), отримаємо

$$Y = E(Y, i - \pi^e, G, T). \quad (1.7)$$

На рис. 1.3 зображено криві (1.4) і (1.6) в просторі (Y, E) за заданого рівня процентної ставки. Рівність (1.6) визначає пряму, нахилену під кутом 45° . Оскільки заплановані видатки зростають повільніше, ніж Y , то множина точок, які задовольняють (1.4), нахилена під меншим, ніж 45° кутом. Точка, в якій крива запланованих видатків перетинає пряму під кутом 45° (точка A), вказує на єдиний рівень доходу, за якого фактичні та заплановані видатки рівні за заданої процентної ставки. Модель, яка ґрунтується на рівняннях (1.4) і (1.6), називається кейнсіанським хрестом. Кейнсіанський хрест інколи також називають теорією визначення доходу. Проте це правильно лише тоді, коли можна розглядати процентну ставку як фіксовану, що не завжди доречно. Тому доцільніше розглядати кейнсіанський хрест як компонент більшої моделі.

За заданих обсягів державних закупівель G та податків T , які є інструментами фіскальної політики, рівняння (1.7) визначає зв'я-

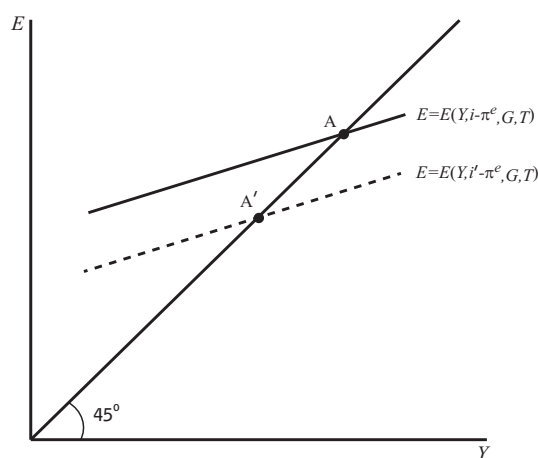


Рис. 1.3: Кейнсіанський хрест

зок між процентною ставкою й обсягом випуску. Крива, яка визначає множини точок i та Y , що задовольняють (1.7), називається кривою IS.

Збільшення процентної ставки переміщує пряму запланованих витратків вниз (оскільки $E(\cdot)$ спадна за $i - \pi^e$), а отже, зменшує рівень доходу, за якого фактичні та заплановані витатки рівні. У випадку збільшення процентної ставки від i до i' перетин двох ліній переміщується з точки A в точку A' . Отже, крива IS спадна.

Диференціюючи (1.7), отримуємо

$$\left. \frac{dY}{di} \right|_{IS} = \frac{E_{i-\pi^e}}{1 - E_Y}. \quad (1.8)$$

Оскільки це вираз для $\frac{dY}{di}$ (а не для $\frac{di}{dY}$), то звідси випливає, що крива IS пологіша, коли або $E_{i-\pi^e}$, або E_Y є більшим. Справді, чим більший вплив процентної ставки на заплановані витатки, тим більше пряма запланованих витатків зсувається вниз, а отже, більше знижується обсяг виробництва. Так само, чим стрімкіша пряма запланованих витатків, тим більше повинен впасти обсяг виробництва у відповідь на задане переміщення вниз прямої запланованих витатків, щоб досягнути точки, в якій заплановані та фактичні ви-

датки знову перебуватимуть у рівновазі, а отже, більше знижується виробництво. Цей висновок є відомим мультиплікатором: оскільки E залежить від Y , то зниження Y необхідне для відновлення рівності між E та Y є більшим, ніж величина падіння E за заданого Y .

1.3 Крива сукупного попиту AD

Перетин кривих IS та LM визначає такі значення i та Y , за яких при фіксованих M та P ринок грошей перебуває в рівновазі, а також за заданих π^e , G та T фактичні та заплановані видатки рівні між собою. Дослідимо, як криві IS та LM визначають спадний характер залежності між P та Y . Для цього розглянемо наслідки зростання P . Оскільки рівень цін не входить до функції запланованих видатків $E(\cdot)$, то крива IS не змінюється. Однак зростання рівня цін зменшує пропозицію реальних грошових залишків. Отож, для того, щоб врівноважити ринок грошей за заданого рівня доходу, треба підвищити процентну ставку, а отже, крива LM переміщується вгору. У підсумку, i зростає, а Y падає. Наслідки таких змін показано на рис. 1.4. Таким чином, рівень виробництва в точці перетину кривих IS та LM є спадною функцією від рівня цін. Саме таку залежність характеризує крива сукупного попиту AD.

Рівняння кривої AD можна знайти, якщо з рівняння кривої IS (1.1) виразити процентну ставку i як функцію від доходу Y та фіксованих π^e , G , T і підставити отриманий вираз у рівняння кривої LM (1.7). Одержимо зв'язок між доходом Y і рівнем цін P за фіксованих π^e , G , T та M . Щоб знайти нахил кривої AD, продиференціюємо (1.1) і (1.7) за P . Отримаємо два рівняння з двома невідомими

$$-\frac{M}{P^2} = L_i \left. \frac{di}{dP} \right|_{AD} + L_Y \left. \frac{dY}{dP} \right|_{AD}, \quad (1.9)$$

$$\left. \frac{dY}{dP} \right|_{AD} = E_Y \left. \frac{dY}{dP} \right|_{AD} + E_{i-\pi^e} \left. \frac{di}{dP} \right|_{AD}. \quad (1.10)$$

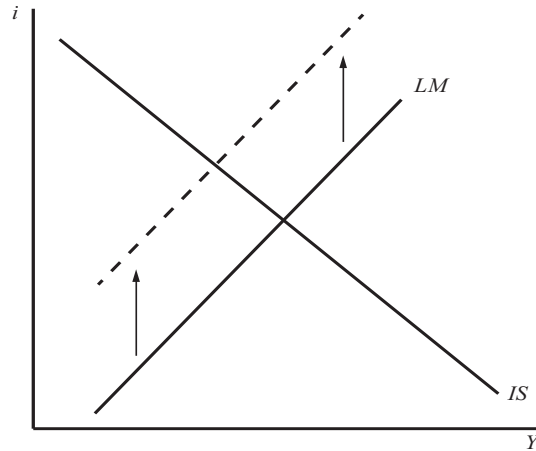


Рис. 1.4: Наслідки зростання рівня цін в моделі IS - LM

Розв'язавши їх, отримаємо

$$\left. \frac{dY}{dP} \right|_{AD} = \frac{-M/P^2}{[(1 - E_Y)L_i/E_{i-\pi^e}] + L_Y}. \quad (1.11)$$

Цей вираз визначає нахил кривої сукупного попиту. Оскільки він від'ємний, то крива сукупного попиту AD є спадною, як це показано на рис. 1.1.

1.4 Наслідки зміни державних закупівель і податків

Криві IS та LM визначають модель сукупного попиту, яку можна використовувати для аналізу заходів фінансової політики. Розглянемо випадок зростання обсягу державних закупівель. Зростання G збільшує заплановані видатки E за заданих рівнів виробництва Y та процентної ставки i . Отже, пряма запланованих видатків на рис. 1.3 переміщується вгору, а отже, рівень Y , при якому фактичні та заплановані видатки рівні за заданого рівня процентної ставки, буде вищим. Таким чином, крива IS переміщується вправо. Оскільки

ки крива LM не залежить від змін G , то вона не рухається і отримаємо переміщення точки рівноваги, що зумовлює зростання Y та i , як це показано на рис. 1.5.

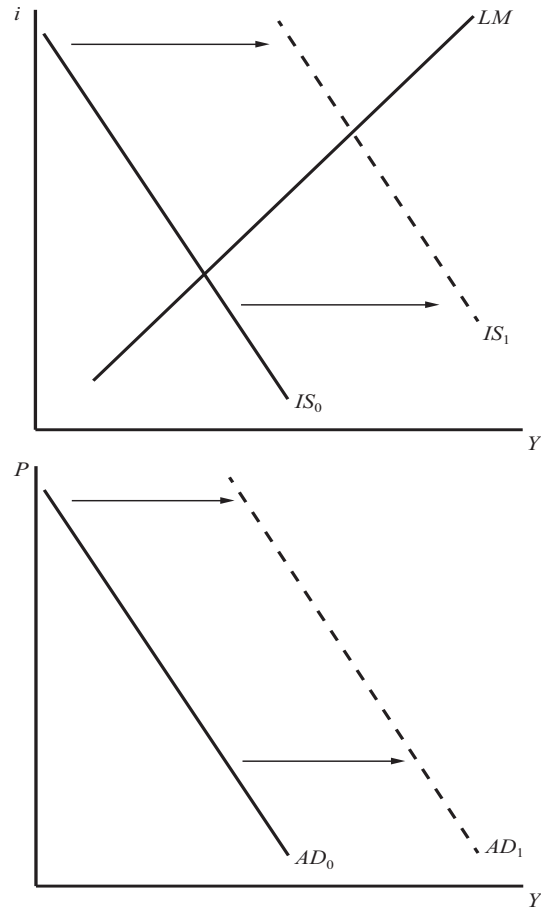


Рис. 1.5: Наслідки зростання обсягу державних закупівель у моделі IS - LM

Щоб знайти величини зміни доходу та процентної ставки при зростанні державних закупівель, продиференціюємо (1.1) і (1.7) за G . Отримаємо систему рівнянь

$$0 = L_i \left. \frac{di}{dG} \right|_{AD} + L_Y \left. \frac{dY}{dG} \right|_{AD}, \quad (1.12)$$

$$\left. \frac{dY}{dG} \right|_{AD} = E_Y \left. \frac{dY}{dG} \right|_{AD} + E_{i-\pi^e} \left. \frac{di}{dG} \right|_{AD} + E_G. \quad (1.13)$$

Розв'язуючи їх стосовно dY/dG , одержимо

$$\left. \frac{dY}{dG} \right|_{AD} (L_i - L_i E_Y + E_{i-\pi^e} L_Y) = E_G L_i,$$

звідки отримаємо значення мультиплікатора державних видатків

$$\left. \frac{dY}{dG} \right|_{AD} = \frac{E_G L_i}{L_i(1 - E_Y) + E_{i-\pi^e} L_Y}. \quad (1.14)$$

Оскільки $E_G > 0$, $L_i < 0$, то чисельник (1.14) від'ємний. Позаяк $0 < E_Y < 1$ і $E_{i-\pi^e} < 0$, $L_Y > 0$, то знаменник (1.14) також від'ємний. А отже, граничний вплив зростання державних закупівель на дохід – додатний.

Підставивши (1.14) в (1.12), одержимо

$$\left. \frac{di}{dG} \right|_{AD} = -\frac{E_G L_Y}{L_i(1 - E_Y) + E_{i-\pi^e} L_Y}. \quad (1.15)$$

Цей вираз також є додатним, оскільки $L_Y > 0$. Тому зі збільшенням державних закупівель процентна ставка також зростає.

Отже, у випадку збільшення G відбувається зсув кривої IS, за якого збільшується Y та i , тому за заданого рівня цін крива AD рухається вправо. Графіки кривих IS і LM побудовані для заданого значення P . Отож, величина, на яку зростає обсяг виробництва на графіку IS-LM, така сама, як і величина, на яку зсувається вправо крива сукупного попиту за визначеного значення P .

Величини, які вимірюють вплив зміни податків на дохід і процентну ставку, одержують аналогічно. А саме,

$$\begin{aligned}\frac{dY}{dT}\Big|_{AD} &= \frac{E_T L_i}{L_i(1 - E_Y) + E_{i-\pi^e} L_Y}, \\ \frac{di}{dT}\Big|_{AD} &= -\frac{E_T L_Y}{L_i(1 - E_Y) + E_{i-\pi^e} L_Y}.\end{aligned}$$

Величина dY/dT є мультиплікатором податків, і оскільки $E_T < 0$, то граничний вплив зміни податків протилежний до граничного впливу зміни державних закупівель. У випадку зниження податків отримаємо зростання доходу та процентної ставки, що спричинюватиме рух кривої IS, а відтак і рух кривої AD вправо.

1.5 Наслідки зміни грошової маси

Дослідимо також вплив заходів монетарної політики, яка супроводжується збільшенням грошової маси M . Продиференціювавши (1.1) і (1.7) за M , отримаємо систему рівнянь

$$\begin{aligned}\frac{1}{P} &= L_i \frac{di}{dM}\Big|_{AD} + L_Y \frac{dY}{dM}\Big|_{AD}, \\ \frac{dY}{dM}\Big|_{AD} &= E_Y \frac{dY}{dM}\Big|_{AD} + E_{i-\pi^e} \frac{di}{dM}\Big|_{AD}.\end{aligned}$$

Розв'язавши, одержимо

$$\begin{aligned}\frac{dY}{dM}\Big|_{AD} &= \frac{1}{P} \frac{E_{i-\pi^e}}{L_i(1 - E_Y) + E_{i-\pi^e} L_Y}, \\ \frac{di}{dM}\Big|_{AD} &= \frac{1}{P} \frac{1 - E_Y}{L_i(1 - E_Y) + E_{i-\pi^e} L_Y}.\end{aligned}$$

Отже, граничний вплив зростання грошової маси на дохід додатний, а на процентну ставку від'ємний. Зауважимо, що зростання грошової маси спричинює рух вправо кривої LM, а крива IS не змінює свого положення. Тому крива сукупного попиту AD також переміщується вправо.

Вплив зміни сукупного попиту на обсяг виробництва і рівень цін залежить від кривої сукупної пропозиції. Якщо крива сукупної пропозиції вертикальна, то лише рівень цін зростає. Якщо ж вона зростаюча, а не вертикальна, то і обсяг виробництва, й рівень цін зростають.

Отож, неповна гнучкість номінальних цін створює новий шлях впливу шоків на обсяг виробництва. З деяких причин, номінальні ціни не повністю гнучкі в короткостроковому періоді. У підсумку будь-яка зміна попиту на товар за заданого рівня цін впливає на обсяг виробництва. З іншого боку, міжчасове заміщення та ефект доходу, які керують динамікою зайнятості в моделях реального ділового циклу, відповідають впливам державних закупівель на криву сукупної пропозиції, тобто впливають не на кількість виробленої продукції, яку домогосподарства та фірми хочуть купити за заданого рівня цін, а на кількість, яку фірми хочуть виробляти за заданого рівня цін.

1.6 Збурення в кейнсіанській моделі

Модель IS-LM передбачає багато потенційних джерел коливань. Це можуть бути: зміни у монетарній і фіскальній політиці, шоки в інвестиційному попиті, зсуви функції попиту на гроші і т. д. В повній моделі IS-LM-AS додаються також зсуви сукупної пропозиції. Емпіричні стандартні кейнсіанські показники макроекономічних коливань, які відбулися на практиці, зазвичай засвідчують важливу роль різних видів шоків. Таким чином, на відміну від підходу реального ділового циклу, кейнсіанський аналіз зазвичай не приписує більшу частину коливань малій кількості типів збурень. Важливим винятком є монетаристський погляд, за якого шоки в монетарній політиці визначаються як рушійна сила більшості коливань.

Той факт, що кейнсіанський аналіз допускає багато різних шоків, означає, що здебільшого вони не наводять конкретних прогнозів щодо відносних величин змін різних змінних або щодо того, як зміни змінних пов'язані між собою: в моделях різні шоки зумовлюють різні схеми змін. Тому кейнсіанські моделі не описують за

допомогою калібрувального підходу, який застосовують в аналізі моделей реальних бізнес-циклів. Замість цього їх зазвичай оцінюють за успіхом при описі впливів окремих видів збурень. Зокрема, в багатьох дослідженнях тестують наслідки моделей щодо впливів монетарних шоків. Іншим прикладом є те, що моделі часто оцінюють за їхнім успіхом при поясненні поведінки виробництва та інфляції, враховуючи головні шоки, які у цьому разі траплялися.

1.7 Монетарна політика та інфляція

Інфляція та безробіття належать до головних тем макроекономіки. Вони належать до головних турбот політиків і громадськості, тому й стали темою багатьох досліджень. У дослідженнях економічних коливань простежуються різні можливі джерела швидкої зміни руху обох параметрів. Розглянемо, які чинники визначають їхні середні рівні в довгостроковому періоді.

Значні коливання інфляції притаманні всім країнам і відбуваються увесь час. Покажемо, чому інфляція майже завжди є результатом швидкого приросту пропозиції грошової маси, а також дослідимо результати впливу зростання величини грошової маси на інфляцію, реальні грошові залишки та процентні ставки.

Дослідження зв'язку між причинами інфляції і приростом пропозиції грошової маси засвідчують, що середні показники інфляції в деякі періоди часу для більшості країн були вищими, ніж соціально-оптимальні. Більшість економістів вважає, що коливання інфляції залежать здебільшого від приросту грошової маси та виводять теоретичну залежність інфляції і монетарної політики. В літературі два головні пояснення існування такої залежності. Перше наголошує на взаємозв'язку між доходом і інфляцією. Якщо монетарна політика дає реальні результати (або якщо уряд вірить, що даватиме), то політики можуть збільшити пропозицію грошей, щоб збільшити обсяг виробництва. Розглядають також теорії виникнення інфляції внаслідок вибору альтернативного варіанту, що акцентують увагу на динамічній доцільності політики низької інфляції. Також досліджуються політичні питання, які виникають,

коли грошово-кредитна політика дає реальні результати, особливо питання, що пов'язані з важелями впливу політиків на реальний обсяг виробництва для утримання інфляції на низькому рівні і того, як треба проводити грошово-кредитну політику, коли економіка зазнає збурень. Пояснення швидкого приросту грошової маси ґрунтується на сеньйоражі (збільшення доходів держави за рахунок емісії грошей). Цю теорію використовують для пояснення причин гіперінфляції.

Інфляція є важливою і її вагомість в економіці значна. Економісти описують різні потенційні втрати від інфляції, а також пояснюють вплив на неї активних дій політиків, ділових кіл і громадськості.

Інфляція, зростання грошової маси та номінальні процентні ставки

Потенційні джерела інфляції визначаються сукупною пропозицією і сукупним попитом. Оскільки нас більше цікавлять ціни, а не обсяг продукції, то питання, чи крива сукупної пропозиції вертикальна, чи зростаюча не має особливого значення. В будь-якому випадку і розширення сукупного попиту, і зменшення сукупної пропозиції підвищують рівень цін.

Існує багато потенційних джерел виникнення інфляції. Негативні технологічні збурення, переміщення вниз пропозиції праці, позитивні шоки відносних витрат, а також інші чинники, які переміщують криву сукупної пропозиції вліво, спричинюють інфляцію; те саме стосується зростання грошової маси, додатних переміщень попиту на гроші, зростання державних закупівель, а також інших чинників, які переміщують криву сукупного попиту вправо.

У довгостроковому періоді економісти зазвичай розглядають залежність інфляції лише від одного чинника - зростання пропозиції грошей. Причиною такого узагальнення є те, що ніякий інший чинник не призводить до тривалого зростання рівня цін. Повторне зростання цін потребує або повторного падіння сукупної пропозиції, або повторного зростання сукупного попиту. За даної технології виробництва повторне падіння сукупної пропозиції фактично не можливе. І хоча існує багато чинників, які можуть збільшити

сукупний попит, більшість з них обмежені. Наприклад, неможливе повторне велике зростання сукупного попиту внаслідок зростання державних закупівель, або зниження податків тому, що ці змінні мають практичні ліміти. Державні закупівлі не можуть перевищити повний випуск продукції, а податки не можуть бути від'ємними. А от пропозиція маси грошей може вирости майже до будь-якої величини. На практиці вже спостерігалися величезні зміни грошової маси, які призводили як до її зменшення протягом деяких дефляцій, так і до збільшення протягом гіперінфляцій.

Для дослідження питання, чому пропозиція грошової маси є вирішальним чинником впливу на інфляцію, розглянемо грошовий ринок. Умова рівноваги на ринку грошей описується кривою LM

$$\frac{M}{P} = L(i, Y), \quad (1.16)$$

де M – грошова маса; P – рівень цін; i – номінальна процентна ставка; Y – реальний обсяг виробництва і $L(\cdot)$ – функція попиту на реальні грошові залишки. За цієї умови рівень цін дорівнює

$$P = \frac{M}{L(i, Y)}. \quad (1.17)$$

Оцінки функції попиту на гроші засвідчують, що еластичність попиту грошей стосовно доходу близька до 1, а стосовно процентної ставки становить приблизно 0,2. Для того, щоб у деякий період часу рівень цін зріс вдвічі, без зміни пропозиції грошей, реальний обсяг продукції повинен зменшитись вдвічі, або номінальна процентна ставка повинна зрости з коефіцієнтом приблизно 32. Або ж попит на реальні грошові залишки за заданої номінальної процентної ставки і за заданого обсягу продукції повинен впасти вдвічі. Всі ці варіанти на практиці фактично неможливі. З іншого боку, збільшення вдвічі грошової маси за окремі роки при помірній інфляції або за декілька днів при високій гіперінфляції явище загальновідоме.

Зростання грошової маси відіграє особливу роль у визначенні інфляції не лише тому, що гроші впливають на ціни більш безпосередньо, ніж інші чинники, а й через те, що емпірично зміни в

зростанні грошової маси в більшості випадків призводять до змін в зростанні сукупного попиту.

Оскільки інфляцію здебільшого визначає зростання грошової маси, то розглянемо цей вплив детальніше, а саме дослідимо зв'язки між приростом номінальної грошової маси, динамікою інфляції, реальної та номінальної процентних ставок і реальними грошовими залишками.

Розглянемо випадок, коли ціни цілком гнучкі, що властиво для довгострокового періоду. Як відомо з аналізу економічних коливань, це припущення означає, що пропозиція грошей не впливає на реальний обсяг виробництва і на реальну процентну ставку. Для спрощення, припускатимемо, що ці змінні константи, і позначатимемо їх \bar{Y} і \bar{r} , відповідно.

За означенням реальна процентна ставка - це різниця між номінальною процентною ставкою й очікуваним темпом інфляції, тобто $r \equiv i - \pi^e$, або

$$i \equiv r + \pi^e. \quad (1.18)$$

Рівняння (1.18) називають рівнянням Фішера.

Використовуючи (1.18) та припущення, що r і Y константи, (1.17) можна переписати у вигляді

$$P = \frac{M}{L(\bar{r} + \pi^e, \bar{Y})}. \quad (1.19)$$

Припустимо, що початкові M і P зростають з однаковим темпом (так, що M/P стала), тоді π^e дорівнює темпу фактичної інфляції. Далі припустимо, що в деякий момент часу t_0 відбулося постійне збільшення темпу росту грошової маси (рис. 1.6). Оскільки після зміни M зростає з новим сталим темпом, r та Y стали за припущенням, а π^e дорівнюватиме новому темпу зростання грошової маси, то M/P стала. Тому з (1.19) випливає, що P повинно зростати з тим самим темпом, що й M .

Дослідимо, що ж відбувається в момент зміни. Оскільки рівень цін зростає швидше після змін, ніж до того як вони відбулися, очікуваний темп інфляції робить стрибок у момент цих змін. Тому

номінальна процентна ставка також робить стрибок вгору, а, отже, величина реальних грошових залишків раптово зменшується. Оскільки M змінюється не раптово, то P повинен зробити стрибок у момент змін. Графічне зображення описаних змін узагальнено на рис. 1.6.

Цей аналіз дає змогу зробити два висновки. По-перше, зміни в інфляції, що є результатом зміни темпу росту грошової маси, спричинюють такі самі зміни в номінальній процентній ставці. Гіпотеза про те, що інфляція взаємно-однозначно впливає на номінальну процентну ставку, відома як ефект Фішера. Вона впливає з тотожності Фішера і з припущення, що інфляція не впливає на реальну процентну ставку. По-друге, значне збільшення темпу росту номінальних грошей впливає на реальну величину грошей. Зростання темпу росту грошової маси збільшує очікувану інфляцію, тобто збільшує номінальну процентну ставку. Це спричиняє збільшення вартості утримування грошей, що зменшує величину реальних грошових залишків, якими індивідууми хочуть володіти. Отже, рівновага потребує, щоб ціни P зросли на більшу величину ніж зростає M . Тому повинен існувати період, коли інфляція перевищує темп зростання грошової маси. В нашій моделі це відбувається в момент збільшення темпу росту грошової маси. В інших моделях, де ціни не цілком гнучкі, це відбувається протягом певного періоду.

Висновок полягає в тому, що протягом деякого тимчасового періоду зниження темпу інфляції може супроводжуватися високим темпом зростання грошової маси. Дослідимо випадок, в якому фіксованою є не траєкторія руху грошової маси, а траєкторія руху рівня цін, що, безсумнівно, є більш бажаним для громадськості. Припустимо, що політики хочуть зменшити темп інфляції так, щоб рівень цін не змінювався раптово. Визначимо, як у цьому разі має змінитись M . Зниження інфляції зменшить очікувану інфляцію, тому знизиться номінальна процентна ставка і підвищиться попит на реальні грошові залишки. З умови рівноваги на ринку грошей $M = PL(i, Y)$ впливає таке: оскільки $L(i, Y)$ зростає раптово, а P не робить стрибок, то M повинна стрибнути. Далі, щоб зберегти цей рівень інфляції, грошова маса, починаючи з деякого вищого

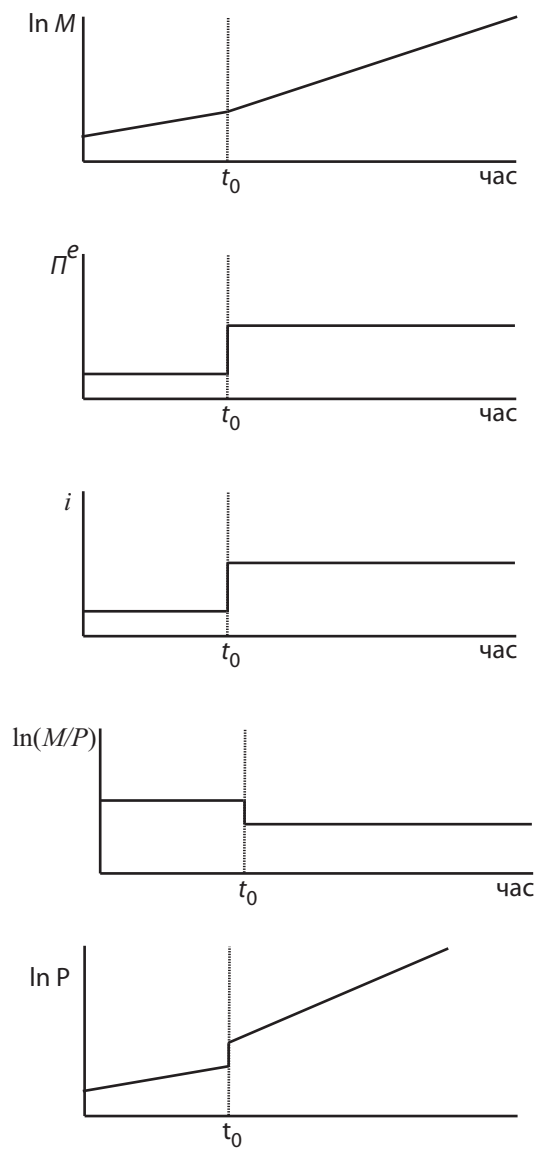


Рис. 1.6: Наслідки зміни темпу зростання грошової маси

за початковий рівень, повинна рости повільніше. Тому монетарна політика, яка спрямована на постійне зменшення темпу інфляції, може полягати в раптовому збільшенні пропозиції грошової маси, яка після стрибка зростатиме з низьким темпом.

Розділ 2

Вступ до специфікації векторної моделі грошового ринку

Мета нашого емпіричного дослідження – побудувати економетричну модель грошового ринку в Україні. Згідно з макроекономічною теоретичною LM моделлю існує зв'язок між величиною грошової маси, інфляцією, обсягом валового внутрішнього продукту та процентними ставками. Проте моделювання такого зв'язку за допомогою одного рівняння потребує визначення, які зі змінних екзогенні (причини), а яка ендогенна (наслідок). Оскільки такий поділ змінних не є економічно обґрунтованим і згідно з кейнсіанськими моделями кожна зі змінних може зазнавати збурень, які впливатимуть на всю економіку, то моделювання співвідношення між показниками грошової сфери треба проводити не за допомогою одного рівняння, а за допомогою системи рівнянь, кожне з яких враховуватиме вплив певних шоків. Крім того, цей зв'язок не є лише статичним і потребує динамічного дослідження. Тому для його моделювання доцільно враховувати вплив лагових значень змінних, які спостерігали в попередні моменти часу. Для реалізації такого моделювання застосовуватимемо векторні авторегресійні моделі.

Надалі в багатовимірному коінтеграційному аналізі моделі по-

питу на гроші ми використовуватимемо вектор часових рядів

$$\mathbf{X}_t = [M, P, Y, R_d, R_k]_t, \quad t = 1, \dots, T,$$

де M, P, Y, R_d, R_k – ряди грошової маси, цін, валового внутрішнього продукту та процентних ставок за депозитами та кредитами, відповідно. У моделі всі змінні розглядатимуться як стохастичні, і зі статистичного погляду при їхньому моделюванні не буде чіткого поділу на ендогенні чи екзогенні. Ми також розглядатимемо два незалежні шоки u_1 і u_2 , де u_1 позначатиме номінальний шок зумовлений постійним зміщенням кривої AD, а u_2 позначатиме реальний шок, зумовлений постійним зміщенням кривої AS.

Перед тим як моделювати дані за допомогою векторної системи, треба дослідити властивості окремих рядів, які входять до неї. Головне питання, яке при цьому потребує особливого дослідження – це визначення характеру нестационарності ряду, що пов'язане його часовою залежністю.

Часовий ряд називають коваріаційно стаціонарним (або слабо стаціонарним), якщо математичне сподівання та автоковаріації ряду для усіх t не залежать від часу. Проте більшість часових рядів, які характеризують економічні величини, не є такими, і зміна їхніх значень впродовж деякого проміжку часу має певну тенденцію.

Залежність макроекономічних даних від часу статистично можна описати за допомогою стохастичних процесів. Проте треба відрізнити чи економічна величина є трендово-стаціонарною, тобто перетворюється в стаціонарну після видалення тренда, чи нестационарною змінною зі стохастичною залежністю від часу.

У практичних дослідженнях змінні класифікують як нестационарні, якщо вони виявляють високий ступінь часової залежності (незначущі повернення до середнього), а змінні, які мають значущу тенденцію повернення до середнього значення (тобто часто перетинають лінію свого середнього) розглядають як стаціонарні. Важливо наголосити, що стаціонарність, нестационарність або як альтернатива порядок інтеграції змінної не є економічною властивістю змінної, а доцільною статистичною моделлю, яка дає змогу розрізнити короткострокові, середньострокові та довгострокові зміни в даних.

Більшість макроекономічних змінних можна розкласти на трендову T , циклічну C , сезонну S і нерегулярну E компоненти

$$X = T \times C \times S \times E.$$

В звичайному аналізі трендову складову T зазвичай розглядають як детерміновану нестационарність, проте вона може бути як детермінованою T_d , так і стохастичною T_s , тобто $T = T_s \times T_d$. Циклічна компонента може бути довготривалою (зокрема 6 - 10 років) і це так званий довгий цикл C_l , і менш тривалою (3-5 років), короткий цикл C_s , тобто $C = C_l \times C_s$. Відмінність між короткими і довгими циклами полягає в тому, що на часовому проміжку, який досліджують, довгий цикл можна трактувати як нестационарну змінну, а короткий цикл – як стаціонарну змінну.

Для логарифмів ряду використовують адитивне зображення

$$x = (t_s + t_d) + (c_l + c_s) + s + e, \quad (2.1)$$

де малі літери означатимуть те, що розглядається логарифмічне перетворення змінних, тобто $x = \ln X$.

В аналізі часових рядів стохастична залежність змінних від часу має найважливіше значення, у цьому разі детермінований тренд визначає ненульовий середній темп росту, який зазвичай наявний в економічних даних.

Для дослідження стохастичного тренда треба відрізнити непередбачені шоки з постійним ефектом (збурення системи з тривалим впливом) і непередбачені шоки з тимчасовим ефектом (короткострокове збурення системи). Постійний шок, за визначенням, це шок, який має тривалий ефект впливу на рівень змінної, тоді як вплив тимчасового шоку зникає або під час наступного періоду, або протягом найближчих декількох періодів. Наприклад, податок, який стягують лише в певному періоді, а в наступних періодах його сплата відміняється, визначатиме тимчасовий шок цін. Це пояснюється тим, що ціни зростатимуть тимчасово, але повернуться до попереднього рівня після того, як податок відмінили. Отож, тимчасовий шок можна описати як шок, що відбувається двічі, але з

протилежними знаками. При підсумовуванні такий шок зникає і не матиме впливу.

Часовий ряд, що описує нагромадження постійних випадкових шоків з нульовим середнім і постійною дисперсією, називають стохастичним трендом. Якщо постійний шок має ненульове середнє (математичне сподівання), то цю компоненту описують за допомогою лінійної детермінованої трендової складової. Отож, різниця між стохастичним і детермінованим трендом полягає в тому, що зростання згідно зі стохастичним трендом відбувається випадково, а детермінований тренд – постійний у часі.

Розділ 3

Дослідження поведінки грошової маси в Україні

Розглянемо застосування теорії часових рядів для українського ринку грошей.

Для аналізу зміни руху грошей на певну дату і за певний період у фінансовій статистиці спочатку в економічно розвинутих країнах, а надалі і в Україні, стали використовувати грошові агрегати M0, M1, M2, M3, M4. Агрегат M0 охоплює готівкові кошти в обігу: банкноти, металеві монети, в деяких країнах казначейські білети. Агрегат M1 складається з агрегату M0 і засобів на поточних рахунках банків. Саме агрегат M1 обслуговує операції з реалізації валового внутрішнього продукту (ВВП), розподілу та перерозподілу національного доходу, накопичення та споживання. Агрегат M2 містить M1, термінові та заощаджувальні депозити в комерційних банках, а також короткострокові державні цінні папери. Агрегат M3 містить M2, заощаджувальні вклади в спеціалізованих кредитних закладах, а також цінні папери, які обертаються на грошовому ринку, в тім числі комерційні векселі, які виписують підприємства. Агрегат M4 дорівнює M3 плюс різні форми депозитів у кредитних закладах.

Для аналізу поведінки та побудови моделі грошової маси в Україні оберемо показник M2. Динаміку його місячних даних у млн.грн.

впродовж 2001 – 2011 років зображено на рис 3.1.

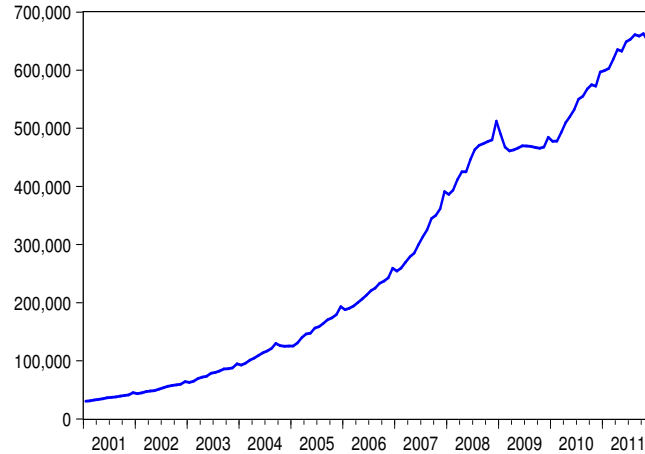


Рис. 3.1: Динаміка значень грошової маси (агрегат M2) впродовж 2001 – 2011 років

Ряд значень грошової маси позначатимемо M_t , а ряд його логарифмів позначатимемо $lnm_t = \ln M_t$, або просто малою літерою $m_t = \ln M_t$, що прийнято в емпіричному аналізі.

Дослідимо стаціонарність ряду грошової маси M_t . Динаміка цього ряду, яка зображена на рис. 3.1, засвідчує, що з плином часу значення показника плавно зростають. Така поведінка, зазвичай, зумовлена нестационарністю, причиною якої може бути наявність детермінованого або стохастичного тренда, або обох.

Наявність в економічних рядах стохастичного тренда пояснюється акумулюванням випадкових постійних шоків, середнє яких дорівнює нулю, що спричинено циклами виробничо-фінансової активності. Оскільки невраховування або трактування стохастичного тренда як детермінованих змін є помилковим і призводить до неправильних висновків, то у цьому дослідженні важливим є тестування ряду на одиничний корінь, наявність якого свідчить про стохастичний тренд.

Оскільки ряд грошової маси характеризується сезонністю, то, обчисливши сезонні місячні фактори й усунувши їх з ряду, досліджуватимемо ряди грошової маси, що скореговані на сезонний фактор, які і надалі позначатимемо M_t і m_t , відповідно. Для перевірки рядів на одиничний корінь використаємо розширений тест Дікі-Фулера. Порівнюючи обчислені значення статистики з критичними значеннями, робимо висновок про наявність одиничного кореня в часових рядах M_t і m_t . Зокрема, результати такого тестування, що враховує перетин і тренд, для скорегованого на сезонність ряду логарифмів грошової маси наведено в табл. 3.1.

Оскільки ряди M_t та m_t містять одиничний корінь, то для подальшого аналізу розглядатимемо часові ряди, які визначають їхні прирости, тобто перші різниці значень грошової маси M_t та їхніх логарифмів m_t відповідно скорегованих на сезонність. Динаміку рядів ΔM_t та Δm_t зображено на рис 3.2.



Рис. 3.2: Динаміка впродовж 2001 – 2011 р.:

- а) приростів грошової маси ΔM_t ,
- б) темпів росту грошової маси Δm_t

Зауважимо, що перші різниці логарифмів значень грошової маси визначають темпи росту грошової маси, тобто

$$\Delta m_t = \Delta \ln M_t = \ln M_t - \ln M_{t-1} = \ln \frac{M_t}{M_{t-1}}.$$

Таблиця 3.1: Результати тестування одиничного кореня
в рівнях ряду m_t

Null Hypothesis: LNMSA has a unit root		
Exogenous: Constant, Linear Trend		
Lag Length: 1(Automatic – based on SIC, maxlag=12)		
	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	0,511154	0,9993
Test critical values:	1% level	-4,030157
	5% level	-3,444756
	10% level	-3,147221

*MacKinnon (1996) one-sided p-values.

Augmented Dickey-Fuller Test Equation
Dependent Variable: D(LNMSA)
Method: Least Squares
Sample(adjusted):2001M03 2011M12
Included observations: 130 after adjustments

Variable	Coefficient	Std. Error	t-Statistic	Prob.
LNMSA(-1)	0,004604	0,009007	0,511154	0,6101
D(LNMSA(-1))	0,214914	0,088334	2,432953	0,0164
C	-0,019409	0,094288	-0,205850	0,8372
@TREND(2001M01)	-0,000275	0,000229	-1,201933	0,2316
R-squared	0,228891	Mean dependent var		0,023338
Adjusted R-squared	0,210532	S.D. dependent var		0,017965
S. E. of regression	0,015962	Akaike info criterion		-5,406946
Sum square resid	0.032102	Schwarz criterion		-5.318714
Log likelihood	355,4515	Hannan-Quinn criter.		-5,371094
F-statistic	12,46703	Durbin-Watson stat		2,055028
Prob(F-statistic)	0,000000			

Графічний аналіз поведінки ряду ΔM_t засвідчує, що дисперсія його коливань з часом зростає. Статистичне дослідження на підставі тестування відповідних гіпотез виявило, що математичне

сподівання та дисперсія ряду ΔM_t на різних часових проміжках є різними, тому цей ряд не є стаціонарним.

Ряд темпів росту грошової маси Δm_t є стаціонарним, що підтверджують статистики тестування сталості математичного сподівання та дисперсії, а також значення статистики Дікі-Фуллера тестування одиничного кореня в цьому ряді на підставі моделі з перетином (табл. 3.2). Отже, ряд m_t є інтегрований першого порядку, тобто $m_t \sim I(1)$.

Таблиця 3.2: Результати тесту Дікі-Фуллера в перших різницях ряду m_t

Null Hypothesis: D(LNMSA) has a unit root		
Exogenous: Constant		
Lag Length: 0(Automatic – based on SIC, maxlag=12)		
	t-Statistic	Prob.*
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-7.680947	0.0000
Test critical values:		
1% level	-3,481217	
5% level	-2,883753	
10% level	-2,578694	

Зауважимо, що середнє ряду Δm_t статистично значущо не дорівнює нулю, що свідчить про наявність, крім стохастичного тренда також і детермінованого тренда в значеннях ряду логарифмів грошової маси m_t , і що спричинює сталий ненульовий темп росту грошової маси.

Оскільки ряд характеризується детермінованим трендом, виділимо його за допомогою фільтра Годріка-Прескота. На рис 3.3 синім кольором зображено скорегований на сезонність ряд логарифмів грошової маси m_t . Червоним кольором показано його детерміновану (у цьому випадку нелінійну) трендову компоненту. Зелена лінія – це скорегований на тренд ряд m_t , що відображає коливання грошової маси навколо її лінії тренда, і як видно з рисунка (а

також це підтверджує відповідне значення ADF статистики) характеризується циклами, що спричинені стохастичним трендом.

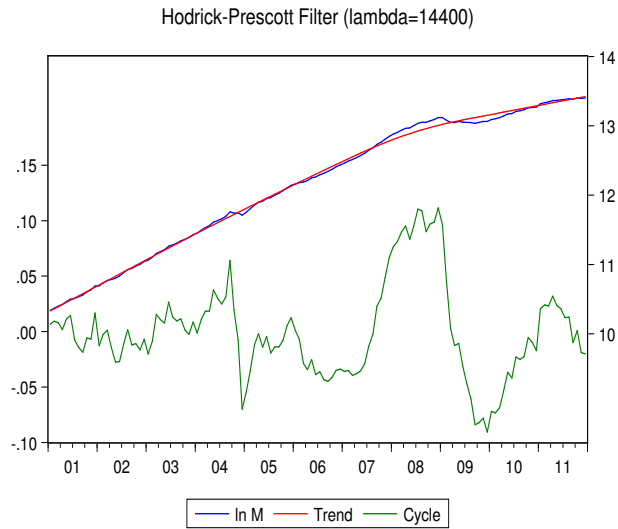


Рис. 3.3: Результат видалення тренда з ряду m_t за допомогою фільтра Годріка-Прескота

Це дослідження виявило, що врахування лише детермінованого тренда (навіть, нелінійного як у цьому випадку) не дає правильного шляху моделювання; якщо в початковому ряді наявний одиничний корінь, то стохастичний тренд все ж таки залишиться в ряді залишків моделей, які враховують лише детерміновані зміни.

Розділ 4

Дослідження інфляції в Україні

4.1 Емпіричне дослідження індексу споживчих цін та інфляції

Дослідимо ряд індексу споживчих цін ІСЦ, який вимірює зміну рівня цін в Україні. Динаміку ряду ІСЦ, починаючи з кінця 1991 р. до грудня 2011 р. (245 спостережень) зображено на рис. 4.1.

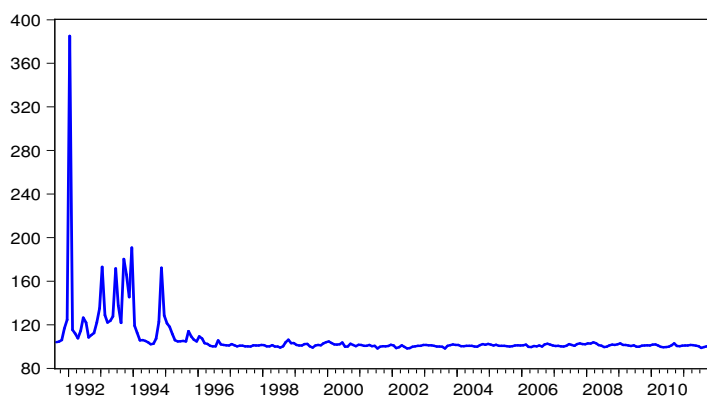


Рис. 4.1: Індекс споживчих цін (ІСЦ) в Україні за 1991 - 2011 роки

На підставі цього ряду побудуємо ряди, які вимірюватимуть темп інфляції. Зауважимо, що це можна зробити двома способами

$$\pi_{1t} = \frac{IC\Pi_t}{100} - 1 \quad \text{та} \quad \pi_{2t} = \ln \frac{IC\Pi_t}{100}.$$

Оскільки

$$\pi_{2t} = \ln \frac{IC\Pi_t}{100} = \ln \left(\frac{IC\Pi_t}{100} - 1 + 1 \right) = \ln (\pi_{1t} + 1),$$

то для достатньо низьких темпів інфляції значення рядів π_1 , π_2 будуть майже однаковими, що підтверджує рис. 4.2. Для подальшого моделювання ми використовуватимемо ряд інфляції, визначений за допомогою логарифмів індексу споживчих цін і позначатимемо $\pi = \pi_2$.

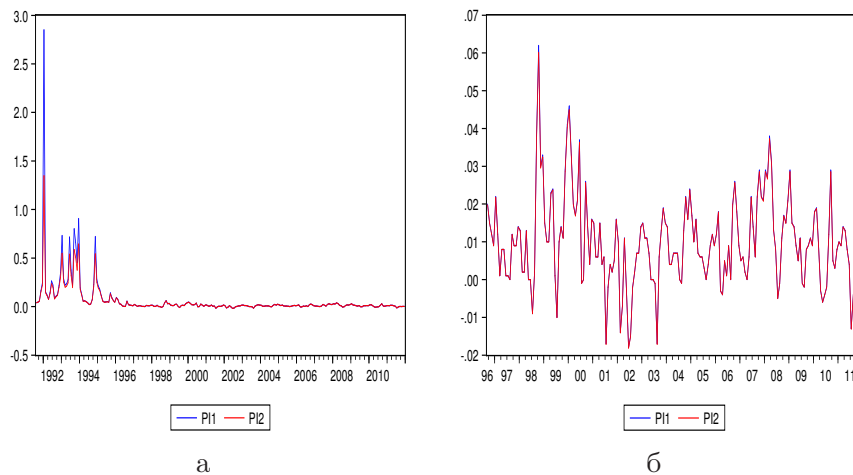


Рис. 4.2: Місячні темпи інфляції в Україні:

а) за 1991 - 2011 роки; б) за 1996 - 2011 роки

Зауважимо, що до вересня 1996 р. простежувались високі темпи інфляції (50 і більше відсотків за місяць), тоді як після введення в обіг гривні місячна інфляція не перевищувала 7%. Перераховані на підставі місячних даних квартальні та річні темпи інфляції

впродовж 1997 – 2011 років зображено на рис. 4.3. Бачимо, що за останні 15 років середній темп інфляції становив 12,4% в рік (3% в квартал), при цьому найбільшими темпи інфляції були в 2000 р. – 25,8% та у 2008 р. – 22,3%, а найнижчий темп інфляції спостерігали у 2002 р., а саме дефляція в розмірі $-0,9\%$.

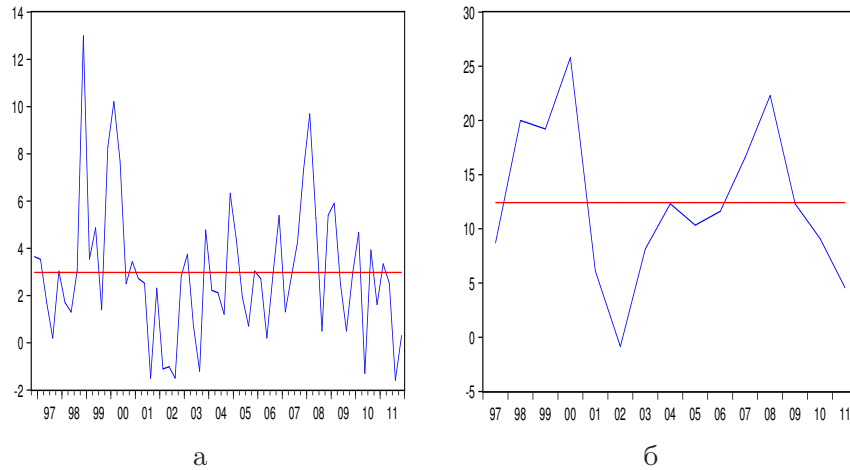


Рис. 4.3: Темпи інфляції в Україні за 1997 - 2011 роки:
а) кварталні; б) річні

Періоди високої та низької інфляції можна виявити в більшості країн світу. Вони можуть тривати десятиліття і навіть більше, після чого рівень інфляції повертається до свого середнього значення. Якщо ряд значень інфляції перетинає часто середній рівень (більше 10 разів), то економетричний аналіз виявить значущі повернення до середнього і ми зробимо висновок, що темп інфляції стаціонарний ряд. Зазвичай, щоб це спостерігати треба мати спостереження протягом довгого періоду часу. В періоди, коли інфляція рідко повертається до середнього, найчастіше це відбуватиметься у короткостроковому періоді, ряд трактуватиметься як нестационарний.

Таку властивість інфляції ілюструє поведінка темпу інфляції

в Україні в різні періоди, що показано на рис. 4.2 б та рис. 4.4. На кожному з рисунків червона лінія визначає середній рівень інфляції на тому часовому проміжку, на якому його зображено. На рис. 4.4а часовий ряд інфляції за 12 останніх років, а також ряд на рис. 4.2б за 16 останніх років демонструють часті повернення до середнього, тобто є стаціонарними, тоді як на рис. 4.4б ряд, що визначає темп інфляції впродовж останніх 6 років, є нестаціонарним. Те, що інфляція є стаціонарним процесом в одному дослідженні та нестаціонарним (а саме містить стохастичний тренд спричинений наявністю в ряді одиничного кореня) в інших дослідженнях зумовлено різними часовими проміжками, на яких проводиться таке дослідження.

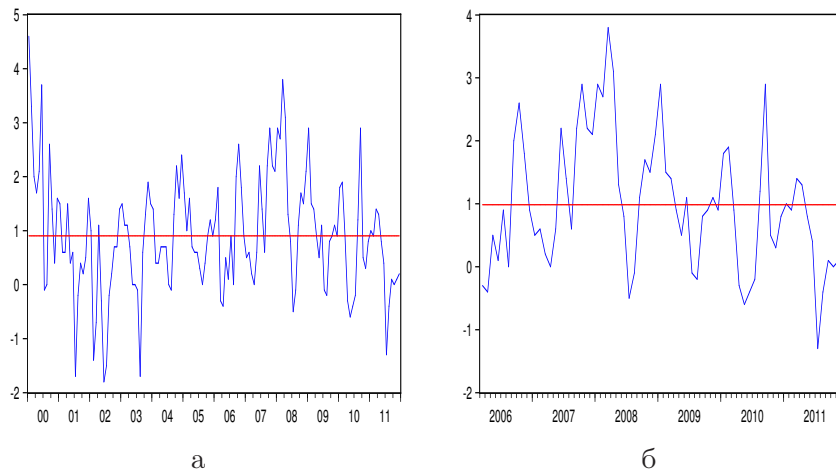


Рис. 4.4: Місячні темпи інфляції в Україні:

а) за 2000 - 2011 роки;

б) з березня 2006р. до грудня 2011р.

Тому в моделюваннях, які охоплюють довгі періоди часу, інфляцію можна розглядати як стаціонарний $I(0)$ процес, а в дослідженнях, що опираються на даних впродовж нетривалих періодів трактувати інфляцію як стаціонарний ряд неправильно, треба проводити відповідні тестування на одиничний корінь і визначати степінь

інтегрованості ряду. Тест Дікі-Фулера для ряду інфляції в Україні за період з 2006 р. свідчить про наявність одиничного кореня, тому тут ряд $\pi \sim I(1)$.

4.2 Емпіричне дослідження рівнів цін

Дослідимо також поведінку ряду цін. На рис. 4.5 зображено динаміку ряду P_t , який визначає рівень цін в Україні починаючи з періоду введення гривні в обіг, тобто з вересня 1996 р. (184 спостереження).

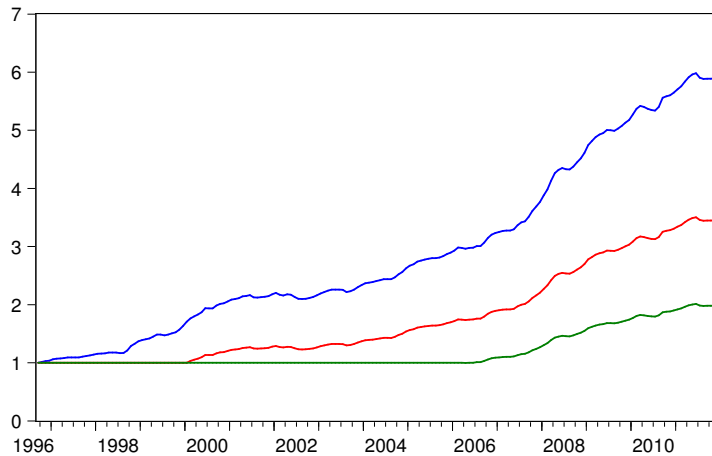


Рис. 4.5: Динаміка цін в Україні з вересня 1996р. до грудня 2011р.

Поведінка ряду P_t демонструє зростаючий нестационарний у часі характер, зокрема, статистичні дані засвідчують, що ціни впродовж цього періоду зросли в шість разів.

Ми досліджуватимемо ряд логарифмів цін $p_t = \ln P_t$. Оцінивши регресію цін стосовно константи та тренда на підставі даних з

09.1996 до 12.2011 (184 спостереження), отримаємо

$$\widehat{\ln p_t} = -0,53 + 0,009t, \quad R^2 = 0,97, \quad t = 1, \dots, 184.$$

(-31, 2) (91, 3)

В дужках подано t -статистики параметрів моделі. Графік реальних (червона лінія), оцінених за моделлю (зелена лінія) значень рівня цін, а також ряд залишків (синя лінія) показано на рис. 4.6.

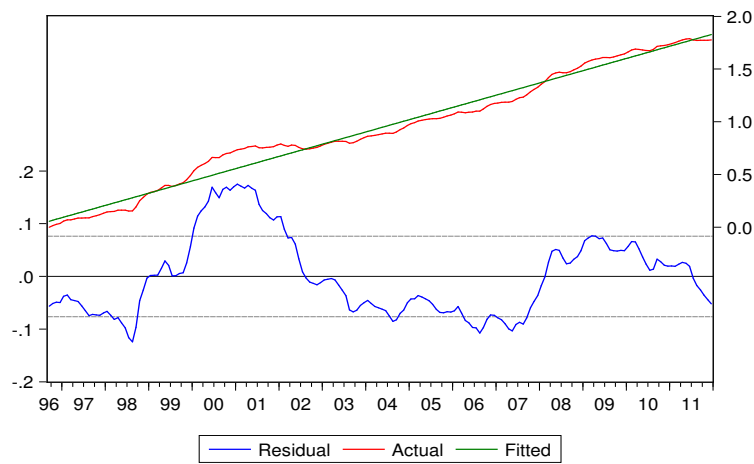


Рис. 4.6: Реальні та оцінені значення ряду логарифмів рівня цін на підставі спостережень з 09.1996 – 12.2011р., залишки моделі детермінованого лінійного тренда (trend-adjusted log price : I(1) trend)

Залишки цієї моделі є рядом цін, який скорегований на тренд за допомогою лінійної моделі. Результати тесту Дікі -Фулера для цього ряду свідчать про те, що він містить одиничний корінь, тобто характеризується стохастичним трендом. Дослідивши перші різниці ряду скорегованих на тренд цін, отримуємо, що цей ряд стаціонарний. Отже, ряд цін p_t на проміжку 09.1996 – 12.2011 і є інтегрованим процесом першого порядку $I(1)$.

На рис. 4.7 показано ряд рівнів цін $p_t = \ln P_t$ та його перші різниці $dp = \Delta p_t = \Delta \ln P_t$ протягом вересня 1996р. – грудня 2011р.

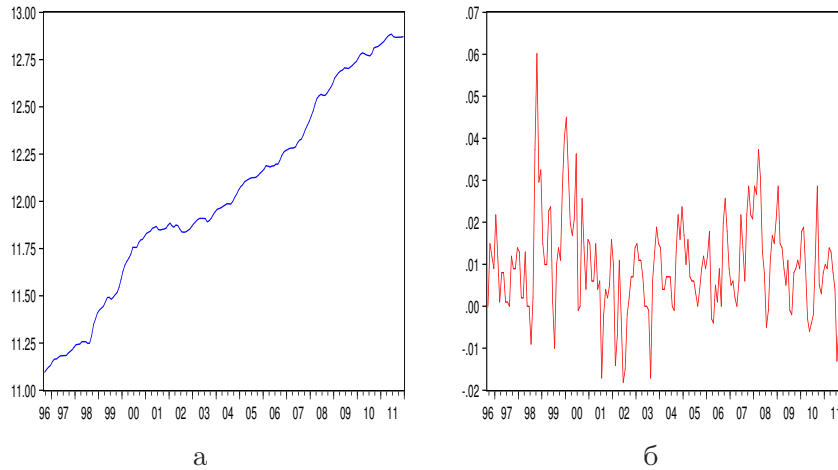


Рис. 4.7: Значення впродовж 09.1996 – 12.2011р.:

- а) ряду логарифмів рівнів цін p_t ;
б) його перших різниць $dp = \Delta p_t$

Розглянемо також модель лінійного детермінованого тренда для ряду цін p_t , який ґрунтується на спостереженнях з 03.2006 до 12.2011 (70 спостережень). Оцінивши її, отримуємо подібні результати

$$\widehat{\ln p_t} = -1,99 + 0,011 t, \quad t = 1, \dots, 70, \quad R^2 = 0,96. \\ (-33,1) \quad (39,8)$$

Проте залишки цієї моделі, які є скорегованим на тренд рядом цін і зображені на рис. 4.8, мають інші властивості.

Дослідимо властивості перших і других різниць ряду залишків. Тестування Дікі-Фулера виявили, що і ряд залишків у рівнях і їхні перші різниці містять одиничний корінь, а стаціонарним тепер є ряд других різниць. Тому ряд скорегованих на тренд цін p_t на проміжку 03.2006 – 12.2011 і є інтегрованим процесом другого порядку $I(2)$.

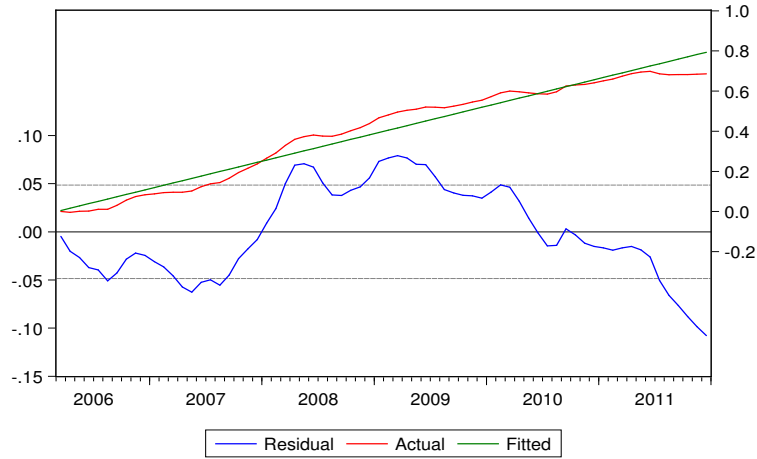


Рис. 4.8: Реальні та оцінені значення ряду логарифмів рівня цін на підставі спостережень з 03.2006 – 12.2011, залишки моделі детермінованого лінійного тренда (trend-adjusted log price : I(2) trend)

На рис. 4.9 показано ряд рівнів цін $p_t = \ln P_t$, його перші та другі різниці $dp = \Delta p_t$, $\Delta^2 p_t = \Delta(\Delta p_t)$ протягом березня 2006р. – грудня 2011р.

Зауважимо таке: оскільки

$$\text{ІСЦ}_t = \frac{P_t}{P_{t-1}} \cdot 100\%,$$

то

$$\begin{aligned} dp_t &= \Delta p_t = \Delta \ln P_t = \ln P_t - \ln P_{t-1} = \\ &= \ln \left(\frac{P_t}{P_{t-1}} \right) = \ln \left(\frac{\text{ІСЦ}_t}{100} \right) = \pi_{2t}, \end{aligned}$$

тобто перші різниці ряду логарифмів цін є рядом інфляції, що ми визначали раніше.

Висновок нашого емпіричного дослідження засвідчує, що ряд цін на різних часових проміжках має різні властивості. А саме,

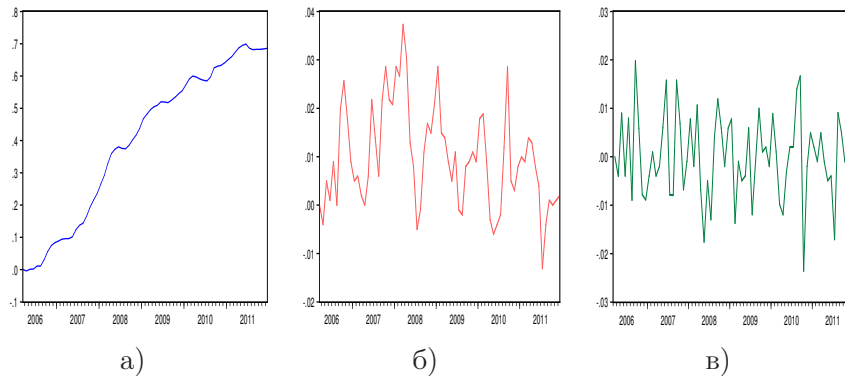


Рис. 4.9: Значення (впродовж 03.2006 – 12.2011р.):

- а) ряду логарифмів цін p_t ;
- б) перших різниць $dp_t = \Delta p_t$;
- в) других різниць $\Delta^2 p_t$

якщо ряд цін використовують у моделюванні, що базується на спостереженнях протягом останніх 16 років, то ми можемо трактувати його як $I(1)$ процес і використовувати стаціонарний ряд інфляції. Якщо ж для моделювання використовувати дані за останні 6 років, то треба враховувати, що ряд цін є $I(2)$ процесом, а ряд, що визначає темп інфляції, $I(1)$ процесом.

4.3 Теоретичні дослідження характеру нестационарності цін та інфляції

Дослідимо стохастичний тренд в ряді інфляції π_t . Для цього для простоти припустимо, що цей ряд описується процесом випадкового блукання

$$\begin{aligned} \pi_t &= \pi_{t-1} + \varepsilon_t, \\ &= \varepsilon_t(1 + L + L^2 + \dots + L^{t-1}) + \pi_0, \quad t = 1, \dots, T, \end{aligned} \quad (4.1)$$

де $\varepsilon_t \sim N[0, \sigma^2]$, L – лаговий оператор такий, що $L^m x_t = x_{t-m}$, і $\varepsilon_t = \varepsilon_{p,t} + \varepsilon_{s,t}$ складається з постійного шоку $\varepsilon_{p,t}$, а також тимчасо-

вого шоку $\varepsilon_{s,t}$. Приймаючи, що прирости інфляції мають нульове середнє, ми припускаємо, що інфляція не може мати детермінованого тренда.

Внаслідок нагромадження шоків, починаючи з деякого початкового значення інфляції, π_0 , отримуємо

$$\begin{aligned}
 \pi_t &= \sum_{i=1}^t \varepsilon_i + \pi_0 = \\
 &= \sum_{i=1}^t (\varepsilon_{p,i} + \varepsilon_{s,i}) + \pi_0 = \sum_{i=1}^t \varepsilon_{p,i} + \sum_{i=1}^t \varepsilon_{s,i} + \pi_0 = \\
 &= \varepsilon_{p,t} + \varepsilon_{p,t-1} + \varepsilon_{p,t-2} + \dots + \varepsilon_{p,1} + \\
 &\quad + \varepsilon_{s,t} + \varepsilon_{s,t-1} + \varepsilon_{s,t-2} + \dots + \varepsilon_{s,1} + \pi_0 = \\
 &\approx \sum_{i=1}^t \varepsilon_{p,i} + u_{s,t} + \pi_0,
 \end{aligned} \tag{4.2}$$

де похибка $u_{s,t}$ є стаціонарним процесом рухомого середнього. Отже, при підсумовуванні збурень ε_i в рівні π_t залишається тільки ефект постійних шоків, тоді як вплив тимчасових шоків внаслідок підсумовування зникає. У цьому випадку інфляція є інтегрованим процесом першого порядку, тобто за припущення (4.2) $\pi_t \sim I(1)$ і рівень інфляції характеризується стохастичним трендом за деякого початкового значення.

Розглянемо тепер ряд цін. Зауважимо, що

$$\begin{aligned}
 \sum_{k=1}^t \pi_k &= \sum_{k=1}^t \ln \frac{\text{ІСЦ}_k}{100} = \\
 &= \sum_{k=1}^t \ln \frac{P_k}{P_{k-1}} = \ln \prod_{k=1}^t \frac{P_k}{P_{k-1}} = \\
 &= \ln \left(\frac{P_t}{P_{t-1}} \cdot \frac{P_{t-1}}{P_{t-2}} \cdot \dots \cdot \frac{P_2}{P_1} \cdot \frac{P_1}{P_0} \right) =, \\
 &= \ln \left(\frac{P_t}{P_0} \right) = \ln P_t - \ln P_0 = \\
 &= p_t - p_0.
 \end{aligned} \tag{4.3}$$

Тому ряд цін, який отримуємо з (4.2), набуде вигляду

$$p_t = \sum_{k=1}^t \pi_k + p_0 = \sum_{k=1}^t \sum_{i=1}^k \varepsilon_i + \pi_0 t + p_0. \quad (4.4)$$

Тобто, якщо інфляція є $I(1)$ процесом з ненульовим середнім, то ціни будуть містити подвійно нагромаджений стохастичний тренд $\sum_{k=1}^t \sum_{i=1}^k \varepsilon_i$. Отже, скорегований на тренд ряд цін є інтегрованим процесом другого порядку, що можна записати $p_t \sim I(2)$.

Рисунки 4.6 – 4.9 ілюструють різні стохастичні тренди в місячних даних темпів інфляції в Україні. Зокрема, ряд інфляції (рис. 4.6 - 4.7), що розглядається впродовж 1996 – 2011 років, є $I(0)$ процесом, який відповідає випадку $I(1)$ ряду цін. Проте графіки на рис. 4.8 - 4.9 впродовж 2006 - 2011 років показують $I(1)$ тренд в ряді інфляції π_t , що еквівалентно першим різницям $I(2)$ тренда в цінах – $\pi_t = \Delta p_t$. Зауважимо, що середня впродовж усього періоду інфляція є додатною, а це означає, що рівень цін p_t містить лінійний детермінований тренд. Отож, ненульове середнє перших різниць ($\overline{\Delta p} \neq 0$) відповідає лінійному тренду в рівнях цін p_t .

Питання про те, чи темпи інфляції треба розглядати як $I(1)$ чи $I(0)$, є предметом для дискусії. Емпіричне дослідження виявило, що українська інфляція, яку виміряли за останні шість років, ймовірно, краще моделюється нестационарним процесом, тоді як виміряна за останні 16 років – стаціонарним, хоча і сильно автокорельованим процесом.

Для опису останнього випадку (4.1) треба замінити на

$$\begin{aligned} \pi_t &= \rho \pi_{t-1} + \varepsilon_t = \\ &= (1 + \rho L + \rho^2 L^2 + \dots + \rho^{t-1} L^{t-1}) \varepsilon_t + \rho^t \pi_0, \quad t = 1, \dots, T, \end{aligned}$$

звідки отримуємо

$$\pi_t = \sum_{i=1}^t \rho^{t-i} \varepsilon_i + \rho^t \pi_0 = \varepsilon_t + \rho \varepsilon_{t-1} + \dots + \rho^{t-1} \varepsilon_1 + \rho^t \pi_0, \quad (4.5)$$

де параметр авторегресії ρ менший, але, можливо, близький до одиниці. У цьому випадку ряд цін можна подати у вигляді

$$\begin{aligned} p_t &= \sum_{s=1}^t \pi_s + \pi_0 = \\ &= \sum_{s=1}^t \left(\sum_{i=1}^s \rho^{s-i} \varepsilon_i + \rho^s \pi_0 \right) + p_0 = \\ &= \sum_{s=1}^t \sum_{i=1}^s \rho^{s-i} \varepsilon_s + \pi_0 \sum_{s=1}^t \rho^s + p_0. \end{aligned}$$

Отже, ціни характеризуються строгим авторегресійним стохастичним трендом першого порядку. Різниця між (4.2) і (4.5) є лише питанням моделювання. В першому випадку параметр ρ апроксимується одиницею, тому що вибірка занадто мала для того, щоб оцінка статистично відрізнялася від одиниці. У другому випадку період вибірки містить достатню кількість спостережень для того, щоб ρ статистично значущо відрізнялося від одиниці. У цьому сенсі різниця між довгостроковою циклічною компонентою c_t і t_s в (2.1) полягає в тому, що t_s – справді є процесом з одиничним коренем ($\rho = 1$), тоді як c_t є майже процесом з одиничним коренем ($\rho \leq 1$), і треба мати дуже велику вибірку, щоб відрізнити його від справжнього процесу з одиничним коренем.

Розділ 5

Дослідження ряду ВВП України

Дослідимо ряд номінального валового внутрішнього продукту в Україні. Динаміку цього ряду впродовж 2002 – 2011 років зображено на рис. 5.1. Бачимо, що значення ряду мають значний коливний циклічний характер і тенденцію зростання в часі. Оцінений середній темп росту номінального ВВП становить 1% в місяць.

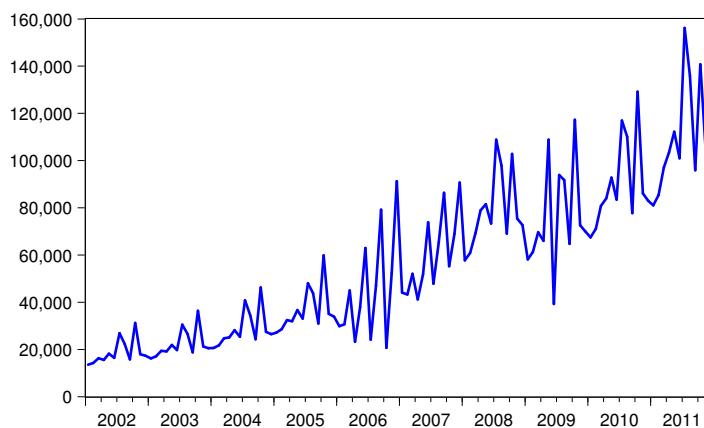


Рис. 5.1: Номінальний ВВП в Україні за 2002 - 2011 роки

Ряд значень номінального ВВП позначатимемо Y_t , а ряд його логарифмів – малою літерою $y_t = \ln Y_t$. Дослідимо стаціонарність рядів Y_t і $y_t = \ln Y_t$. Результати виділення детермінованого тренда за допомогою фільтра Годріка-Прескота зображено на рис. 5.2.

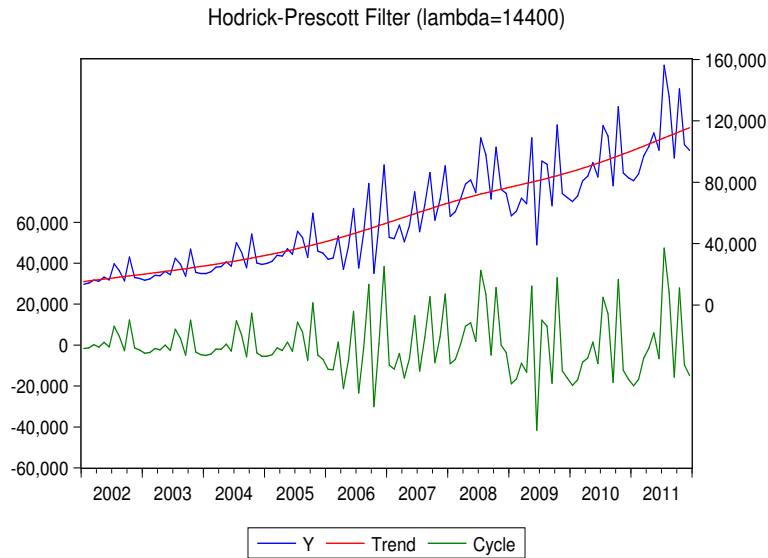


Рис. 5.2: Видалення з ряду Y_t детермінованого нелінійного тренда за допомогою фільтра Годріка-Прескота

Розглянемо також поведінку реального ВВП, що визначає валовий внутрішній продукт у постійних цінах (рис. 5.3).

Позначатимемо Y^r – реальний ВВП та $y^r = \ln Y^r$ – його логарифм, відповідно. На рис. 5.4 зображено коливання ряду логарифмів реального ВВП навколо лінії його детермінованого нелінійного тренда, що оцінюється поліномом сьомого порядку. Зауважимо, що впродовж цих 10 років темп зростання реального ВВП дуже малий і становить приблизно 0,1%.

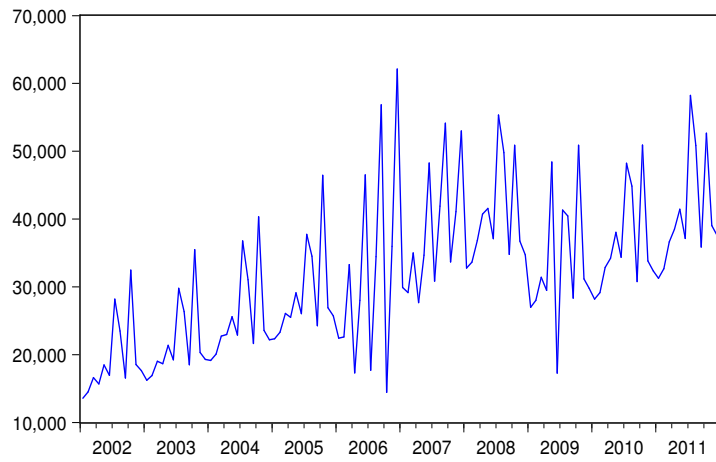


Рис. 5.3: Реальний ВВП в Україні за 2002 - 2011 роки

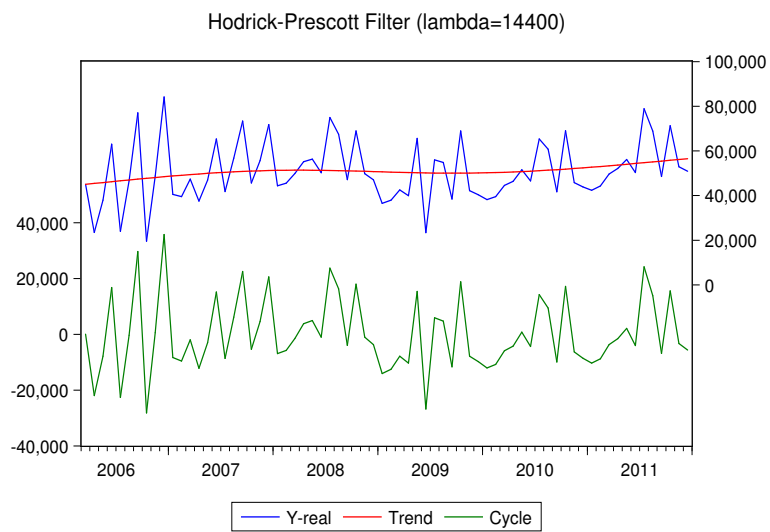


Рис. 5.4: Коригування на тренд ряду логарифмів реального ВВП у період з 03.2006 до 12.2011р.

Проведене дослідження засвідчує, що ряд номінального ВВП (Y) і ряд його логарифмів ($y = \ln Y$) містять нелінійний детермінований тренд, коливання навколо якого є стаціонарними. Ряд реального ВВП (Y^r) і ряд його логарифмів y^r містять дуже незначний нелінійний тренд і також не містять одиничного кореня. Отже, на відміну від рядів грошової маси та інфляції ряд значень реального ВВП не містить стохастичного тренда, що характеризував би його циклічну складову.

Розділ 6

Дослідження рядів процентних ставок в Україні

Для дослідження динамічних зв'язків на грошовому ринку важливу роль відіграє динаміка процентних ставок. Ми розглядатимемо ряд, який визначає інтегральну процентну ставку за кредитами, і є зваженим середнім процентних ставок за кредитами в реальний сектор економіки в національній валюті та в іноземній валюті. Зазначені процентні ставки обчислено за даними статистичної звітності банків України. Позначимо ряд процентної ставки за кредитами R_k . Щоденні значення цього ряду в період з березня 2006 р. до грудня 2011 р. (всього 1687 спостережень) зображено на рис. 6.1.

Також розглянемо ряд, який визначає інтегральну ставку за депозитами, і є зваженим середнім процентних ставок за залученими депозитами в національній валюті (в тім числі за строковими депозитами в національній валюті) та в іноземній валюті. Позначатимемо його R_d . Динаміку щоденних значень цього ряду впродовж березня 2006 – грудня 2011 року (1687 спостережень) зображено на рис. 6.2.

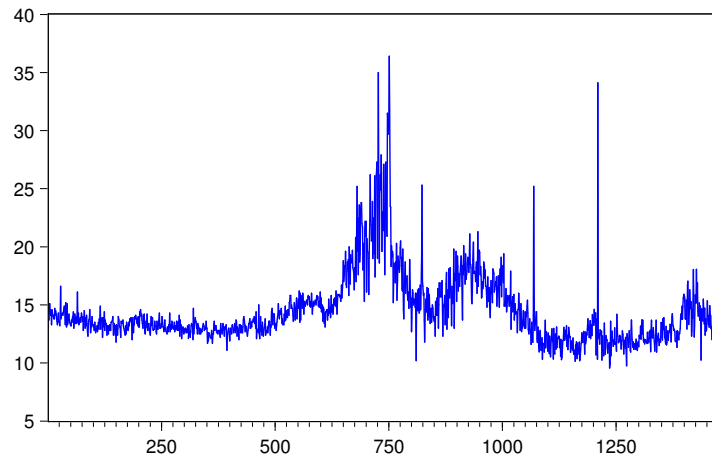


Рис. 6.1: Щоденні значення інтегральної процентної ставки за кредитами впродовж березня 2006 – грудня 2011р.

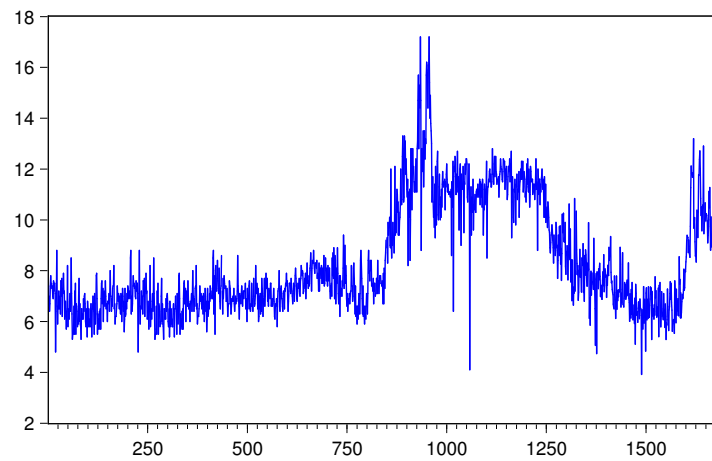
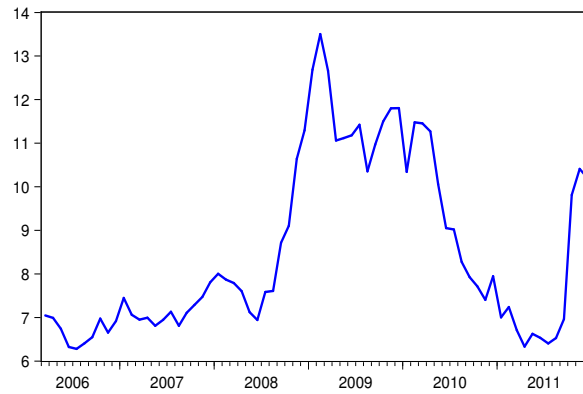
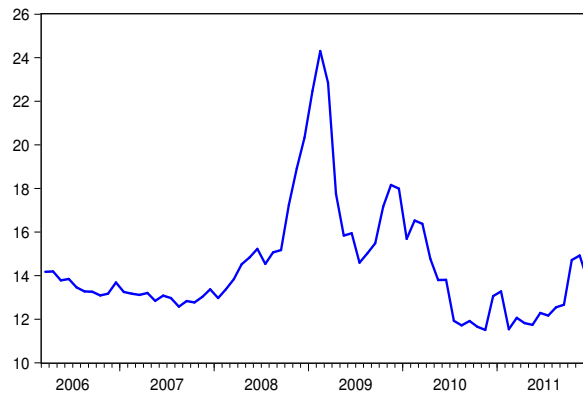


Рис. 6.2: Щоденні значення інтегральної процентної ставки за депозитами впродовж березня 2006 – грудня 2011р.

Для того, щоб можна було використати ці дані для моделювання разом з рядами грошової маси, інфляції та ВВП, обчислимо на їхній підставі місячні значення процентних ставок за кредитами та депозитами, відповідно. Динаміку таких рядів зображено на рис. 6.3.



а



б

Рис. 6.3: Місячні значення інтегральних процентних ставок:
а) за депозитами; б) за кредитами

Аналіз даних засвідчує, що найвищими були процентні ставки в кінці 2008 та на початку 2009 року, що зумовлено початком кризових явищ в українській економіці.

Дослідження стаціонарності рядів процентних ставок виявило, що обидва ряди містять одиничний корінь, тобто характеризуються стохастичним трендом і описуються $I(1)$ процесами.

Розділ 7

Аналіз векторних моделей грошового ринку

7.1 Аналіз випадку, за якого ряд цін є $I(2)$ процесом

Припустимо, що довгостроковий стохастичний тренд t_s описується подвійним нагромадженням номінальних AD шоків $\sum \sum u_{1i}$, а довга циклічна компонента c_l – простим нагромадженням номінальних AD шоків $\sum u_{1i}$, а також простим нагромадженням реальних AS шоків $\sum u_{2i}$.

Проведемо економетричний аналіз моделі, яка побудована на основі зроблених припущень

$$\begin{bmatrix} m_t \\ p_t \\ y_t^r \\ r_{d,t} \\ r_{k,t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11} \\ c_{21} \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \left[\sum \sum u_{1i} \right] + \begin{bmatrix} d_{11} & d_{12} \\ d_{21} & d_{22} \\ d_{31} & d_{32} \\ d_{41} & d_{42} \\ d_{51} & d_{52} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sum u_{1i} \\ \sum u_{2i} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} g_1 \\ g_2 \\ g_3 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} [t]. \quad (7.1)$$

Таке зображення дає змогу розрізнити довгостроковий стохастичний тренд у ряді цін $\sum \sum u_{1i}$, середньостроковий стохастичний тренд у ряді інфляції $\sum u_{1i}$ та середньостроковий стохастичний

тренд у реальному бізнес-секторі економіки $\sum u_{2i}$. Компонента детермінованого тренду $t_d = t$, вимірює лінійне зростання номінальної грошової маси, цін, а також реального доходу.

У загальному випадку, якщо $g_1 \neq 0$, $g_2 \neq 0$, $g_3 \neq 0$, то середній темп зростання реального доходу та цін не дорівнює нулю, що цілком узгоджується з реальними фактами для більшості розвинених країн.

Якщо в системі (7.1) $g_3 = 0$ та $d_{31} = 0$, то рівняння для y_t^r міститиме лише збурення $\sum u_{2i}$, що описуватиме реальний довгостроковий стохастичний тренд в економіці. У цьому випадку матимемо, що ряд реального доходу описується процесом з структурним одиничним коренем, що було отримано в роботах, які стосуються стохастичних, на протигагу до детермінованих, реальних моделей зростання (зокрема, в працях Кінга, Плосера, Стока, Ватсона).

Якщо $g_3 \neq 0$, то лінійний часовий тренд пояснює довгостроковий зростаючий тренд, а $\sum u_{2i}$ описує середньострокові відхилення від цього тренду, тобто довгі бізнес-цикли.

У першому випадку ($g_3 = 0$) припускають, що середній реальний темп зростання рівний нулю, тоді як з $g_3 \neq 0$ впливає ненульовий середній темп зростання. Від того, чи включатимемо ми лінійний тренд в (7.1) чи ні, буде залежати чи інтерпретуватимемо ми другий стохастичний тренд $\sum u_{2i}$ як довгостроковий структурний тренд чи ні. Таким чином, можна сказати, що різниця між довгостроковим і середньостроковим стохастичним трендом у даному випадку зумовлена відмінністю між $I(1)$ зі стохастичним нелінійним трендом та $I(1)$ зі стохастичним лінійним трендом.

Друге рівняння системи (7.1) описує p_t як функцію від $I(2)$ тренду та двох $I(1)$ трендів. Якщо $d_{21} = d_{22} = 0$, то процес, який породжує дані для p_t , відповідає (4.4). Це означає, що справжня модель інфляції є випадковим блуканням

$$\Delta p_t = \Delta p_{t-1} + u_{1t},$$

і таким чином векторна модель не буде містити жодних інших чинників для пояснення інфляції. Якщо, з іншого боку,

$$\Delta p_t = \Delta p_{t-1} + b_1 \Delta x_t + u_{1t},$$

то процес, що породжує дані цін буде містити $I(2)$ тренд, а також додатковий стохастичний тренд у x_t .

Умови довгострокової гомогенності цін

Розглянемо детальніше трендові компоненти в рівняннях для m_t і p_t системи (7.1), які можна переписати у вигляді

$$m_t = c_{11} \sum \sum u_{1i} + d_{11} \sum u_{1i} + d_{12} \sum u_{2i} + g_1 t,$$

$$p_t = c_{21} \sum \sum u_{1i} + d_{21} \sum u_{1i} + d_{22} \sum u_{2i} + g_2 t.$$

Якщо $(c_{11}, c_{21}) \neq 0$, то $\{m_t, p_t\} \sim I(2)$. Якщо, крім того, $c_{11} = c_{21}$, то реальні грошові залишки описуватимуться рівнянням

$$m_t - p_t = (d_{11} - d_{21}) \sum u_{1i} + (d_{12} - d_{22}) \sum u_{2i} + (g_1 - g_2)t$$

та їх порядок інтегрованості буде не більшим за $I(1)$. Якщо $d_{11} \neq d_{21}$, $d_{12} \neq d_{22}$, то m_t і p_t будуть коінтегрованими з $I(2)$ до $I(1)$, тобто становитимуть $CI(2, 1)$. Якщо, крім того, $g_1 \neq g_2$, то темп зростання реальної грошової маси описуватиметься лінійним трендом.

У випадку $(m_t - p_t) \sim I(1)$ маємо довгострокову гомогенність цін, і тому таке економічне припущення становить основу статистичної перевірки, яку проводять на основі тестування відповідних гіпотез. Грошова маса та ціни рухаються разом у довгостроковому, але не обов'язково в середньостроковому періоді (протягом довгого бізнес-циклу). Довгострокова та середньострокова гомогенність цін вимагає, щоб $c_{11} = c_{21}$ і $d_{11} = d_{21}$, тобто у цьому випадку номінальні AD шоки u_{1t} впливають однаково на грошову масу та ціни і в довгостроковому, і в середньостроковому періоді. Оскільки реальний стохастичний тренд $\sum u_{2i}$ скоріше за все входить у рівняння для m_t , але при цьому він не обов'язково повинен бути наявний у рівнянні для p_t , то спільне тестування довго- та середньострокової гомогенності цін не еквівалентне тестуванню $(m_t - p_t) \sim I(0)$. Таким чином, спільна гіпотеза перевіряється не так просто, як гіпотеза лише довгострокової гомогенності цін.

Зауважимо, що з $(m_t - p_t) \sim I(1)$ випливає $(\Delta m_t - \Delta p_t) \sim I(0)$, тобто з довгострокової гомогенності цін випливає коінтеграція між інфляцією та темпом зростання грошової маси. Якщо це так, (хоча у періоди фінансових інновацій номінальна грошова маса та ціни не обов'язково однорідно пов'язані між собою), то стохастичний тренд інфляції може так само добре вимірюватись стохастичним трендом зростання грошової маси.

Припущення довгострокової гомогенності цін

Надалі будемо припускати довгострокову гомогенність цін, тобто $c_{11} = c_{21}$ і дослідимо різні випадки, за яких або наявна, або відсутня середньострокова цінова гомогенність. Тут зручно перетворити вектор номінальних даних у реальні та записати систему (7.1) для реальних грошових залишків $(m - p)$ і темпу інфляції Δp (що еквівалентний Δm) у вигляді

$$\begin{bmatrix} m_t - p_t \\ \Delta p_t \\ y_t^r \\ R_{m,t} \\ R_{b,t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} d_{11} - d_{21} & d_{12} - d_{22} \\ c_{21} & 0 \\ d_{31} & d_{32} \\ d_{41} & d_{42} \\ d_{51} & d_{52} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sum u_{1i} \\ \sum u_{2i} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} g_1 - g_2 \\ 0 \\ g_3 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} t + \dots \quad (7.2)$$

У системі (7.2) порядок інтегрованості всіх змінні є не більшим за $I(1)$. На темп інфляції (що вимірюється як Δp_t) впливає лише $\sum u_{1i}$, тоді як на всі інші змінні можуть впливати обидва тренди $\sum u_{1i}$ і $\sum u_{2i}$. Зроблене раніше припущення, що u_{1t} вимірює шок кривої AD у цьому випадку є надто обмежуючим, оскільки немає жодних причин припускати, що шоки кривої AS не впливають на інфляцію. З цього випливає, що емпірична ідентифікація u_{1t} і u_{2t} є досить складною та потребує додаткового дослідження.

Випадок, за якого скорегований щодо тренду ряд реальних грошових залишків стаціонарний, тобто задовольняє умову $(m_t - p_t) \sim$

$I(0)$, потребує, щоб $d_{11} = d_{21}$ і $d_{12} = d_{22}$, що мало ймовірно з економічної точки зору. Можна очікувати, що реальний стохастичний тренд $\sum u_{2i}$ впливає на грошову масу (за рахунок зростання кількості угод, запобіжних заходів і спекулятивного попиту на гроші), але не на рівень цін, тобто, що $d_{12} \neq 0$ і $d_{22} = 0$.

Випадок, за якого $(m_t - p_t - y_t^r) \sim I(0)$, тобто швидкість обігу грошей є стаціонарною змінною, вимагає, щоб $d_{11} - d_{21} - d_{31} = 0$, $d_{12} - d_{22} - d_{32} = 0$ і $g_1 - g_2 - g_3 = 0$. Якщо $d_{11} = d_{21}$ (тобто маємо середньострокову гомогенність цін), $d_{22} = 0$ (реальний стохастичний тренд не впливає на ціни), $d_{31} = 0$ (середньострокове зростання цін не впливає на тривалий (довгий) бізнес-цикл у реальному доході) і $d_{12} = d_{32}$, то $m_t - p_t - y_t^r \sim I(0)$. У цьому випадку реальна грошова маса та реальний сукупний дохід містять один спільний тренд – реальний стохастичний тренд $\sum u_{2i}$. Стаціонарність швидкості обігу грошей означає спільний стохастичний рух рядів грошової маси, цін і доходу, що відповідає відомому монетариському припущенню Фрідмана, що "інфляція завжди та скрізь є питанням грошей". Цей випадок $(m_t - p_t - y_t^r) \sim I(0)$ у цілому не отримав емпіричної підтримки (зокрема, це впливає з багатьох праць Юзеліуса та Торо). На рис. 7.1 зображено динаміку швидкості обігу грошей в Україні, що також ілюструє очевидну нестационарність цієї змінної.

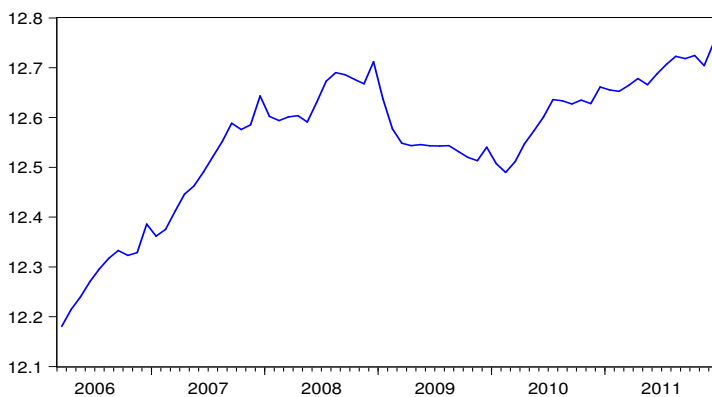


Рис. 7.1: Нестационарний ряд швидкості обігу грошей

Результати тестів Дікі-Фуллера (табл. 7.1) показують, що ряд $m_t - p_t$ містить одиничний корінь у моделі з трендом та перетином,

а ряд його перших різниць у моделі з перетином одиничного кореня не містить. Тому ряд, який визначає швидкість обігу грошей, містить стохастичний тренд і є інтегрованим першого порядку.

Таблиця 7.1: Результати тестування одиничного кореня в ряді швидкості обігу грошової маси

Sample(adjusted): 2006M04 2011M12		D(MP) has a unit root	
Null Hypothesis: MP has a unit root		Exogenous: Constant	
Exogenous: Constant, Linear Trend		Exogenous: Constant	
	t-Statistic	Prob.	t-Statistic Prob.
Augmented Dickey-Fuller test statistic	-2,298	0,428	-6,796 0,000
Test critical values:			
	1% level	-4,096	-3,530
	5% level	-3,476	-2,904

Отже, розглянемо припущення, за якого швидкість обігу грошей є $I(1)$. У випадку, коли $(m_t - p_t - y_t^r) \sim I(1)$ матимемо: або $(d_{11} - d_{21} - d_{31}) \neq 0$, або $(d_{12} - d_{22} - d_{32}) \neq 0$. Це означає, що два спільні стохастичні тренди впливають на рівень реальної грошової маси та рівень реального доходу по-різному.

Розглянемо два часткових випадки.

Спочатку припустимо, що інфляція коінтегрує зі швидкістю обігу грошей, тобто

$$(m_t - p_t - y_t^r) + b_1 \Delta p_t \sim I(0), \quad (7.3)$$

або

$$(m_t - p_t - y_t^r) + b_2 \Delta m_t \sim I(0).$$

За попередніх припущень, що $d_{31} = 0$, $d_{22} = 0$ і $d_{12} = d_{32}$, з $I(0)$ припущення в (7.3) впливає, що $d_{11} - d_{21} = -b_1 c_{21}$. Якщо $b_1 > 0$, то (7.3) можна розглядати як рівняння попиту на гроші, в якому альтернативна вартість зберігання грошей за допомогою реальних запасів, яка вимірюється як Δp_t , визначає обсяг зберігання грошей.

З іншого боку у випадку, якщо $b_1 < 0$, інфляція коригує зайві гроші, проте якщо $|b_1| < 1$ з деяким часовим лагом. У цьому випадку неможливо інтерпретувати (7.3) як рівняння попиту на гроші.

У другому випадку припустимо, що процентні ставки та швидкість обігу грошей коінтегрують, тобто

$$(m_t - p_t - y_t^r) - b_3(R_m - R_b)_t \sim I(0). \quad (7.4)$$

Оскільки $(R_m - R_b)_t \sim I(1)$, то або $(d_{41} - d_{51}) \neq 0$, або $(d_{42} - d_{52}) \neq 0$, або і те, й інше. В обох випадках стохастичний тренд у процентних ставках повинен коінтегрувати зі стохастичним трендом у швидкості обігу грошей для виконання (7.4). Якщо $b_3 > 0$, то (7.4) можна інтерпретувати як рівняння попиту на гроші, в якому альтернативна вартість зберігання грошей за допомогою облігацій визначає рішення агентів щодо зберігання грошей. З іншого боку, якщо $b_3 < 0$, то інтерпретація (7.4) як рівняння попиту на гроші вже не є можливою, і (7.4) натомість може визначати правила політики центрального банку.

7.2 Аналіз випадку, за якого ряд цін є $I(1)$ процесом

У цьому випадку $\rho < 1$ в

$$\pi_t = \sum_{i=1}^t \rho^{t-i} \varepsilon_i + \rho^t \pi_0 = \varepsilon_t + \rho \varepsilon_{t-1} + \dots + \rho^{t-1} \varepsilon_1 + \rho^t \pi_0 \quad (7.5)$$

і матимемо, що інфляція є стаціонарною, проте ймовірно сильно автокорельованою змінною. Тоді зображення векторного процесу набуде вигляду

$$\begin{bmatrix} m_t \\ p_t \\ y_t^r \\ R_{m,t} \\ R_{b,t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11} & d_{12} \\ c_{21} & d_{22} \\ 0 & d_{32} \\ 0 & d_{42} \\ 0 & d_{52} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sum u_{1i} \\ \sum u_{2i} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} g_1 \\ g_2 \\ g_3 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} [t]. \quad (7.6)$$

Розглянемо рівняння для грошової маси та цін

$$m_t = c_{11} \sum u_{1i} + d_{12} \sum u_{2i} + g_1 t,$$

$$p_t = c_{21} \sum u_{1i} + d_{22} \sum u_{2i} + g_2 t.$$

Якщо $c_{11} = c_{21}$, то маємо довгострокову гомогенність цін. Проте $(m_t - p_t) \sim I(1)$ у випадку, якщо умова $d_{12} - d_{22} = 0$ не виконується.

Якщо $d_{12} \neq 0$ і $d_{22} = 0$, то

$$m_t - p_t = d_{12} \sum u_{2i} + (g_1 - g_2)t.$$

Якщо $d_{12} = d_{22}$, то $(m_t - p_t - y_t^r) \sim I(0)$. З $\{m_t, p_t\} \sim I(1)$ випливає, що $\{\Delta p, \Delta m\} \sim I(0)$, а реальна відсоткова ставка не може бути стаціонарною, якщо не виконується $d_{42} = d_{52} = 0$.

Отже, наслідком трактування цін як $I(1)$ є те, що номінальні процентні ставки повинні розглядатися як $I(0)$. Таке економічне обмеження на (7.6) відповідає економетричній моделі

$$\begin{bmatrix} m_t \\ p_t \\ y_t^r \\ R_{m,t} \\ R_{b,t} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} c_{11} & d_{12} \\ c_{21} & 0 \\ 0 & d_{12} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sum u_{1i} \\ \sum u_{2i} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} g_1 \\ g_2 \\ g_3 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} [t]. \quad (7.7)$$

Однак припущення, що довгострокова процентна ставка стаціонарна, суперечить арбітражній теорії, яка передбачає, що $E_t[\Delta R_{b,t}] = 0$. Тому довгострокова номінальна процентна ставка повинна бути $I(1)$. Згідно зі співвідношенням Фішера темп інфляції та номінальна процентна ставка повинні бути коінтегрованими для отримання стаціонарної реальної процентної ставки, тому темп інфляції також повинен бути $I(1)$. Таким чином, специфікація (7.7) не в змозі забезпечити моделювання, яке б узгоджувалось як з теоретичними, так і емпіричними висновками.

Розділ 8

Векторні авторегресійні моделі

Ймовірнісний підхід в економетриці потребує явного ймовірнісного формулювання емпіричної моделі, так щоб можна було отримати повністю специфіковану статистичну модель і перевірити її на підставі даних.

Для одночасного моделювання декількох часових рядів, яке враховувало б лаги змінних, використовують векторні авторегресійні моделі, які зазвичай застосовуються для прогнозування системи взаємопов'язаних часових рядів і для аналізу динамічного впливу випадкових збурень на систему змінних. VAR підхід не потребує специфікації структурних зв'язків, а моделює кожен ендогенну змінну як функцію лагових значень усіх змінних системи.

Специфікація VAR моделі має вигляд

$$\mathbf{x}_t = \mathbf{\Pi}_1 \mathbf{x}_{t-1} + \dots + \mathbf{\Pi}_k \mathbf{x}_{t-k} + \mathbf{\Phi} \mathbf{D}_t + \boldsymbol{\varepsilon}_t, \quad t = 1, \dots, T. \quad (8.1)$$

де \mathbf{x}_t – p -вимірний вектор ендогенних змінних; \mathbf{D} – d -вимірний вектор екзогенних змінних; $\mathbf{\Pi}_1, \dots, \mathbf{\Pi}_k$ і $\mathbf{\Phi}$ – матриці невідомих параметрів моделі, які треба оцінити, і $\boldsymbol{\varepsilon}_t$ вектор збурень, які можуть корелювати між собою, але не корелюють з власними лаговими значеннями, а також не корелюють з усіма змінними в правій частині системи.

Оскільки в правій частині системи наявні тільки лагові значення ендогенних змінних, то не виникає проблеми симультаивності і як буде показано згодом можна отримати консистентні оцінки. Незважаючи на те, що збурення ε_t можуть бути одночасно корельованими, МНК оцінка є ефективною та еквівалентною до ОМП оцінки.

8.1 Метод максимальної правдоподібності оцінювання необмеженої VAR моделі

За припущення про те, що параметри $\Theta = \{\mu_0, \Pi_1, \Pi_2, \dots, \Pi_k, \Omega\}$ VAR моделі

$$\mathbf{x}_t = \mu_0 + \Pi_1 \mathbf{x}_{t-1} + \dots + \Pi_k \mathbf{x}_{t-k} + \varepsilon_t, \quad t = 1, \dots, T \quad (8.2)$$

$$\varepsilon_t \sim IN_p(\mathbf{0}, \Omega),$$

є необмежені, виведемо оцінку максимальної правдоподібності, що є умовною за початковими значеннями процесу.

Перепишемо (8.2) у вигляді

$$\mathbf{x}_t = \mathbf{B}' \mathbf{Z}_t + \varepsilon_t, \quad t = 1, \dots, T, \quad (8.3)$$

де $\mathbf{B}' = [\mu_0, \Pi_1, \Pi_2, \dots, \Pi_k]$, $\mathbf{Z}_t' = [1, \mathbf{x}'_{t-1}, \mathbf{x}'_{t-2}, \dots, \mathbf{x}'_{t-k}]$, а початкові значення $\mathbf{X}^0 = [\mathbf{x}'_0, \mathbf{x}'_{-1}, \dots, \mathbf{x}'_{-k+1}]$ задані.

Для знаходження ОМП оцінок \mathbf{B} і Ω використаємо необхідні умови максимуму функції правдоподібності. Для цього розглянемо логарифм функції правдоподібності

$$\begin{aligned} \ln L(\mathbf{B}, \Omega; \mathbf{X}) &= -\frac{Tp}{2} \ln(2\pi) - \frac{T}{2} \ln |\Omega| - \\ &\quad - \frac{1}{2} \sum_{t=1}^T (\mathbf{x}_t - \mathbf{B}' \mathbf{Z}_t)' \Omega^{-1} (\mathbf{x}_t - \mathbf{B}' \mathbf{Z}_t). \end{aligned}$$

Використавши умову $\partial \ln L / \partial \mathbf{B} = 0$, одержимо

$$\sum_{t=1}^T \mathbf{x}_t \mathbf{Z}_t' = \hat{\mathbf{B}}' \sum_{t=1}^T \mathbf{Z}_t \mathbf{Z}_t',$$

тому FIML оцінка \mathbf{B} дорівнює

$$\hat{\mathbf{B}}' = \sum_{t=1}^T (\mathbf{x}_t \mathbf{Z}_t') \left(\sum_{t=1}^T \mathbf{Z}_t \mathbf{Z}_t' \right)^{-1} = \mathbf{M}_{xZ} \mathbf{M}_{ZZ}^{-1}. \quad (8.4)$$

Далі з умови $\partial \ln L / \partial \mathbf{\Omega} = 0$ отримуємо оцінку $\mathbf{\Omega}$

$$\hat{\mathbf{\Omega}} = T^{-1} \sum_{t=1}^T (\mathbf{x}_t - \hat{\mathbf{B}}' \mathbf{Z}_t) (\mathbf{x}_t - \hat{\mathbf{B}}' \mathbf{Z}_t)' = T^{-1} \sum_{t=1}^T \hat{\boldsymbol{\varepsilon}}_t \hat{\boldsymbol{\varepsilon}}_t'. \quad (8.5)$$

Оцінки максимальної правдоподібності (8.4) і (8.5) у цьому випадку співпадають з відповідними МНК оцінками. Тепер ми можемо знайти максимальне значення логарифма функції правдоподібності за ML оцінок $\hat{\mathbf{B}}$ і $\hat{\mathbf{\Omega}}$

$$\ln L_{\max} = -\frac{Tp}{2} \ln(2\pi) - \frac{T}{2} \ln |\hat{\mathbf{\Omega}}| - \frac{1}{2} \sum_{t=1}^T (\mathbf{x}_t - \hat{\mathbf{B}}' \mathbf{Z}_t)' \hat{\mathbf{\Omega}}^{-1} (\mathbf{x}_t - \hat{\mathbf{B}}' \mathbf{Z}_t).$$

Покажемо, що $\ln L_{\max} = -\frac{1}{2} T \ln |\hat{\mathbf{\Omega}}| +$ постійні члени. Для цього спочатку розглянемо

$$\begin{aligned} (\mathbf{x}_t - \hat{\mathbf{B}}' \mathbf{Z}_t)' \hat{\mathbf{\Omega}}^{-1} (\mathbf{x}_t - \hat{\mathbf{B}}' \mathbf{Z}_t) &= \hat{\boldsymbol{\varepsilon}}_t' \hat{\mathbf{\Omega}}^{-1} \hat{\boldsymbol{\varepsilon}}_t = \\ &= \sum_{ij} \hat{\boldsymbol{\varepsilon}}_{t,i} \left(\hat{\mathbf{\Omega}}^{-1} \right)_{ij} \hat{\boldsymbol{\varepsilon}}_{t,j} = \\ &= \sum_{ij} \left(\hat{\mathbf{\Omega}}^{-1} \right)_{ij} \hat{\boldsymbol{\varepsilon}}_{t,j} \hat{\boldsymbol{\varepsilon}}_{t,i} = \\ &= \text{tr} \left\{ \hat{\mathbf{\Omega}}^{-1} \hat{\boldsymbol{\varepsilon}}_t \hat{\boldsymbol{\varepsilon}}_t' \right\}. \end{aligned}$$

Тут ми використали результат, що $\text{tr}(\mathbf{AB}) = \sum_{ij} \mathbf{A}_{ij} \mathbf{B}_{ji}$. Підсумовуючи по T , отримуємо

$$\begin{aligned} \sum_{t=1}^T (\mathbf{x}_t - \hat{\mathbf{B}}' \mathbf{Z}_t)' \hat{\mathbf{\Omega}}^{-1} (\mathbf{x}_t - \hat{\mathbf{B}}' \mathbf{Z}_t) &= \sum_{t=1}^T \text{tr} \left\{ \hat{\mathbf{\Omega}}^{-1} \hat{\boldsymbol{\varepsilon}}_t \hat{\boldsymbol{\varepsilon}}_t' \right\} = \\ &= T \sum_{t=1}^T \text{tr} \left\{ \hat{\mathbf{\Omega}}^{-1} \hat{\boldsymbol{\varepsilon}}_t \hat{\boldsymbol{\varepsilon}}_t' / T \right\} = \\ &= T \text{tr} \left\{ \hat{\mathbf{\Omega}}^{-1} \hat{\mathbf{\Omega}} \right\} = \\ &= T \text{tr} \left\{ \mathbf{I}_p \right\} = Tp, \end{aligned}$$

тому

$$\ln L_{\max} = -\frac{T}{2} \ln |\hat{\mathbf{\Omega}}| - \frac{Tp}{2} - \frac{Tp}{2} \ln(2\pi),$$

тобто за винятком сталих членів, максимум логарифма функції правдоподібності пропорційний логарифму визначника коваріаційної матриці залишків $\hat{\mathbf{\Omega}}$

$$\ln L_{\max} = -\frac{T}{2} \ln |\hat{\mathbf{\Omega}}| + \text{постійні члени}.$$

Цей результат використовують у багатьох тестових процедурах, а також для виведення оцінки максимальної правдоподібності для коінтегрованої VAR моделі.

Для того, щоб перевірити гіпотези щодо \mathbf{B} , нам треба знайти розподіл оцінок $\hat{\mathbf{B}}$. Розглянемо векторну авторегресійну модель другого порядку VAR(2) і визначимо для неї асимптотичний розподіл $\hat{\mathbf{B}}$ за припущення стаціонарності процесу \mathbf{x}_t .

Розглянемо відхилення оцінки коефіцієнтів VAR(2) моделі

$$\hat{\mathbf{B}}' - \mathbf{B}' = (\hat{\mathbf{\Pi}}_1, \hat{\mathbf{\Pi}}_2) - (\mathbf{\Pi}_1, \mathbf{\Pi}_2) \quad (8.6)$$

і коваріаційну матрицю між регресорами \mathbf{x}_{t-1} і \mathbf{x}_{t-2}

$$\mathbf{\Sigma} = \begin{pmatrix} \mathbf{\Sigma}_{11} & \mathbf{\Sigma}_{12} \\ \mathbf{\Sigma}_{21} & \mathbf{\Sigma}_{22} \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} \text{Var}[\mathbf{x}_{t-1}] & \text{Cov}[\mathbf{x}_{t-1}, \mathbf{x}_{t-2}] \\ \text{Cov}[\mathbf{x}_{t-2}, \mathbf{x}_{t-1}] & \text{Var}[\mathbf{x}_{t-2}] \end{pmatrix}.$$

За припущення стаціонарності розподіл (8.6) має таку асимптотичну властивість

$$T^{\frac{1}{2}}(\hat{\mathbf{B}} - \mathbf{B}) \xrightarrow{d} N(\mathbf{0}, \mathbf{\Omega} \otimes \mathbf{\Sigma}^{-1}), \quad (8.7)$$

де

$$\mathbf{\Omega} \otimes \mathbf{\Sigma}^{-1} = \begin{pmatrix} \mathbf{\Omega}\mathbf{S}_{11} & \mathbf{\Omega}\mathbf{S}_{12} \\ \mathbf{\Omega}\mathbf{S}_{21} & \mathbf{\Omega}\mathbf{S}_{22} \end{pmatrix}, \quad \mathbf{\Sigma}^{-1} = \begin{pmatrix} \mathbf{S}_{11} & \mathbf{S}_{12} \\ \mathbf{S}_{21} & \mathbf{S}_{22} \end{pmatrix}.$$

Отож, результати оцінювання VAR моделі схожі з результатами оцінювання лінійної регресії $\mathbf{y} = \mathbf{X}\boldsymbol{\beta} + \boldsymbol{\varepsilon}$, за винятком того, що добуток матриць $\mathbf{X}'\mathbf{X}$ для регресійної моделі замінюється на $kp \times kp$

коваріаційну матрицю Σ , де $k = 2$ для наведеної VAR(2) моделі. Зазначимо, що асимптотичний розподіл коефіцієнтів регресії ґрунтується на припущенні

$$T^{-1}\mathbf{X}'\mathbf{X} \xrightarrow{p} \mathbf{A},$$

де \mathbf{A} – стала матриця. У випадку, коли дані містять одиничний корінь, це припущення не виконується і маємо збіжність до матриці броунівського руху.

Розглянемо питання тестування значущості одного коефіцієнта, наприклад, першого елемента $\pi_{1,11}$ матриці Π_1 . Визначимо два вектори $\boldsymbol{\psi}' = [1, 0, 0, \dots, 0]$ і $\boldsymbol{\eta}' = [1, 0, 0, \dots, 0]$, де $\boldsymbol{\psi}$ має розмірність $p \times 1$, а $\boldsymbol{\eta} - 2p \times 1$ такі, що $\boldsymbol{\psi}'\mathbf{B}'\boldsymbol{\eta} = \pi_{1,11}$. Використовуючи (8.7), можна знайти тестову статистику тестування нульової гіпотези $\pi_{1,11} = 0$, яка асимптотично має стандартний нормальний розподіл

$$\frac{T^{\frac{1}{2}}\boldsymbol{\psi}'\mathbf{B}'\boldsymbol{\eta}}{(\boldsymbol{\psi}'\boldsymbol{\Omega}\boldsymbol{\psi}\boldsymbol{\eta}'\boldsymbol{\Sigma}^{-1}\boldsymbol{\eta})^{\frac{1}{2}}} \xrightarrow{d} N(0, 1). \quad (8.8)$$

Ця статистика може бути узагальнена на випадок тестування будь-якого коефіцієнта в \mathbf{B} шляхом відповідного вибору векторів $\boldsymbol{\psi}$ і $\boldsymbol{\eta}$.

8.2 Оцінювання VAR(2) моделі грошового ринку в Україні

Оцінимо векторну авторегресійну модель, в якій ендогенними змінними є логарифми грошової маси $m_t = \ln M_t$, темпи інфляції $dp_t = \Delta \ln P_t = \ln(\text{ICЦ}_t/100)$, логарифми ВВП $y_t = \ln Y_t$, логарифми процентних ставок за депозитами $rd_t = \ln Rd_t$ та логарифми процентних ставок за кредитами $rk_t = \ln Rk_t$. Моделювання проводимемо на підставі місячних даних з березня 2006 р. до грудня 2011 р., всього 70 спостережень. Для врахування сезонності в змінних у модель введемо сезонні фіктивні змінні. Дослідивши значущість таких сезонних змінних, отримуємо, що значущою є лише змінна $D3$, яка набуває значення 1 для третього місяця кожного кварталу і 0 для усіх інших місяців.

Розглянемо VAR модель, що містить два лагових значення ендогенних змінних, тобто

$$\begin{aligned}
m_t &= \alpha_{11} m_{t-1} + \alpha_{12} dp_{t-1} + \alpha_{13} y_{t-1} + \alpha_{14} rd_{t-1} + \alpha_{15} rk_{t-1} + \\
&\quad + \beta_{11} m_{t-2} + \beta_{12} dp_{t-2} + \beta_{13} y_{t-2} + \beta_{14} rd_{t-2} + \beta_{15} rk_{t-2} + \\
&\quad + \mu_1 + \gamma_1 D3_t + \varepsilon_{1t}, \\
dp_t &= \alpha_{21} m_{t-1} + \alpha_{22} dp_{t-1} + \alpha_{23} y_{t-1} + \alpha_{24} rd_{t-1} + \alpha_{25} rk_{t-1} + \\
&\quad + \beta_{21} m_{t-2} + \beta_{22} dp_{t-2} + \beta_{23} y_{t-2} + \beta_{24} rd_{t-2} + \beta_{25} rk_{t-2} + \\
&\quad + \mu_2 + \gamma_2 D3_t + \varepsilon_{2t}, \\
y_t &= \alpha_{31} m_{t-1} + \alpha_{32} dp_{t-1} + \alpha_{33} y_{t-1} + \alpha_{34} rd_{t-1} + \alpha_{35} rk_{t-1} + \\
&\quad + \beta_{31} m_{t-2} + \beta_{32} dp_{t-2} + \beta_{33} y_{t-2} + \beta_{34} rd_{t-2} + \beta_{35} rk_{t-2} + \\
&\quad + \mu_3 + \gamma_3 D3_t + \varepsilon_{3t}, \\
rd_t &= \alpha_{41} m_{t-1} + \alpha_{42} dp_{t-1} + \alpha_{43} y_{t-1} + \alpha_{44} rd_{t-1} + \alpha_{45} rk_{t-1} + \\
&\quad + \beta_{41} m_{t-2} + \beta_{42} dp_{t-2} + \beta_{43} y_{t-2} + \beta_{44} rd_{t-2} + \beta_{45} rk_{t-2} + \\
&\quad + \mu_4 + \gamma_4 D3_t + \varepsilon_{4t}, \\
rk_t &= \alpha_{51} m_{t-1} + \alpha_{52} dp_{t-1} + \alpha_{53} y_{t-1} + \alpha_{54} rd_{t-1} + \alpha_{55} rk_{t-1} + \\
&\quad + \beta_{51} m_{t-2} + \beta_{52} dp_{t-2} + \beta_{53} y_{t-2} + \beta_{54} rd_{t-2} + \beta_{55} rk_{t-2} + \\
&\quad + \mu_5 + \gamma_5 D3_t + \varepsilon_{5t},
\end{aligned}$$

де α_{ij} , β_{ij} , μ_i , γ_i – невідомі параметри, які треба оцінити. Отже, у цій моделі ми маємо 5 рівнянь і 60 невідомих параметрів. При цьому ми використовуємо всього 420 даних.

У векторному вигляді необмежену VAR(2) модель можна записати

$$\mathbf{x}_t = \mathbf{\Pi}_1 \mathbf{x}_{t-1} + \mathbf{\Pi}_2 \mathbf{x}_{t-2} + \mathbf{\Phi} \mathbf{D}_t + \varepsilon_t, \quad t = 1, \dots, T, \quad (8.9)$$

$$\varepsilon_t \sim IN_p(\mathbf{0}, \mathbf{\Omega}),$$

де $\mathbf{x}_t = [m_t, dp_t, y_t, rd_t, rk_t]$ – вектор ендогенних змінних, $\mathbf{D}_t = [1, D3]$ – детермінована складова.

Результати оцінювання моделі (8.9) наведено в табл. 8.1. Реалізація оцінювання VAR моделі в економетричному пакеті EViews, спосіб отримання цієї таблиці та її структура описані в Розділі 11.

Таблиця 8.1: Результати оцінювання необмеженої VAR моделі

Vector Autoregression Estimates
Sample (adjusted): 2006M05 2011M12
Included observations: 68 after adjustments
Standart errors in () and t-statistics in []

	LNM	DP	LNy	LNRD	LNRK
LNM(-1)	1,027312 (0,12875) [7,97892]	0,032892 (0,05046) [0,65181]	2,182282 (1,59084) [1,37178]	-0,330159 (0,46974) [-0,70285]	-0,548043 (0,41057) [-1,33483]
LNM(-2)	-0,043924 (0,12401) [-0,35419]	-0,041743 (0,04860) [-0,85885]	-0,559469 (1,53223) [-0,36513]	0,299941 (0,45243) [0,66295]	0,552684 (0,39545) [1,39762]
DP(-1)	-0,152552 (0,32407) [-0,47074]	0,891747 (0,12701) [7,02087]	-6,198726 (4,00413) [-1,54808]	1,878374 (1,18233) [1,58870]	1,830660 (1,03341) [1,77148]
DP(-2)	0,432141 (0,31522) [1,37090]	-0,253662 (0,12355) [-2,05318]	4,153014 (3,89481) [1,06629]	-2,411194 (1,15006) [-2,09659]	-1,016177 (1,00519) [-1,01093]
LNy(-1)	-0,008940 (0,01017) [-0,87929]	0,007632 (0,00398) [1,91539]	-0,490763 (0,12562) [-3,90675]	0,059694 (0,03709) [1,60933]	0,021543 (0,03242) [0,66448]
LNy(-2)	0,003391 (0,01004) [0,33770]	-0,000511 (0,00394) [-0,12994]	-0,356992 (0,12408) [-2,87705]	0,036690 (0,03664) [1,00140]	-0,014600 (0,03202) [-0,45591]
LNRD(-1)	-0,020977 (0,03980) [-0,52709]	0,014549 (0,01560) [0,93272]	0,146289 (0,49174) [0,29749]	0,869028 (0,14520) [5,98499]	0,289754 (0,12691) [2,28312]
LNRD(-2)	0,024043 (0,03767) [0,63824]	-0,012225 (0,01476) [-0,82800]	-0,408490 (0,46545) [-0,87762]	-0,102318 (0,13744) [-0,74446]	-0,335422 (0,12013) [-2,79223]

	LMN	DP	LNy	LNRD	LNRK
LNRK(-1)	-0,049525 (0,04361) [-1,13565]	-0,015819 (0,01709) [-0,92551]	-0,578177 (0,53882) [-1,07303]	0,302969 (0,15910) [1,90422]	0,968853 (0,13906) [6,96703]
LNRK(-2)	-0,002737 (0,04648) [-0,05888]	0,017178 (0,01822) [0,94294]	0,195975 (0,57432) [0,34123]	-0,040201 (0,16958) [-0,23706]	-0,068166 (0,14822) [-0,45989]
C	0,416559 (0,13227) [3,14932]	0,027361 (0,05184) [0,52778]	1,257191 (1,63428) [0,76926]	-0,877871 (0,48257) [-1,81916]	0,213552 (0,42178) [0,50631]
D3	0,022915 (0,00529) [4,33550]	0,005706 (0,00207) [2,75443]	0,023510 (0,06530) [0,36001]	0,003445 (0,01928) [0,17866]	0,024056 (0,01685) [1,42732]
R-squared	0,997334	0,573473	0,681929	0,921189	0,888692
Adj. R-squared	0,996810	0,489690	0,619450	0,905708	0,866827
Sum sq. resids	0,020030	0,003077	3,057817	0,266610	0,203675
S.E. equation	0,018912	0,007412	0,233675	0,068999	0,060308
F-statistic	1904,136	6,844806	10,91465	59,50520	40,64604
Log likelihood	179,9336	243,6269	8,973603	91,92234	101,0773
Akaike AIC	-4,939223	-6,812557	0,089012	-2,350657	-2,619919
Schwarz SC	-4,547545	-6,420879	0,480690	-1,958979	-2,228241
Mean dependent	12,96984	0,010145	11,21747	2,120751	2,657273
S.D. dependent	0,334836	0,010376	0,378797	0,224702	0,165260
Determinant resid covariance (dof adj.)			1,07E-14		
Determinant resid covariance			4,04E-15		
Log likelihood			644,3959		
Akaike information criterion			-17,18811		
Schwarz criterion			-15,22972		

Зокрема внаслідок оцінювання одержимо

$$\begin{bmatrix} m_t \\ dp_t \\ y_t \\ rd_t \\ rk_t \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{1,0273} & -0,1526 & -0,0089 & -0,0210 & -0,0495 \\ 0,0329 & \mathbf{0,8917} & \mathbf{0,0076} & 0,0145 & -0,0158 \\ 2,1828 & -6,1987 & \mathbf{-0,4908} & 0,1463 & -0,5782 \\ -0,3302 & 1,8784 & 0,0597 & \mathbf{0,8690} & \mathbf{0,3030} \\ -0,5480 & 1,8307 & 0,0215 & \mathbf{0,2898} & \mathbf{0,9689} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} m_{t-1} \\ dp_{t-1} \\ y_{t-1} \\ rd_{t-1} \\ rk_{t-1} \end{bmatrix} \\ + \begin{bmatrix} -0,0439 & 0,4321 & 0,0034 & 0,0240 & -0,0027 \\ -0,0417 & \mathbf{-0,2537} & -0,0005 & -0,0122 & 0,0171 \\ -0,5595 & 4,1530 & \mathbf{-0,3570} & -0,4085 & 0,1960 \\ 0,2999 & \mathbf{-2,4112} & 0,0367 & -0,1023 & -0,0402 \\ 0,5527 & -1,0162 & -0,0146 & \mathbf{-0,3354} & -0,0682 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} m_{t-2} \\ dp_{t-2} \\ y_{t-2} \\ rd_{t-2} \\ rk_{t-2} \end{bmatrix} + \\ + \Phi D_t + \varepsilon_t,$$

$$\ln L_{max} = 644,39, \quad \ln |\hat{\Omega}| = -33,14.$$

Отримані оцінки є оцінками максимальної правдоподібності (ML) (які є умовними за початковими значеннями) за умови, що не накладено обмежень на VAR модель. Коефіцієнти, t' -відношення яких більші за 1,9, виділено жирним шрифтом.

Одержані оцінки параметрів показують, що більш значущими є коефіцієнти при перших лагах змінних, ніж при других. Більшість коефіцієнтів з великими t' -відношеннями розташовані на діагоналі, тобто значення досліджуваних показників здебільшого залежать від своїх лагових значень, а це означає, що змінні мають високу авторегресійну залежність.

Рівняння, що описує поведінку грошової маси, містить лише один значущий коефіцієнт при лаговому значенні грошової маси за попередній місяць, що може свідчити про те, що грошова маса визначається лише своєю короткостроковою динамікою і не залежить від інших чинників. У рівнянні інфляції значущими є два попередні значення інфляції, а саме її лаги першого та другого порядків, а також значення ВВП попереднього періоду. ВВП залежить лише від своїх попередніх значень впродовж двох минулих періодів, тобто характеризується AR(2) процесом. У рівняннях для процентних ставок за депозитами та кредитами значний вплив мають лаги першого порядку обох процентних ставок. Також у рівнянні процентних ставок за депозитами значущими є лаги другого

порядку інфляції, а у рівнянні процентних ставок за кредитами – лаги другого порядку ставок за депозитами.

Наведені значення логарифма функції правдоподібності і логарифма визначника коваріаційної матриці залишків $\ln |\hat{\Omega}|$ мають інформативний характер порівняно з іншими характеристиками моделі. Наприклад, логарифм визначника коваріаційної матриці, отриманої на підставі VAR(1) моделі становить $\ln |\hat{\Omega}| = -31,81 > -33,14$.

Проаналізуємо також значення статистики Вальда, отримані внаслідок тестування спільної значущості кожного регресора в усіх рівняннях системи. Статистика розподілена як $\chi^2[5]$, а її значення наведено в табл. 8.2.

Таблиця 8.2: Результати тестування значущості змінних у необмеженій VAR моделі

Змінна	LNM _{t-1}	DP _{t-1}	LN _{t-1}	LNRD _{t-1}	LNRK _{t-1}
χ^2 – статистика	72,5	53,28	18,57	114,29	301,60
p-значення	0,0000	0,0000	0,0023	0,0000	0,0000
Змінна	LNM _{t-2}	DP _{t-2}	LN _{t-2}	LNRD _{t-2}	LNRK _{t-2}
χ^2 – статистика	2,58	5,74	12,92	10,05	16,04
p-значення	0,7637	0,3315	0,0240	0,0736	0,0067

Зазначимо, що значущими є перші лаги усіх змінних, а також другий лаг доходу та процентної ставки за кредитами.

8.3 Динамічні властивості VAR моделі

Динамічні властивості процесу можна дослідити шляхом обчислення коренів VAR процесу

$$\mathbf{x}_t = \mu_0 + \mathbf{\Pi}_1 \mathbf{x}_{t-1} + \dots + \mathbf{\Pi}_k \mathbf{x}_{t-k} + \varepsilon_t, \quad t = 1, \dots, T, \quad (8.10)$$

де $\varepsilon_t \sim NI_p(\mathbf{0}, \mathbf{\Omega})$ і $\mathbf{x}_0, \dots, \mathbf{x}_{-k+1}$ – вважаються фіксованими.

Переформулюємо VAR модель за допомогою многочлена від лагового оператора L , де $L^i \mathbf{x}_t = \mathbf{x}_{t-i}$, і розширимо її за допомо-

гою включення змінної \mathbf{D}_t , що позначатиме вектор детермінованих компонент, таких як стала, сезонні й інші фіктивні змінні. У підсумку одержимо

$$\begin{aligned} (\mathbf{I} - \mathbf{\Pi}_1 L - \dots - \mathbf{\Pi}_k L^k) \mathbf{x}_t &= \mathbf{\Phi} \mathbf{D}_t + \boldsymbol{\varepsilon}_t, \\ \mathbf{\Pi}(L) \mathbf{x}_t &= \mathbf{\Phi} \mathbf{D}_t + \boldsymbol{\varepsilon}_t. \end{aligned} \quad (8.11)$$

Авторегресійне формулювання зручне для тестуванні гіпотез щодо зв'язків змінних системи, які мають певний економічний зміст, тоді як зображення у вигляді рухомого середнього корисне при вивченні властивостей процесу. У випадку, коли процес є стаціонарним, зображення у вигляді рухомого середнього отримуємо безпосередньо за допомогою застосування до VAR моделі оберненого оператора. Тоді \mathbf{x}_t , $t = 1, \dots, T$ виражається як функція від минулих і теперішніх шоків, $\boldsymbol{\varepsilon}_{t-j}$, $j = 0, 1, \dots$, початкового значення \mathbf{X}^0 і детермінованих компонент \mathbf{D}_t

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_t &= \mathbf{\Pi}^{-1}(L)(\mathbf{\Phi} \mathbf{D}_t + \boldsymbol{\varepsilon}_t) + \widehat{\mathbf{X}}^0, \quad t = 1, \dots, T \\ &= |\mathbf{\Pi}(L)|^{-1} \mathbf{\Pi}^a(L)(\mathbf{\Phi} \mathbf{D}_t + \boldsymbol{\varepsilon}_t) + \widehat{\mathbf{X}}^0, \\ &= (\mathbf{I} + \mathbf{C}_1 L + \mathbf{C}_2 L^2 + \dots)(\mathbf{\Phi} \mathbf{D}_t + \boldsymbol{\varepsilon}_t) + \widehat{\mathbf{X}}^0, \end{aligned} \quad (8.12)$$

де $\widehat{\mathbf{X}}^0$ підсумовує вплив початкових значень процесу і їхньої динаміки, $|\mathbf{\Pi}(L)| = \det(\mathbf{\Pi}(L))$.

У випадку, коли VAR процес стаціонарний, Йохансен вивів рекурентну формулу для $\mathbf{C}_j = f(\mathbf{\Pi}_1, \dots, \mathbf{\Pi}_k)$. Якщо VAR процес не є стаціонарним, то $\mathbf{\Pi}(L)$ не є оборотним.

Корені характеристичного многочлена

Для обчислення коренів VAR процесу розглянемо характеристичний многочлен

$$\begin{aligned} \mathbf{\Pi}(z) &= \mathbf{I} - \mathbf{\Pi}_1 z - \dots - \mathbf{\Pi}_k z^k, \\ (\mathbf{\Pi}(z))^{-1} &= |\mathbf{\Pi}(z)|^{-1} \mathbf{\Pi}^a(z). \end{aligned}$$

Покажемо, що корені $|\mathbf{\Pi}(z)| = 0$ підсумовують важливу інформацію про динаміку та стабільність процесу.

Розглянемо двовимірну VAR(2) модель

$$(\mathbf{I} - \mathbf{\Pi}_1 L - \mathbf{\Pi}_2 L^2) \mathbf{x}_t = \mathbf{\Phi} \mathbf{D}_t + \boldsymbol{\varepsilon}_t.$$

Характеристична функція має вигляд

$$\begin{aligned} \mathbf{\Pi}(z) &= \mathbf{I} - \begin{bmatrix} \pi_{1.11} & \pi_{1.12} \\ \pi_{1.21} & \pi_{1.22} \end{bmatrix} z - \begin{bmatrix} \pi_{2.11} & \pi_{2.12} \\ \pi_{2.21} & \pi_{2.22} \end{bmatrix} z^2 = \\ &= \mathbf{I} - \begin{bmatrix} \pi_{1.11} z & \pi_{1.12} z \\ \pi_{1.21} z & \pi_{1.22} z \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} \pi_{2.11} z^2 & \pi_{2.12} z^2 \\ \pi_{2.21} z^2 & \pi_{2.22} z^2 \end{bmatrix} = \\ &= \begin{bmatrix} (1 - \pi_{1.11} z - \pi_{2.11} z^2) & (-\pi_{1.12} z - \pi_{2.12} z^2) \\ (-\pi_{1.21} z - \pi_{2.21} z^2) & (1 - \pi_{1.22} z - \pi_{2.22} z^2) \end{bmatrix} \end{aligned}$$

і її визначник

$$\begin{aligned} |\mathbf{\Pi}(z)| &= (1 - \pi_{1.11} z - \pi_{2.11} z^2)(1 - \pi_{1.22} z - \pi_{2.22} z^2) - \\ &\quad - (\pi_{1.12} z + \pi_{2.12} z^2)(\pi_{1.21} z + \pi_{2.21} z^2) = \\ &= 1 - a_1 z - a_2 z^2 - a_3 z^3 - a_4 z^4 = \\ &= (1 - \rho_1 z)(1 - \rho_2 z)(1 - \rho_3 z)(1 - \rho_4 z) \end{aligned}$$

є поліномом четвертого порядку за z . Розв'язавши $|\mathbf{\Pi}(z)| = 0$, отримаємо чотири характеристичних корені $z_1 = 1/\rho_1, \dots, z_4 = 1/\rho_4$, які містять корисну інформацію про динамічну поведінку процесу.

Тоді двовимірну VAR(2) модель можна записати у вигляді

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_t &= \frac{\mathbf{\Pi}^a(L)(\mathbf{\Phi} \mathbf{D}_t + \boldsymbol{\varepsilon}_t)}{(1 - \rho_1 L)(1 - \rho_2 L)(1 - \rho_3 L)(1 - \rho_4 L)} + \widehat{\mathbf{X}}^0, \\ &= \left(\frac{\mathbf{\Pi}_1^a L + \mathbf{\Pi}_2^a L^2}{(1 - \rho_2 L)(1 - \rho_3 L)(1 - \rho_4 L)} \right) \left(\frac{\boldsymbol{\varepsilon}_t + \mathbf{\Phi} \mathbf{D}_t}{(1 - \rho_1 L)} \right) + \widehat{\mathbf{X}}^0, \end{aligned}$$

для $t = 1, \dots, T$. Для дослідження динамічної поведінки розглянемо компоненту першого кореня

$$(1 - \rho_1 L)^{-1}(\boldsymbol{\varepsilon}_t + \mathbf{\Phi} \mathbf{D}_t) = (1 + \rho_1 L + \rho_1^2 L^2 + \dots)(\boldsymbol{\varepsilon}_t + \mathbf{\Phi} \mathbf{D}_t).$$

Таким чином кожен шок $\varepsilon_{i,t}$ буде мати динамічний вплив, оскільки впливатиме як на поточні, так і на майбутні значення змінних в \mathbf{x}_t .

Зауважимо, що це також правильно і для будь-якої фіктивної змінної, що включена в \mathbf{D}_t . Стійкість ефекту залежить від величини $|\rho_1|$, і чим більше це число, тим стійкіший вплив.

Варто зазначити, що навіть проста двовимірна VAR(2) модель може породжувати різноманітні динамічні структури в змінних \mathbf{x} внаслідок кратності коренів і додаткової динаміки, що обумовлюється матричним многочленом $\mathbf{\Pi}^a(L)$. Дійсний корінь $|\rho_j| < 1$ буде генерувати експоненціально спадну поведінку, а комплексна пара коренів $\rho_j = \rho_{1j} \pm i\rho_{2j}$ з $|\rho_j| < 1$ експоненціально спадну циклічну поведінку. Якщо дійсний корінь лежить на одиничному колі ($\rho = 1$ або $\rho = -1$), то він буде генерувати нестационарну поведінку, тобто стохастичний тренд в \mathbf{x}_t . Якщо модуль комплексного кореня дорівнює одиниці, то він відповідатиме за нестационарну сезонну поведінку. Прикладом цього є проста модель різниць четвертого порядку для квартальних даних

$$(1 - L^4)x_t = (1 - L)(1 + L)(1 + L^2)x_t = \varepsilon_t.$$

Для такої моделі характеристичне рівняння

$$(1 - z)(1 + z)(1 + z^2) = 0,$$

матиме чотири характеристичні корені $z_1 = 1$, $z_2 = -1$, $z_3 = -i$, $z_4 = i$.

Знаходження характеристичних коренів за допомогою власних значень матриці AR(1) процесу

Корені VAR процесу зручно обчислювати за допомогою переформулювання VAR(k) у AR(1) вигляді. Тоді задача знаходження характеристичних коренів зводиться до знаходження власних значень $\rho_1, \dots, \rho_{p \times k}$ деякої матриці. Обернені величини до них $\rho_1^{-1}, \dots, \rho_{p \times k}^{-1}$ будуть розв'язками характеристичного рівняння. Щоб їх розрізнити, ми називатимемо перші власними значеннями, а другі – характеристичними коренями.

Власні значення обчислюють за допомогою перетворення VAR(k) моделі в AR(1) модель. Розглянемо випадок $k = 2$ і зведемо VAR(2)

модель до AR(1) вигляду

$$\begin{bmatrix} \mathbf{x}_t \\ \mathbf{x}_{t-1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{\Pi}_1 & \mathbf{\Pi}_2 \\ \mathbf{I} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{x}_{t-1} \\ \mathbf{x}_{t-2} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \boldsymbol{\varepsilon}_t \\ \mathbf{0} \end{bmatrix},$$

або більш компактно

$$\tilde{\mathbf{x}}_t = \tilde{\mathbf{\Pi}}\tilde{\mathbf{x}}_{t-1} + \tilde{\boldsymbol{\varepsilon}}_t.$$

Власні значення матриці $\tilde{\mathbf{\Pi}}$ можна знайти розв'язавши задачу

$$\rho\mathbf{V} = \tilde{\mathbf{\Pi}}\mathbf{V},$$

де $\mathbf{V} \in k\rho \times 1$ вимірним вектором. Тоді

$$\rho \begin{bmatrix} \mathbf{v}_1 \\ \mathbf{v}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{\Pi}_1 & \mathbf{\Pi}_2 \\ \mathbf{I} & \mathbf{0} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{v}_1 \\ \mathbf{v}_2 \end{bmatrix},$$

тобто

$$\begin{aligned} \rho\mathbf{v}_1 &= \mathbf{\Pi}_1\mathbf{v}_1 + \mathbf{\Pi}_2\mathbf{v}_2 \\ \rho\mathbf{v}_2 &= \mathbf{v}_1. \end{aligned}$$

Розв'язок можна знайти з

$$\begin{aligned} \rho\mathbf{v}_1 &= \mathbf{\Pi}_1\mathbf{v}_1 + \mathbf{\Pi}_2(\mathbf{v}_1/\rho) \\ \mathbf{v}_1 &= \mathbf{\Pi}_1(\mathbf{v}_1/\rho) + \mathbf{\Pi}_2(\mathbf{v}_1/\rho^2), \end{aligned}$$

тобто власні значення $\tilde{\mathbf{\Pi}}$ є ρk коренями полінома другого порядку

$$|\mathbf{I} - \mathbf{\Pi}_1\rho^{-1} - \mathbf{\Pi}_2\rho^{-2}| = 0,$$

або

$$|\mathbf{I} - \mathbf{\Pi}_1z - \mathbf{\Pi}_2z^2| = 0,$$

де $z = \rho^{-1}$. Зазначимо, що власні значення ρ_i матриці AR(1) процесу є оберненими до коренів характеристичного полінома. Тому стаціонарні розв'язки характеристичного рівняння

$$|\mathbf{\Pi}(z)| = |\mathbf{I} - \mathbf{\Pi}_1z - \dots - \mathbf{\Pi}_kz^k| = 0$$

лежатимуть поза одиничним кругом, тоді як розв'язки

$$|\rho\mathbf{I} - \tilde{\mathbf{\Pi}}| = 0,$$

забезпечуватимуть стаціонарність, якщо вони лежатимуть всередині одиничного круга.

Отже,

- Якщо всі корені $|\Pi(z)| = 0$ лежать ззовні одиничного круга (або якщо всі власні значення матриці відповідного AR(1) процесу лежать всередині одиничного круга), то VAR модель стаціонарна.
- Якщо корені лежать ззовні або на одиничному колі (власні значення всередині або на колі), то процес – нестационарний.
- Якщо хоча б один корінь лежить всередині одиничного кола (власне значення лежить ззовні кола), то VAR модель описує вибуховий процес.

Характеристичні корені VAR(2) моделі українського грошового ринку

У табл. 8.3 подано корені VAR(2) моделі для українських даних, їх зображення наведено на рис. 8.1.

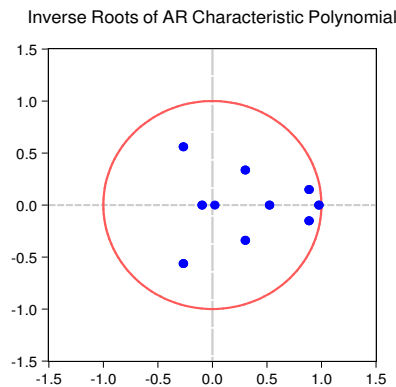


Рис. 8.1: Графічне зображення власних значень

Спосіб отримання цих результатів в пакеті Eviews описано в Розділі 11.

Ми отримали чотири дійсних власних значення, одне з яких майже лежить на одиничному корені. Решта шість коренів задаються як комплексно спряжені пари. Одна з таких пар також розташована близько до одиничного кола. Статистична перевірка того, чи

Таблиця 8.3: Власні значення матриці AR(1) процесу,
що відповідає VAR(2) моделі

Inverse Roots of Characteristic Polynomial
Endogenous variables: LNM DP LNGDP LND LNK
Exogenous variables: C D3
Lag specification: 1 2

Root	Modulus
0,976154	0,976154
0,885358 - 0,150691i	0,898091
0,885358 + 0,150691i	0,898091
-0,266578 - 0,560825i	0,620957
-0,266578 + 0,560825i	0,620957
0,522540	0,522540
0,301540 - 0,337781i	0,452794
0,301540 + 0,337781i	0,452794
-0,095225	0,095225
0,022068	0,022068

No root lies outside the unit circle.
VAR satisfies the stability condition.

модуль кореня суттєво відрізняється від одиниці, є складною. Гіпотезу одиничного кореня в VAR моделях можна перевіряти за допомогою асимптотичної дисперсії оцінених коренів у рамках тесту Йохансена. Позаяк похідний результат дуже складний, то будемо тут використовувати лише тести, які стосуються залишків.

Оскільки принаймні один характеристичний корінь є дуже близьким до одиничного кола в необмеженій VAR, то \mathbf{x}_t не можуть бути стаціонарними. Це означає, що матриця $\mathbf{\Pi}_1$ не буде в границі збігатися до сталої матриці, а збігатиметься до матриці броунівського руху (Brownian motions). У цьому випадку t статистика буде ймовірніше розподілена як τ статистика Дікі-Фуллера і її не можна інтерпретувати як t статистику Стьюдента. Тому, досліджуючи значущість коефіцієнтів необмеженої моделі у п. 8.2, ми можемо лише формально опиратись на $'t'$ - відношення, а не використовувати розподіл Стьюдента.

Розділ 9

Три різних ЕСМ зображення моделі грошового ринку

Необмежену VAR модель можна подати за допомогою різних зображень без накладання будь-яких обмежень на параметри моделі, тобто без зміни значення функції правдоподібності. Так звана векторна модель коригування похибок рівноваги (далі VECM) дає зручне переформулювання (8.9) за допомогою різниць, лагів різниць і рівнів процесу. Є декілька переваг такого формулювання. Зокрема, ефект мультиколінеарності, який зазвичай наявний для таких часових рядів значно зменшується у випадку формулювання моделі за допомогою зображення у формі корегування похибок. Різниці змінних значно ортогональніші, ніж рівні змінних. Крім того, вся інформація про довгострокові ефекти підсумовується і наводиться в матриці коефіцієнтів при рівнях змінних (надалі позначатимемо Π), внаслідок чого їй приділяють особливу увагу при дослідженні проблеми коінтеграції. Інтерпретація оцінок VEC моделей більш зрозуміла, а коефіцієнти можна природно поділити на короткострокові та довгострокові ефекти.

Розглянемо різні зображення VAR(k) моделі, які можна сформулювати в загальному VEC вигляді

$$\begin{aligned} \Delta \mathbf{x}_t = & \Gamma_1^{(m)} \Delta \mathbf{x}_{t-1} + \Gamma_2^{(m)} \Delta \mathbf{x}_{t-2} + \cdots + \Gamma_{k-1}^{(m)} \Delta \mathbf{x}_{t-k+1} + \\ & + \Pi \mathbf{x}_{t-m} + \Phi \mathbf{D}_t + \varepsilon_t, \end{aligned} \quad (9.1)$$

де m ціле число між 1 і k , яке визначає кількість лагових членів в ЕСМ зображенні. Зазначимо, що значення функції правдоподібності не зміниться, якщо змінити значення m .

Розглянемо випадок, коли довжина лага $k = 2$ і проаналізуємо результати необмеженого оцінювання параметрів оцінок для трьох різних специфікацій. Також будемо обчислювати логарифм функції правдоподібності, деякі багатовимірні вимірники R^2 і значення статистик відношення правдоподібності LR для тестування значущості регресорів. Мета нашого дослідження полягає в тому, щоб простежити, наскільки відрізняться оцінки, отримані на підставі різних зображень, хоча початкова модель є точно такою ж для всіх трьох специфікацій.

9.1 ЕСМ зображення з $m=1$

Віднявши від обох частин (8.9) \mathbf{x}_{t-1} , а також у правій частині отриманого виразу додавши і віднявши $\Pi_2 \mathbf{x}_{t-1}$, одержимо

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_t - \mathbf{x}_{t-1} = & \Pi_1 \mathbf{x}_{t-1} - \mathbf{x}_{t-1} + \Pi_2 \mathbf{x}_{t-1} - \Pi_2 \mathbf{x}_{t-1} + \Pi_2 \mathbf{x}_{t-2} + \\ & + \Phi \mathbf{D}_t + \varepsilon_t, \quad t = 1, \dots, T, \\ \Delta \mathbf{x}_t = & (\Pi_1 + \Pi_2 - \mathbf{I}) \mathbf{x}_{t-1} - \Pi_2 \Delta \mathbf{x}_{t-1} + \Phi \mathbf{D}_t + \varepsilon_t. \end{aligned}$$

Тоді VAR(2) модель можна зобразити у вигляді

$$\Delta \mathbf{x}_t = \Gamma_1^{(1)} \Delta \mathbf{x}_{t-1} + \Pi \mathbf{x}_{t-1} + \Phi \mathbf{D}_t + \varepsilon_t, \quad (9.2)$$

де

$$\Pi = -(\mathbf{I} - \Pi_1 - \Pi_2), \quad \Gamma_1^{(1)} = -\Pi_2.$$

У специфікації (9.2) матриця Π є матрицею коефіцієнтів при рівнях змінних, що виміряні в попередній момент часу $t - 1$ (перші лаги рівнів змінних). Результати оцінювання цієї специфікації наведено в табл. 9.1.

Таблиця 9.1: Оцінки ECM зображення з $m = 1$

Vector Autoregression Estimates
Sample (adjusted): 2006M05 2011M09
Included observations: 65 after adjustments
Standart errors in () and t-statistics in []

	D(LNM)	D(DP)	D(LNY)	D(LNRD)	D(LNRK)
D(LNM(-1))	0,043924 (0,12401) [0,35419]	0,041743 (0,04860) [0,85885]	0,559469 (1,53223) [0,36513]	-0,299941 (0,45243) [-0,66295]	-0,552684 (0,39545) [-1,39762]
D(DP(-1))	-0,432141 (0,31522) [-1,37090]	0,253662 (0,12355) [2,05318]	-4,153014 (3,89481) [-1,06629]	2,411194 (1,15006) [2,09659]	1,016177 (1,00519) [1,01093]
D(LNY(-1))	-0,003391 (0,01004) [-0,33770]	0,000511 (0,00394) [0,12994]	0,356992 (0,12408) [2,87705]	-0,036690 (0,03664) [-1,00140]	0,014600 (0,03202) [0,45591]
D(LNRD(-1))	-0,024043 (0,03767) [-0,63824]	0,012225 (0,01476) [0,82800]	0,408490 (0,46545) [0,87762]	0,102318 (0,13744) [0,74446]	0,335422 (0,12013) [2,79223]
D(LNRK(-1))	0,002737 (0,04648) [0,05888]	-0,017178 (0,01822) [-0,94294]	-0,195975 (0,57432) [-0,34123]	0,040201 (0,16958) [0,23706]	0,068166 (0,14822) [0,45989]
Const	0,416559 (0,13227) [3,14932]	0,027361 (0,05184) [0,52778]	1,257191 (1,63428) [0,76926]	-0,877871 (0,48257) [-1,81916]	0,213552 (0,42178) [0,50631]
LNМ(-1)	-0,016612 (0,01719) [-0,96623]	-0,008851 (0,00674) [-1,31353]	1,622813 (0,21242) [7,63950]	-0,030217 (0,06272) [-0,48175]	0,004641 (0,05482) [0,08466]
DP(-1)	0,279589 (0,25891) [1,07988]	-0,361915 (0,10147) [-3,56655]	-2,045712 (3,19900) [-0,63949]	-0,532820 (0,94460) [-0,56407]	0,814483 (0,82561) [0,98652]

	D(LNM)	D(DP)	D(LNY)	D(LNRD)	D(LNRK)
LNY(-1)	-0,005548 (0,01620) [-0,34249]	0,007121 (0,00635) [1,12153]	-1,847755 (0,20016) [-9,23135]	0,096385 (0,05910) [1,63079]	0,006943 (0,05166) [0,13439]
LNRD(-1)	0,003066 (0,02200) [0,13937]	0,002324 (0,00862) [0,26952]	-0,262201 (0,27181) [-0,96464]	-0,233290 (0,08026) [-2,90665]	-0,045668 (0,07015) [-0,65099]
LNRK(-1)	-0,052262 (0,02865) [-1,82403]	0,001359 (0,01123) [0,12106]	-0,382202 (0,35401) [-1,07962]	0,262767 (0,10453) [2,51373]	-0,099313 (0,09137) [-1,08698]
D3	0,022915 (0,00529) [4,33550]	0,005706 (0,00207) [2,75443]	0,023510 (0,06530) [0,36001]	0,003445 (0,01928) [0,17866]	0,024056 (0,01685) [1,42732]
R-squared	0,472099	0,384574	0,734020	0,284908	0,318158
Adj. R-squared	0,368405	0,263687	0,681774	0,144443	0,184225
Sum sq. resids	0,020030	0,003077	3,057817	0,266610	0,203675
S.E. equation	0,018912	0,007412	0,233675	0,068999	0,060308
F-statistic	4,552778	3,181259	14,04926	2,028325	2,375498
Log likelihood	179,9336	243,6269	8,973603	91,92234	101,0773
Akaike AIC	-4,939223	-6,812557	0,089012	-2,350657	-2,619919
Schwarz SC	-4,547545	-6,420879	0,480690	-1,958979	-2,228241
Mean dependent	0,018015	8,83E-05	0,021537	0,005563	-0,000411
S.D. dependent	0,023797	0,008638	0,414232	0,074597	0,066771
Determinant resid covariance (dof adj.)			1,07E-14		
Determinant resid covariance			4,04E-15		
Log likelihood			644,3959		
Akaike information criterion			-17,18811		
Schwarz criterion			-15,22972		

Оцінені коефіцієнти засвідчують, що матриця $\mathbf{\Pi}$ при лагах рівнів змінних містить 5 значущих коефіцієнтів, також є значущими лише 4 з 25 коефіцієнтів матриці $\mathbf{\Gamma}_1^{(1)}$. При цьому більшість значущих коефіцієнтів містяться у рівняннях процентних ставок.

$$\begin{aligned} & \begin{bmatrix} \Delta m_t \\ \Delta dp_t \\ \Delta y_t \\ \Delta rd_t \\ \Delta rk_t \end{bmatrix} = \\ & = \begin{bmatrix} 0,0439 & -0,4321 & -0,0034 & -0,0240 & 0,0027 \\ 0,0417 & \mathbf{0,2537} & 0,0005 & 0,0122 & -0,0172 \\ 0,5595 & -4,1530 & \mathbf{0,3570} & 0,4084 & -0,1960 \\ -0,2999 & \mathbf{2,4112} & -0,0367 & 0,1023 & 0,0402 \\ -0,5527 & 1,0162 & 0,0146 & \mathbf{0,3354} & 0,0682 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta m_{t-1} \\ \Delta dp_{t-1} \\ \Delta y_{t-1} \\ \Delta rd_{t-1} \\ \Delta rk_{t-1} \end{bmatrix} + \\ & + \begin{bmatrix} -0,0166 & 0,2796 & -0,0055 & 0,0031 & -0,0523 \\ -0,0088 & \mathbf{-0,3619} & 0,0071 & 0,0023 & 0,0014 \\ \mathbf{1,6228} & -2,0457 & \mathbf{-1,8478} & -0,2622 & -0,3822 \\ -0,0302 & -0,5328 & 0,09639 & \mathbf{-0,2333} & \mathbf{0,2628} \\ -0,0046 & 0,8145 & 0,0069 & -0,0456 & -0,0993 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} m_{t-1} \\ dp_{t-1} \\ y_{t-1} \\ rd_{t-1} \\ rk_{t-1} \end{bmatrix} + \\ & + \mathbf{\Phi D}_t + \varepsilon_t, \end{aligned}$$

$$\ln L_{max} = 644,39, \quad \ln |\hat{\mathbf{\Omega}}| = -33,14.$$

Відзначимо, що оцінювання моделі тільки для різниць змінних, тобто наклавши обмеження $\mathbf{\Pi x}_{t-1} = 0$, не даватиме цікавих результатів. З іншого боку, включивши $\mathbf{\Pi x}_{t-1}$ в модель, виникає питання про те, як впоратися з проблемою нестационарності. Оскільки стаціонарний процес не може дорівнювати нестационарному процесу, то оцінка результатів може мати сенс тільки тоді, якщо $\mathbf{\Pi x}_{t-1}$ визначає стаціонарну лінійну комбінацію змінних. Перший рядок $\mathbf{\Pi x}_{t-1}$ можна переформулювати так:

$$-0,0166 (m_{t-1} - 16,84 dp_{t-1} + 0,33 y_{t-1} - 0,18 rd_{t-1} + 3,15 rk_{t-1}).$$

Якщо лінійна комбінація в дужках визначає стаціонарну змінну, то всі члени, включені у перше рівняння, будуть стаціонарними, отже, система буде збалансованою стосовно першого рівняння. Це

твердження є основою коінтеграційного аналізу, який визначає стаціонарні лінійні комбінації між нестационарними змінними, і модель переформулюється тільки за допомогою стаціонарних змінних.

Наше завдання полягає в тому, щоб надати лінійній комбінації економічно значущої інтерпретації за допомогою введення відповідних обмежень на коефіцієнти. Наприклад, отримане вище співвідношення можна інтерпретувати як відхилення наявної спостережуваної пропозиції грошової маси від рівноважного попиту на гроші, $m_{t-1} - m_{t-1}^*$, де

$$m_{t-1}^* = -16,84 dp_{t-1} + 0,33 y_{t-1} - 0,18 rd_{t-1} + 3,15 rk_{t-1}.$$

Зауважимо, що $\ln(L_{max})$ і $\ln|\hat{\Omega}|$ точно такі самі, як і у попередньому випадку для необмеженої VAR моделі, що демонструє те, що з погляду функції правдоподібності моделі ідентичні. Оскільки залишки ідентичні у всіх ЕСМ зображеннях, то всі тести на залишки або інформаційні критерії є однаковими, тоді як тести на значущість окремих змінних можуть такими не бути (і часто не співпадають). Обчислимо для кожного регресора значення статистики відношення правдоподібності

$$LR = -2(\ln L_R - \ln L_U),$$

де $\ln L_R$ – значення логарифма функції правдоподібності моделі з обмеженнями (тобто моделі, в якій кожне рівняння не містить відповідної змінної), і $\ln L_U$ – логарифм функції правдоподібності моделі без обмежень (9.2). Ця статистика розподілена як $\chi^2[k]$, де k – кількість обмежень. Проаналізуємо також статистики Вальда, отримані внаслідок тестування спільної значущості інших регресорів в усіх рівняннях системи. Значення цих статистик подано у табл. 9.2.

У таблиці жирним шрифтом позначено значущі змінні. Тестування значущості включених лагових значень виявили, що модель повинна містити лаги першого порядку лише грошової маси та доходу і лаги першого порядку різниць інфляції та різниць логарифмів процентних ставок. Бачимо, що статистики значущості змінних для цієї специфікації значно відрізняються від статистик, які

Таблиця 9.2: Результати тестування значущості змінних в ЕСМ моделі з $m = 1$

Змінна	ΔLNM_{t-1}	ΔDP_{t-1}	ΔLNY_{t-1}	$\Delta LNRD_{t-1}$	$\Delta LNRK_{t-1}$
χ^2 – статистика	2,58	5,74	12,92	10,06	16,04
p-значення	0,763	0,331	0,0024	0,0073	0,006
Змінна	LNM_{t-1}	DP_{t-1}	LNY_{t-1}	$LNRD_{t-1}$	$LNRK_{t-1}$
F-статистика	54,76	0,49	80,15	1,59	1,70

отримали для оціненої необмеженої моделі (табл. 8.2.) Також зауважимо, що статистики для тестування лагів різниць змінних значно відрізнятимуться для специфікацій ЕСМ моделей з різними m , тоді як значення статистик для лагів рівнів змінних у моделях з різними m будуть однаковими. Це засвідчує, що матриця $\mathbf{\Pi}$ інваріантна щодо лінійного перетворення VAR системи, але такою не є матриця $\mathbf{\Gamma}_1^{(m)}$, коефіцієнти якої залежать від того, яке значення m ми вибираємо.

9.2 ЕСМ зображення з $m=2$

Віднімемо від обох частин (8.9) \mathbf{x}_{t-1} , а також у правій частині додамо і віднімемо $(\mathbf{I} - \mathbf{\Pi}_1)\mathbf{x}_{t-2}$. Одержимо

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_t - \mathbf{x}_{t-1} &= \mathbf{\Pi}_1 \mathbf{x}_{t-1} - \mathbf{x}_{t-1} + \mathbf{x}_{t-2} - \mathbf{\Pi}_1 \mathbf{x}_{t-2} - \mathbf{x}_{t-2} + \mathbf{\Pi}_1 \mathbf{x}_{t-2} + \\ &\quad + \mathbf{\Pi}_2 \mathbf{x}_{t-2} + \mathbf{\Phi} \mathbf{D}_t + \varepsilon_t, \quad t = 1, \dots, T, \\ \Delta \mathbf{x}_{t-1} &= (\mathbf{\Pi}_1 - \mathbf{I}) \Delta \mathbf{x}_{t-1} + (\mathbf{\Pi}_1 + \mathbf{\Pi}_2 - \mathbf{I}) \mathbf{x}_{t-2} + \mathbf{\Phi} \mathbf{D}_t + \varepsilon_t. \end{aligned}$$

Отже, ми отримали ЕСМ специфікацію VAR(2) моделі, в якій матриця $\mathbf{\Pi}$ розміщена біля других лагів рівнів змінних \mathbf{x}_{t-2}

$$\Delta \mathbf{x}_t = \mathbf{\Gamma}_1^{(2)} \Delta \mathbf{x}_{t-1} + \mathbf{\Pi} \mathbf{x}_{t-2} + \mathbf{\Phi} \mathbf{D}_t + \varepsilon_t, \quad (9.3)$$

де

$$\mathbf{\Pi} = -(\mathbf{I} - \mathbf{\Pi}_1 - \mathbf{\Pi}_2), \quad \mathbf{\Gamma}_1^{(2)} = -(\mathbf{I} - \mathbf{\Pi}_1).$$

Отож, матриця Π не змінюється, але змінюється матриця $\Gamma_1^{(2)}$. Матриця $\Gamma_1^{(2)}$ вимірює сукупний довгостроковий ефект, тоді як $\Gamma_1^{(1)}$ в (9.2) описує чистий тимчасовий ефект, визначений змінами лагів змінних.

Результати оцінювання моделі з $m = 2$ наведено в табл. 9.3.

Таблиця 9.3: Оцінки ЕСМ зображення з $m = 2$

Vector Autoregression Estimates
Sample (adjusted): 2006M05 2011M12
Included observations: 68 after adjustments
Standart errors in () and t-statistics in []

	D(LNM)	D(DP)	D(LNY)	D(LNRD)	D(LNRK)
D(LNM(-1))	0,027312 (0,12875) [0,21213]	0,032892 (0,05046) [0,65181]	2,182282 (1,59084) [1,37178]	-0,330159 (0,46974) [-0,70285]	-0,548043 (0,41057) [-1,33483]
D(DP(-1))	-0,152552 (0,32407) [-0,47074]	-0,108253 (0,12701) [-0,85229]	-6,198726 (4,00413) [-1,54808]	1,878374 (1,18233) [1,58870]	1,830660 (1,03341) [1,77148]
D(LNY(-1))	-0,008940 (0,01017) [-0,87929]	0,007632 (0,00398) [1,91539]	-1,490763 (0,12562) [-11,8673]	0,059694 (0,03709) [1,60933]	0,021543 (0,03242) [0,66448]
D(LNRD(-1))	-0,020977 (0,03980) [-0,52709]	0,014549 (0,01560) [0,93272]	0,146289 (0,49174) [0,29749]	-0,130972 (0,14520) [-0,90200]	0,289754 (0,12691) [2,28312]
D(LNRK(-1))	-0,049525 (0,04361) [-1,13565]	-0,015819 (0,01709) [-0,92551]	-0,578177 (0,53882) [-1,07303]	0,302969 (0,15910) [1,90422]	-0,031147 (0,13906) [-0,22397]
Const	0,416559 (0,13227) [3,14932]	0,027361 (0,05184) [0,52778]	1,257191 (1,63428) [0,76926]	-0,877871 (0,48257) [-1,81916]	0,213552 (0,42178) [0,50631]

LNM(-2)	-0,016612 (0,01719) [-0,96623]	-0,008851 (0,00674) [-1,31353]	1,622813 (0,21242) [7,63950]	-0,030217 (0,06272) [-0,48175]	0,004641 (0,05482) [0,08466]
DP(-2)	0,279589 (0,25891) [1,07988]	-0,361915 (0,10147) [-3,56655]	-2,045712 (3,19900) [-0,63949]	-0,532820 (0,94460) [-0,56407]	0,814483 (0,82561) [0,98652]
LNY(-2)	-0,005548 (0,01620) [-0,34249]	0,007121 (0,00635) [1,12153]	-1,847755 (0,20016) [-9,23135]	0,096385 (0,05910) [1,63079]	0,006943 (0,05166) [0,13439]
LNRD(-2)	0,003066 (0,02200) [0,13937]	0,002324 (0,00862) [0,26952]	-0,262201 (0,27181) [-0,96464]	-0,233290 (0,08026) [-2,90665]	-0,045668 (0,07015) [-0,65099]
LNRK(-2)	-0,052262 (0,02865) [-1,82403]	0,001359 (0,01123) [0,12106]	-0,382202 (0,35401) [-1,07962]	0,262767 (0,10453) [2,51373]	-0,099313 (0,09137) [-1,08698]
D3	0,022915 (0,00529) [4,33550]	0,005706 (0,00207) [2,75443]	0,023510 (0,06530) [0,36001]	0,003445 (0,01928) [0,17866]	0,024056 (0,01685) [1,42732]
R-squared	0,472099	0,384574	0,734020	0,284908	0,318158
Adj. R-squared	0,368405	0,263687	0,681774	0,144443	0,184225
Sum sq. resids	0,020030	0,003077	3,057817	0,266610	0,203675
S.E. equation	0,018912	0,007412	0,233675	0,068999	0,060308
F-statistic	4,552778	3,181259	14,04926	2,028325	2,375498
Log likelihood	179,9336	243,6269	8,973603	91,92234	101,0773
Akaike AIC	-4,939223	-6,812557	0,089012	-2,350657	-2,619919
Schwarz SC	-4,547545	-6,420879	0,480690	-1,958979	-2,228241
Mean dependent	0,018015	8,83E-05	0,021537	0,005563	-0,000411
S.D. dependent	0,023797	0,008638	0,414232	0,074597	0,066771
Determinant resid covariance (dof adj.)			1,07E-14		
Determinant resid covariance			4,04E-15		
Log likelihood			644,3959		
Akaike information criterion			-17,18811		
Schwarz criterion			-15,22972		

Зокрема одержимо

$$\begin{aligned}
 & \begin{bmatrix} \Delta m_t \\ \Delta dp_t \\ \Delta y_t \\ \Delta rd_t \\ \Delta rk_t \end{bmatrix} = \\
 & = \begin{bmatrix} 0,0273 & -0,1526 & -0,0089 & -0,0210 & -0,0495 \\ 0,0330 & -0,1083 & \mathbf{0,0076} & 0,0145 & -0,0158 \\ 2,1823 & -6,1987 & \mathbf{-1,4908} & 0,1463 & -0,5782 \\ -0,3302 & 1,8784 & 0,0597 & -0,1310 & \mathbf{0,3030} \\ -0,5480 & 1,8307 & 0,0215 & \mathbf{0,2898} & -0,0312 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta m_{t-1} \\ \Delta dp_{t-1} \\ \Delta y_{t-1} \\ \Delta rd_{t-1} \\ \Delta rk_{t-1} \end{bmatrix} + \\
 & + \begin{bmatrix} -0,0166 & 0,2796 & -0,0055 & 0,0031 & -0,0521 \\ -0,0089 & \mathbf{-0,3619} & 0,0071 & 0,0023 & 0,0014 \\ \mathbf{1,6228} & -2,0457 & \mathbf{-1,8478} & -0,2622 & -0,3822 \\ -0,0302 & -0,5328 & 0,0964 & \mathbf{-0,2333} & \mathbf{0,2628} \\ 0,0046 & 0,8145 & 0,0069 & -0,0457 & -0,0993 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} m_{t-2} \\ dp_{t-2} \\ y_{t-2} \\ rd_{t-2} \\ rk_{t-2} \end{bmatrix} + \\
 & + \Phi \mathbf{D}_t + \varepsilon_t,
 \end{aligned}$$

$$\ln L_{max} = 644,39, \quad \ln |\hat{\Omega}| = -33,14.$$

Оскільки значення логарифма функції максимальної правдоподібності та логарифма визначника коваріаційної матриці залишків однакові, то пояснювальна сила для двох варіантів моделі є також однаковою. Проте оцінки коефіцієнтів і їхні p -значення суттєво відрізняються. Це показано в табл. 9.3. Зазвичай значно більше значущих коефіцієнтів отримують з (9.3) формулювання порівняно з (9.2). Зазначимо, що у нашому випадку кількість значущих коефіцієнтів матриці $\Gamma_1^{(2)}$ така сама, як і в матриці $\Gamma_1^{(1)}$, а матриця Π не змінилася. Отож, багато значущих коефіцієнтів не обов'язково передбачає високу пояснювальну силу, а може бути наслідком параметризації моделі. Це свідчить про те, що інтерпретація оцінок коефіцієнтів у динамічних моделях не настільки очевидна, як у статичних регресійних моделях.

Обчислимо також відповідні статистики для тестування значущості кожного з регресорів (див. табл. 9.4).

Зауважимо, що окремі статистики для лагів різниць змінних змінилися, тестування значущості включених лагових значень виявили, що модель повинна містити лаги різниць доходу та процен-

Таблиця 9.4: Результати тестування значущості змінних в ЕСМ моделі з $m = 2$

Змінна	ΔLNM_{t-1}	ΔDP_{t-1}	ΔLNY_{t-1}	$\Delta LNRD_{t-1}$	$\Delta LNRK_{t-1}$
χ^2 – статистика	4,54	8,46	152,05	9,61	13,11
p-значення	0,473	0,132	0,000	0,086	0,022
Змінна	LNM_{t-2}	DP_{t-2}	LNY_{t-2}	$LNRD_{t-2}$	$LNRK_{t-2}$
F-статистика	54,76	0,49	80,15	1,59	1,70

тних ставок. При цьому статистики других лагів рівнів такі самі як статистики перших лагів змінних у попередній специфікації (див. табл. 9.2). Зокрема, ΔLNY_{t-1} у цій специфікації більш значущий, ніж у випадку $m = 1$, а лаги різниць процентних ставок менш значущі.

9.3 ЕСМ зображення, яке містить прискорення, темпи росту та рівні змінних

Іншим зручним зображенням VAR моделі є формулювання за допомогою різниць другого порядку (прискорення), різниць (темпів росту) і рівнів змінних

$$\begin{aligned} \Delta^2 \mathbf{x}_t = & \Gamma_{1,1} \Delta^2 \mathbf{x}_{t-1} + \dots + \Gamma_{1,k-2} \Delta^2 \mathbf{x}_{t-(k-2)} + \\ & + \Gamma \Delta \mathbf{x}_{t-1} + \Pi \mathbf{x}_{t-2} + \Phi \mathbf{D}_t + \varepsilon_t, \end{aligned} \quad (9.4)$$

де

$$\begin{aligned} \Gamma = & - \left(\mathbf{I} - \Gamma_1^{(2)} - \dots - \Gamma_{k-1}^{(2)} \right) = \\ = & - \left(\mathbf{I} + \Pi_2 + 2\Pi_3 - \dots + (k-1)\Pi_k \right), \\ \Pi = & - \left(\mathbf{I} - \Pi_1 - \dots - \Pi_k \right), \\ \Gamma_{1,i} = & - \left(\Gamma_{i+1}^{(2)} + \dots + \Gamma_{k-1}^{(2)} \right) = \\ = & \left(\Pi_{i+2} + 2\Pi_{i+3} + \dots + (k-1)\Pi_k \right). \end{aligned}$$

Ця специфікація особливо корисна у випадку, коли \mathbf{x}_t містить $I(2)$ змінні, а також в цілому є зручним зображенням, коли вибірка містить періоди швидких змін, так що темпи прискорення (на додаток до темпів росту) стають важливими чинниками, що визначають поведінку агентів.

VAR (2) модель для наших даних у цьому випадку набуде вигляду

$$\Delta^2 \mathbf{x}_t = \mathbf{\Gamma} \Delta \mathbf{x}_{t-1} + \mathbf{\Pi} \mathbf{x}_{t-2} + \mathbf{\Phi} \mathbf{D}_t + \varepsilon_t, \quad (9.5)$$

де

$$\mathbf{\Gamma} = - \left(\mathbf{I} - \mathbf{\Gamma}_1^{(1)} \right) = - \left(\mathbf{I} + \mathbf{\Pi}_2 \right),$$

$$\mathbf{\Pi} = - \left(\mathbf{I} - \mathbf{\Pi}_1 - \mathbf{\Pi}_2 \right).$$

Результати оцінювання подано в табл. 9.5.

Таблиця 9.5: Оцінки ЕСМ зображення, яке містить прискорення, темпи росту та рівні змінних

Vector Autoregression Estimates
 Sample (adjusted): 2006M05 2011M12
 Included observations: 68 after adjustments
 Standard errors in () and t-statistics in []

	D(LNM,2)	D(DP,2)	D(LNY,2)	D(LNRD,2)	D(LNRK,2)
Const	0,416559 (0,13227) [3,14932]	0,027361 (0,05184) [0,52778]	1,257191 (1,63428) [0,76926]	-0,877871 (0,48257) [-1,81916]	0,213552 (0,42178) [0,50631]
D(LNM(-1))	-0,972688 (0,12875) [-7,55467]	0,032892 (0,05046) [0,65181]	2,182282 (1,59084) [1,37178]	-0,330159 (0,46974) [-0,70285]	-0,548043 (0,41057) [-1,33483]
D(DP(-1))	-0,152552 (0,32407) [-0,47074]	-1,108253 (0,12701) [-8,72544]	-6,198726 (4,00413) [-1,54808]	1,878374 (1,18233) [1,58870]	1,830660 (1,03341) [1,77148]

	D(LNM,2)	D(DP,2)	D(LNY,2)	D(LNRD,2)	D(LNRK,2)
D(LNY(-1))	-0,008940 (0,01017) [-0,87929]	0,007632 (0,00398) [1,91539]	-2,490763 (0,12562) [-19,8279]	0,059694 (0,03709) [1,60933]	0,021543 (0,03242) [0,66448]
D(LNRD(-1))	-0,020977 (0,03980) [-0,52709]	0,014549 (0,01560) [0,93272]	0,146289 (0,49174) [0,29749]	-1,130972 (0,14520) [-7,78899]	0,289754 (0,12691) [2,28312]
D(LNRK(-1))	-0,049525 (0,04361) [-1,13565]	-0,015819 (0,01709) [-0,92551]	-0,578177 (0,53882) [-1,07303]	0,302969 (0,15910) [1,90422]	-1,031147 (0,13906) [-7,41498]
LNМ(-2)	-0,016612 (0,01719) [-0,96623]	-0,008851 (0,00674) [-1,31353]	1,622813 (0,21242) [7,63950]	-0,030217 (0,06272) [-0,48175]	0,004641 (0,05482) [0,08466]
DP(-2)	0,279589 (0,25891) [1,07988]	-0,361915 (0,10147) [-3,56655]	-2,045712 (3,19900) [-0,63949]	-0,532820 (0,94460) [-0,56407]	0,814483 (0,82561) [0,98652]
LNY(-2)	-0,005548 (0,01620) [-0,34249]	0,007121 (0,00635) [1,12153]	-1,847755 (0,20016) [-9,23135]	0,096385 (0,05910) [1,63079]	0,006943 (0,05166) [0,13439]
LNRD(-2)	0,003066 (0,02200) [0,13937]	0,002324 (0,00862) [0,26952]	-0,262201 (0,27181) [-0,96464]	-0,233290 (0,08026) [-2,90665]	-0,045668 (0,07015) [-0,65099]
LNRK(-2)	-0,052262 (0,02865) [-1,82403]	0,001359 (0,01123) [0,12106]	-0,382202 (0,35401) [-1,07962]	0,262767 (0,10453) [2,51373]	-0,099313 (0,09137) [-1,08698]
D3	0,022915 (0,00529) [4,33550]	0,005706 (0,00207) [2,75443]	0,023510 (0,06530) [0,36001]	0,003445 (0,01928) [0,17866]	0,024056 (0,01685) [1,42732]

	D(LNM,2)	D(DP,2)	D(LNY,2)	D(LNRD,2)	D(LNRK,2)
R-squared	0,698580	0,697339	0,914189	0,562919	0,539888
Adj. R-squared	0,639373	0,637888	0,897333	0,477064	0,449509
Sum sq. resids	0,020030	0,003077	3,057817	0,266610	0,203675
S.E. equation	0,018912	0,007412	0,233675	0,068999	0,060308
F-statistic	11,79886	11,72962	54,23604	6,556619	5,973601
Log likelihood	179,9336	243,6269	8,973603	91,92234	101,0773
Akaike AIC	-4,939223	-6,812557	0,089012	-2,350657	-2,619919
Schwarz SC	-4,547545	-6,420879	0,480690	-1,958979	-2,228241
Mean dependent	0,000260	2,94E-05	0,009135	-0,000176	-0,001166
S.D. dependent	0,031493	0,012318	0,729284	0,095416	0,081283
Determinant resid covariance (dof adj.)			1,07E-14		
Determinant resid covariance			4,04E-15		
Log likelihood			644,3959		
Akaike information criterion			-17,18811		
Schwarz criterion			-15,22972		

Зокрема одержимо

$$\begin{aligned}
 & \begin{bmatrix} \Delta^2 m_t \\ \Delta^2 dp_t \\ \Delta^2 y_t \\ \Delta^2 rd_t \\ \Delta^2 rk_t \end{bmatrix} = \\
 & = \begin{bmatrix} -\mathbf{0,9727} & -0,1526 & -0,0089 & -0,0210 & -0,0495 \\ 0,0329 & -\mathbf{1,1083} & \mathbf{0,0076} & 0,0145 & -0,0158 \\ 2,1823 & -6,1987 & -\mathbf{2,4908} & 0,1463 & -0,5782 \\ -0,3302 & 1,8784 & 0,0597 & -\mathbf{1,1310} & \mathbf{0,3030} \\ -0,5480 & 1,8307 & 0,0215 & \mathbf{0,2898} & -\mathbf{1,0311} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \Delta m_{t-1} \\ \Delta dp_{t-1} \\ \Delta y_{t-1} \\ \Delta rd_{t-1} \\ \Delta rk_{t-1} \end{bmatrix} + \\
 & + \begin{bmatrix} -0,0166 & 0,2796 & -0,0055 & 0,0031 & -0,0523 \\ -0,0089 & -\mathbf{0,3619} & 0,0071 & 0,0023 & 0,0014 \\ \mathbf{1,6228} & -2,0457 & -\mathbf{1,8478} & -0,2622 & -0,3822 \\ -0,0302 & -0,5328 & 0,0964 & -\mathbf{0,2333} & 0,2628 \\ 0,0046 & 0,8145 & 0,0069 & -0,4567 & -0,0993 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} m_{t-2} \\ dp_{t-2} \\ y_{t-2} \\ rd_{t-2} \\ rk_{t-2} \end{bmatrix} + \\
 & + \Phi \mathbf{D}_t + \varepsilon_t,
 \end{aligned}$$

$$\ln L_{max} = 644,39, \quad \ln |\hat{\Omega}| = -33,14.$$

На перший погляд оцінки матриці Γ в табл. 9.3 дуже відрізняються від значень у попередній специфікації. З іншого боку, бачимо, що коефіцієнти стають ідентичними, якщо додати стале число (-1) до діагональних елементів. Таким чином, значущість діагональних елементів є лише наслідком ще одного застосування різницевого оператора до $\Delta \mathbf{x}_t$. Отож, може бути більш доречною перевірка того чи діагональні елементи суттєво відрізняються від -1 (або від -2 для рівня інфляції), ніж від нуля.

Статистики для тестування кожного з регресорів наведені в табл. 9.6.

Таблиця 9.6: Результати тестування значущості змінних в ЕСМ моделі, яка містить другі різниці змінних

Змінна	ΔLNM_{t-1}	ΔDP_{t-1}	ΔLNY_{t-1}	$\Delta LNRD_{t-1}$	$\Delta LNRK_{t-1}$
F-статистика	2,26	2,72	368,23	5,37	4,32
Змінна	LNM_{t-2}	DP_{t-2}	LNY_{t-2}	$LNRD_{t-2}$	$LNRK_{t-2}$
F-статистика	54,76	0,49	80,15	1,59	1,70

Значення статистик для цієї специфікації змінилися завдяки штучному Δ^2 перетворенню, проте насправді вони не вказують на те, які змінні треба виключити з моделі.

Отже, ми бачимо, що аналіз різних ЕСМ специфікацій тієї ж VAR моделі може давати різні висновки щодо значущості змінних.

9.4 Взаємозв'язок між різними VAR специфікаціями

Дослідимо різні специфікації моделей на підставі характеристичної функції для більш загальної VAR(3) моделі

$$\mathbf{x}_t = \Pi_1 \mathbf{x}_{t-1} + \Pi_2 \mathbf{x}_{t-2} + \Pi_3 \mathbf{x}_{t-3} + \Phi \mathbf{D}_t + \varepsilon_t. \quad (9.6)$$

Характеристична функція цієї моделі має вигляд

$$\Pi(z) = \mathbf{I} - \Pi_1 z - \Pi_2 z^2 - \Pi_3 z^3.$$

Для ЕСМ моделі у вигляді (9.6) (при $m = 1$)

$$\Delta \mathbf{x}_t = \Gamma_1^{(1)} \Delta \mathbf{x}_{t-1} + \Gamma_2^{(1)} \mathbf{x}_{t-2} + \mathbf{\Pi} \mathbf{x}_{t-1} + \mathbf{\Phi} \mathbf{D}_t + \varepsilon_t, \quad (9.7)$$

характеристична функція дорівнює

$$\mathbf{\Pi}(z) = \mathbf{I} - z - \Gamma_1^{(1)}(1-z)z - \Gamma_2^{(1)}(1-z)z^2 - \mathbf{\Pi}z,$$

$$\mathbf{\Pi}(z) = \mathbf{I} - \left(\mathbf{I} + \Gamma_1^{(1)} + \mathbf{\Pi} \right) z - \left(\Gamma_2^{(1)} - \Gamma_1^{(1)} \right) z^2 + \Gamma_2^{(1)} z^3.$$

Взаємозв'язок між параметрами (9.6) і (9.7) можна записати як

$$\Gamma_1^{(1)} = -(\mathbf{\Pi}_2 + \mathbf{\Pi}_3),$$

$$\Gamma_2^{(1)} = -\mathbf{\Pi}_3,$$

$$\mathbf{\Pi} = -(\mathbf{I} - \mathbf{\Pi}_1 - \mathbf{\Pi}_2 - \mathbf{\Pi}_3).$$

Для ЕСМ моделі (9.6) (при $m = 3$)

$$\Delta \mathbf{x}_t = \Gamma_1^{(3)} \Delta \mathbf{x}_{t-1} + \Gamma_2^{(3)} \Delta \mathbf{x}_{t-2} + \mathbf{\Pi} \mathbf{x}_{t-3} + \mathbf{\Phi} \mathbf{D}_t + \varepsilon_t \quad (9.8)$$

характеристична функція дорівнює

$$\mathbf{\Pi}(z) = \mathbf{I} - z - \Gamma_1^{(3)}(1-z)z - \Gamma_2^{(3)}(1-z)z^2 - \mathbf{\Pi}z^3,$$

$$\mathbf{\Pi}(z) = \mathbf{I} - \left(\mathbf{I} + \Gamma_1^{(3)} \right) z - \left(\Gamma_2^{(3)} - \Gamma_1^{(3)} \right) z^2 + \left(\Gamma_2^{(3)} - \mathbf{\Pi} \right) z^3.$$

Співвідношення між (9.6) і (9.8) набуде вигляду

$$\Gamma_1^{(3)} = -(\mathbf{I} - \mathbf{\Pi}_1),$$

$$\Gamma_2^{(3)} = -(\mathbf{I} - \mathbf{\Pi}_1 - \mathbf{\Pi}_2),$$

$$\mathbf{\Pi} = -(\mathbf{I} - \mathbf{\Pi}_1 - \mathbf{\Pi}_2 - \mathbf{\Pi}_3).$$

В обох випадках матриця $\mathbf{\Pi}$ не змінюється, але $\Gamma_i^{(m)}$ залежить від вибору в моделі лага m для \mathbf{x}_{t-m} .

Розділ 10

Перевірка коректності VAR специфікації

Після того, як модель оцінено, треба перевірити припущення багатовимірного нормального розподілу, які є основою методу оцінювання VAR моделі. Таку перевірку можна провести на підставі оцінених залишків. Якщо припущення багатовимірної нормальності правильне, то залишки не повинні суттєво відрізнятися від припущення $\varepsilon_t \sim IN_p(\mathbf{0}, \mathbf{\Omega})$. Якщо вони не проходять тести, наприклад, через те, що вони автокореляційні або гетероскедастичні, або тому, що розподіл асиметричний або характеризується не нормальним експесом, то оцінки можуть не мати оптимальних властивостей і тому їх не можна розглядати як оцінки, які відповідають методу максимальної правдоподібності з повною інформацією (FIML). Отримані оцінки параметрів можуть не мати жодного сенсу, і оскільки ми не знаємо їхніх справжніх властивостей, то висновки моделювання можуть бути некоректними.

Розглянемо деякі основні тестові процедури та інформаційні критерії, які у цьому разі проводять.

10.1 Графічний аналіз залишків

Початкову перевірку специфікації проводять на підставі графічного аналізу залишків. Зокрема, графік часто виявляє проблеми специфікації, які не можна отримати за допомогою тестів.

На рис. 10.1 – 10.5 зображено реальні та оцінені значення змінної $x_{i,t}$ (частина а), динаміку залишків (частина б), значення автокореляційної функції залишків до 20-го порядку (частина в), гістограму та емпіричний розподіл залишків порівняно з нормальним розподілом (частина d) для кожного рівняння системи окремо. Зокрема на рис. 10.1 зображено результати, які отримано з рівняння для грошової маси, на рис. 10.2 – для інфляції, на рис. 10.3 – для доходу, на рис. 10.4 – для процентної ставки за депозитами та на рис. 10.5 – для процентної ставки за кредитами.

З графіків видно хорошу поведінку залишків та їхніх автокореляцій, проте простежується деякий стрибок залишків рівняння процентних ставок в останні місяці 2011 р.

Графічний аналіз є необхідним інструментом для виявлення проблем у специфікації моделі, проте він не може замінити формальних тестів. Існує велика кількість інформаційних критеріїв, багатовимірних та одновимірних тестувань залишків, які, зокрема, можна реалізувати в пакеті Eviews. Розглянемо деякі з них і застосуємо їх до перевірки коректності специфікації оціненої VAR моделі.

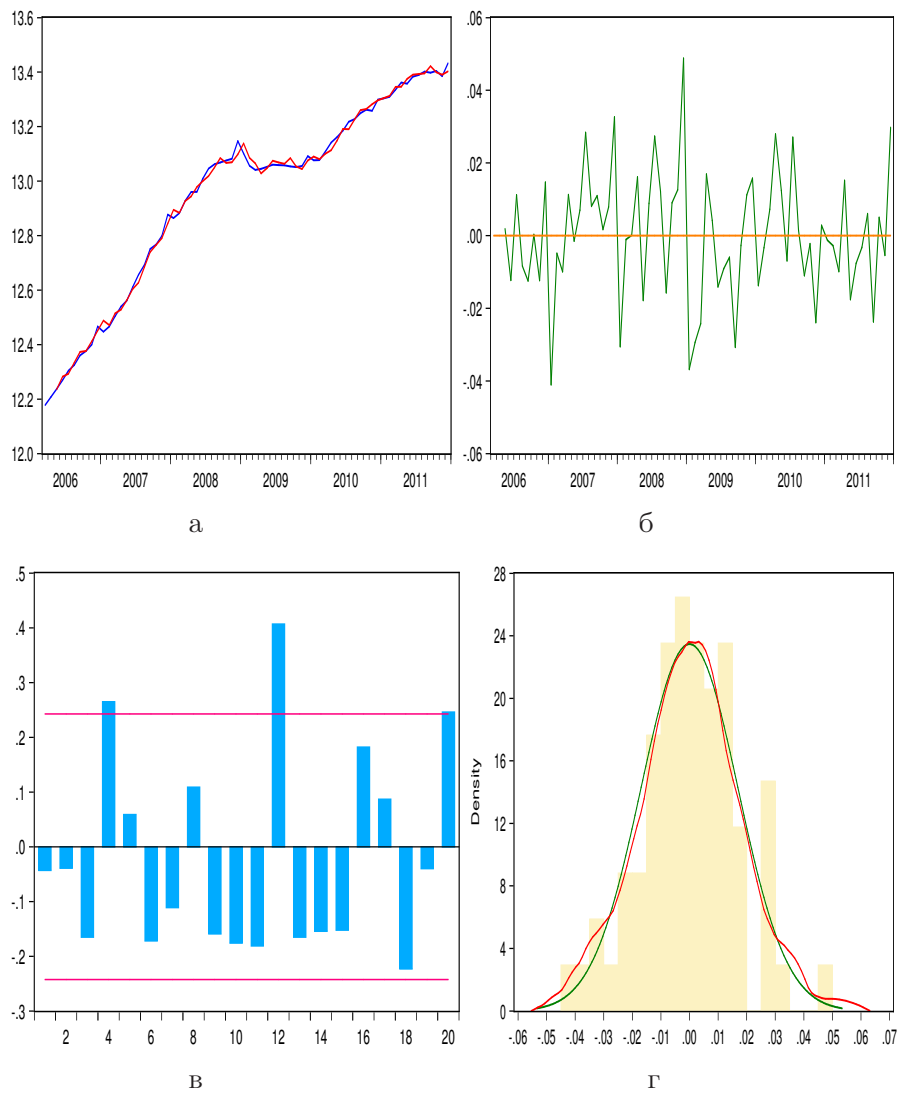


Рис. 10.1: Для рівняння грошової маси:

- а) реальні та оцінені значення;
- б) динаміка залишків;
- в) авторолеляційна функція;
- г) гістограма та емпіричний розподіл залишків

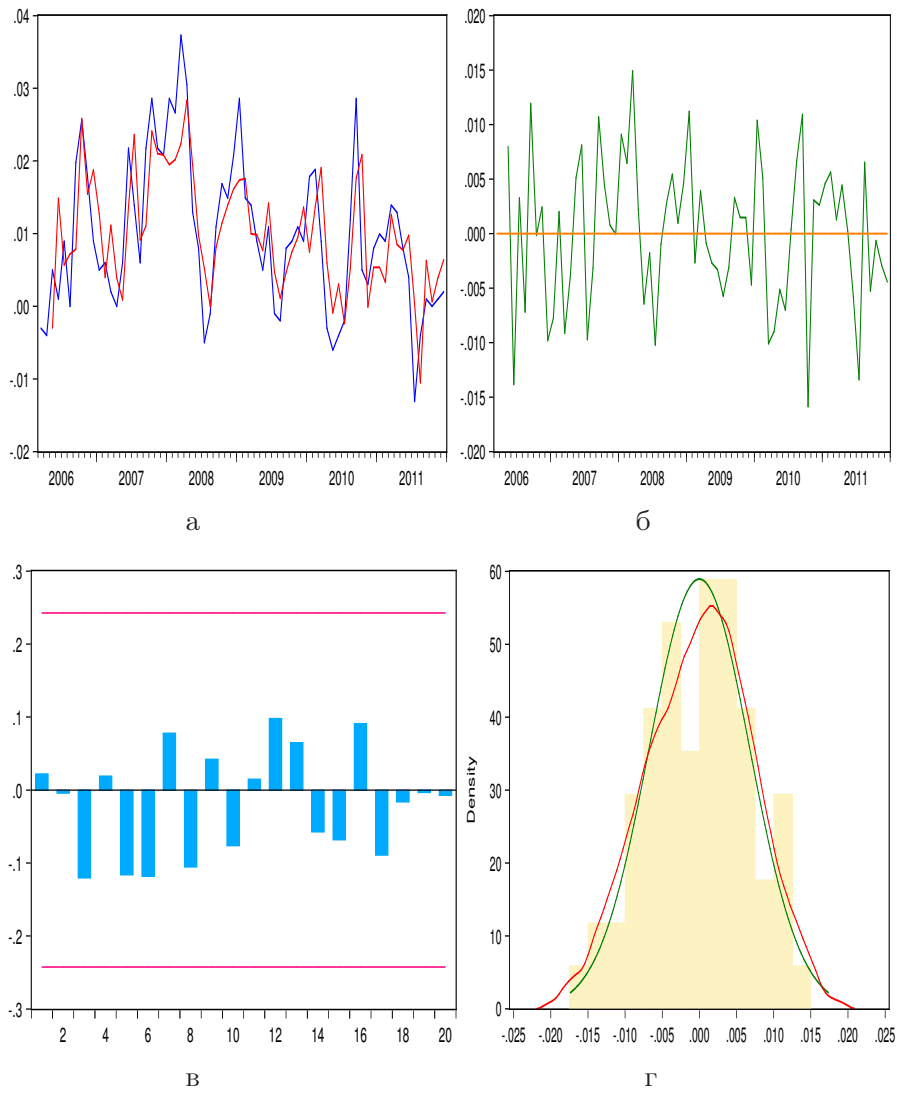


Рис. 10.2: Для рівняння темпів інфляції:

- а) реальні та оцінені значення;
- б) динаміка залишків;
- в) авторолеляційна функція;
- г) гістограма та емпіричний розподіл залишків

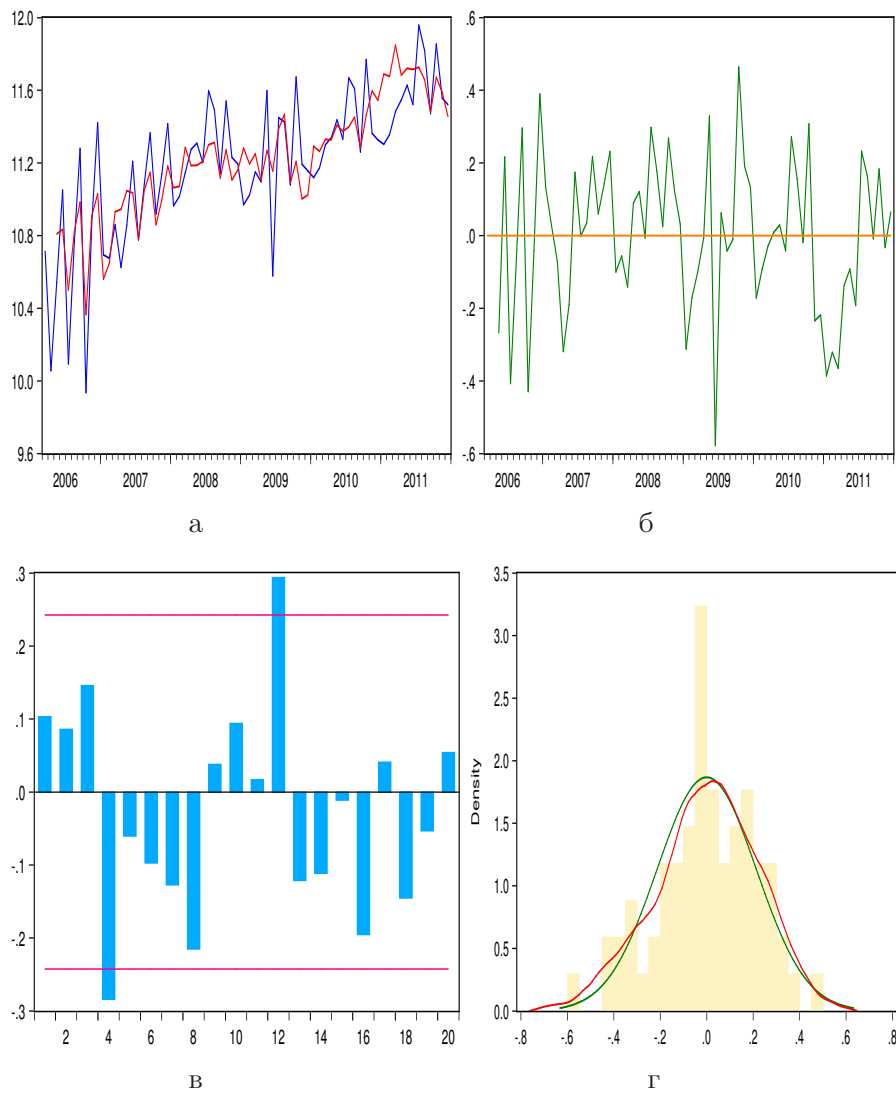


Рис. 10.3: Для рівняння доходу:

- а) реальні та оцінені значення;
- б) динаміка залишків;
- в) авторолеляційна функція;
- г) гістограма та емпіричний розподіл залишків

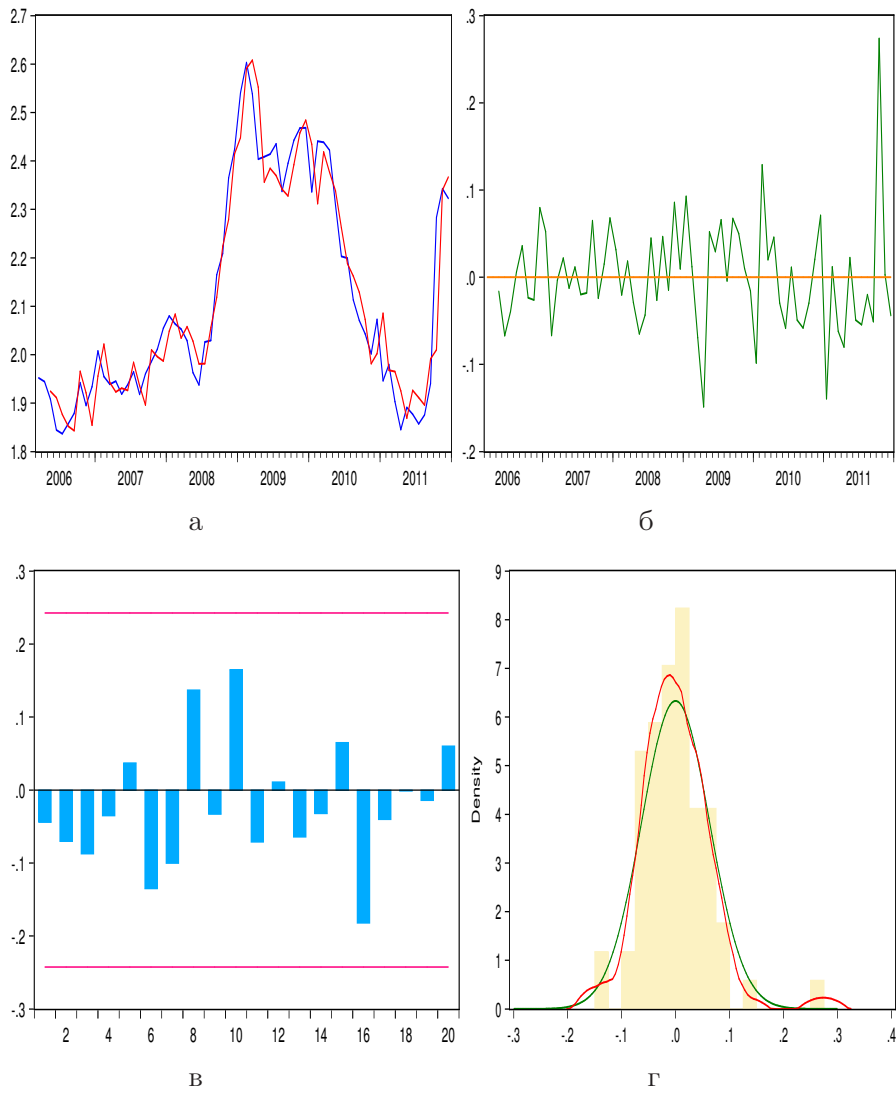


Рис. 10.4: Для рівняння процентної ставки за депозитами:

- реальні та оцінені значення;
- динаміка залишків;
- авторелеляційна функція;
- гістограма та емпіричний розподіл залишків

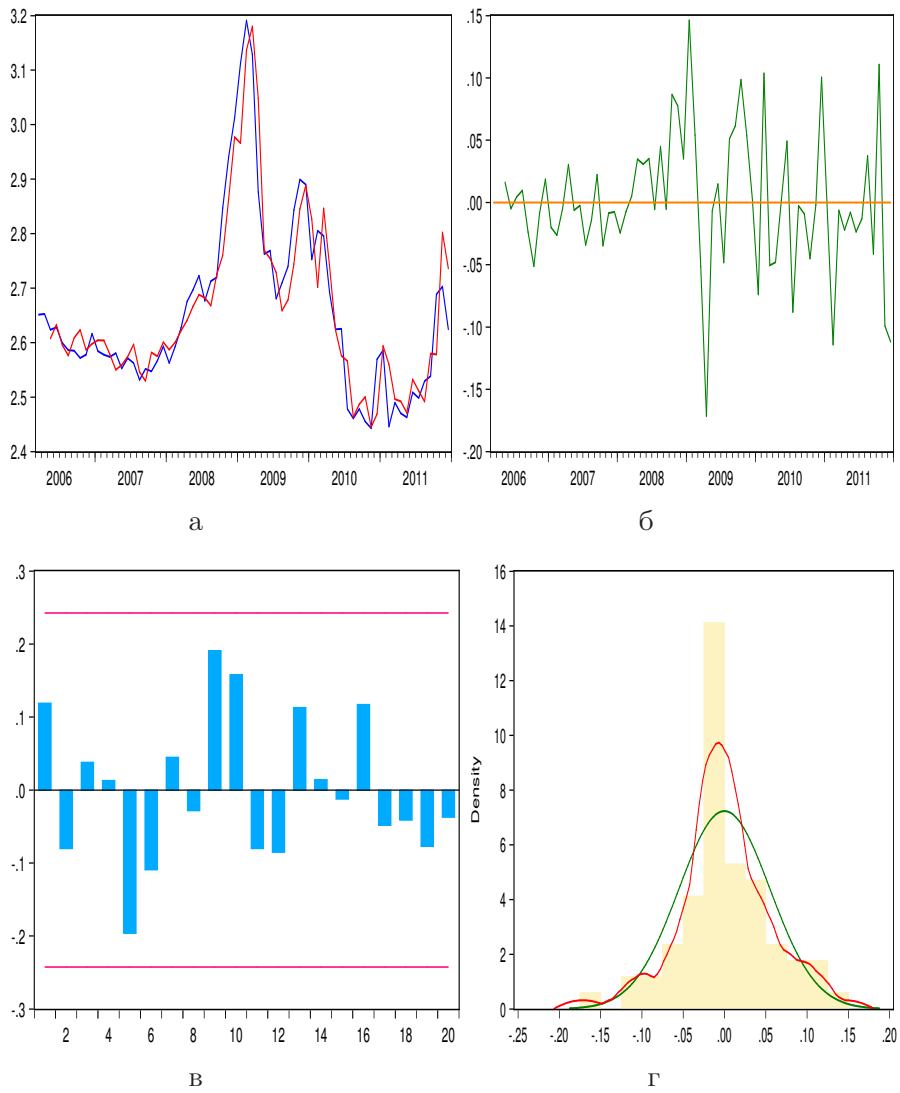


Рис. 10.5: Для рівняння процентної ставки за кредитами:
а) реальні та оцінені значення;
б) динаміка залишків;
в) авторолеляційна функція;
г) гістограма та емпіричний розподіл залишків

Рис. 10.6 показує автокореляційні функції залишків всієї системи. Діагональні автокорелограми, визначені як $\text{Corr}[\varepsilon_{x_{i,t}}, \varepsilon_{x_{i,t-h}}]$, $i = 1, \dots, 5$, $h = 1, \dots, 18$, є такими самими як на рис. 10.1 – 10.5 (частини в), тоді як недіагональні діаграми визначають перехресні автокореляції $\text{Corr}[\varepsilon_{x_{it}}, \varepsilon_{x_{jt-h}}]$, $i \neq j$.

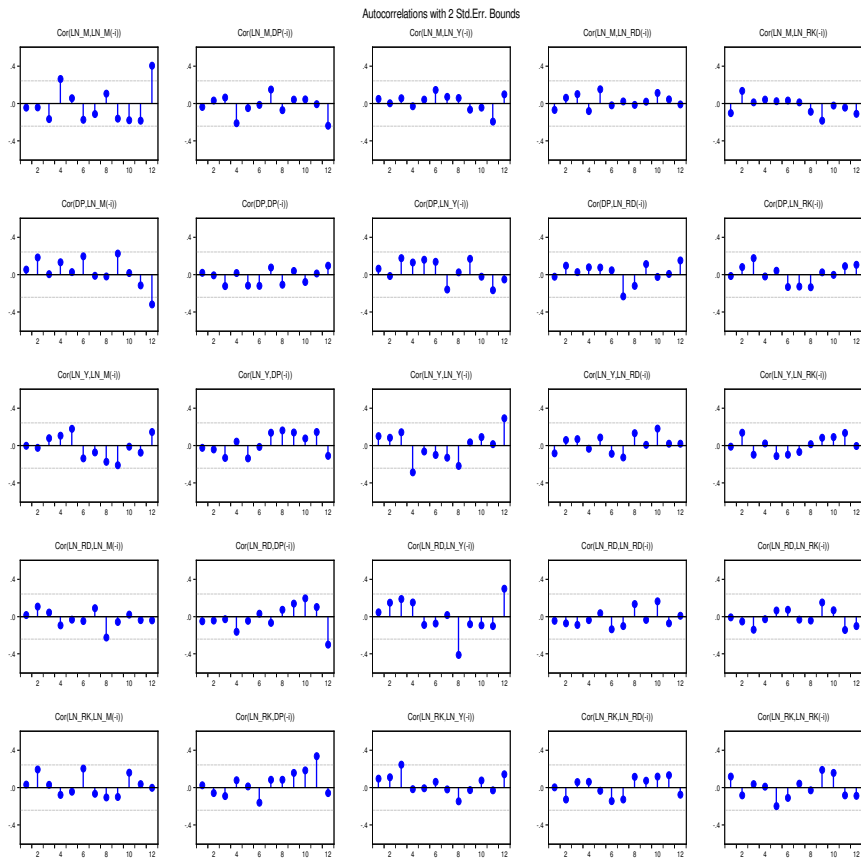


Рис. 10.6: Корелограми залишків повної VAR системи

10.2 Тестування кореляції залишків на підставі інформаційних критеріїв

Коефіцієнти кореляції

VAR модель описує зміну в \mathbf{x}_t як функцію не від поточних, а від лагових значень процесу. Це означає, що вся інформація про поточні ефекти в даних міститься в коваріаційній матриці залишків $\mathbf{\Omega}$. Оскільки кореляції (нормовані коваріації) легше інтерпретувати, то більшість економетричних пакетів (враховуючи Eviews) описують кореляції, а не коваріації. Коефіцієнти кореляції обчислюють так:

$$\hat{\rho}_{ij} = \frac{\hat{\sigma}_{ij}}{\sqrt{\hat{\sigma}_{ii}\hat{\sigma}_{jj}}}, \quad j = 1, \dots, p. \quad (10.1)$$

Якщо відомі коефіцієнти кореляції та дисперсії залишків (або стандартні відхилення залишків), то відповідні коваріації легко отримати. Оцінка кореляційної матриці стандартизованих залишків моделі для українських даних подана в табл. 10.1.

Значущість оцінених коефіцієнтів кореляції проводимо на підставі використання результату, що стандартна похибка коефіцієнта кореляції приблизно дорівнює $1/\sqrt{T} = 0,119$.

Таблиця 10.1: Оцінка кореляційної матриці стандартизованих залишків моделі для українських даних

1	-0,1240	0,2976	-0,0092	-0,1286
-0,1240	1	-0,2388	0,0440	0,1697
0,2976	-0,2388	1	0,2142	0,0697
-0,0092	0,0440	0,2142	1	0,5023
-0,1286	0,1697	0,0697	0,5023	1

Стандартні похибки векторів залишків $\hat{\sigma}_i = \sqrt{\hat{\sigma}_{ii}}$, $i = 1, \dots, p$, а також коефіцієнти асиметрії та ексцесу подано в табл. 10.2.

Таблиця 10.2: Характеристики векторів залишків системи

Рівняння	m	dp	y	rd	rk
Стандартна похибка	0,017	0,007	0,213	0,063	0,055
Коефіцієнт асиметрії	0,062	-0,149	-0,327	0,999	-0,099
Коефіцієнт ексцесу	3,231	2,530	2,858	7,034	4,080

Зауважимо таке: оскільки ми моделюємо логарифми змінних, то стандартні похибки залишків, які помножені на 100, можна інтерпретувати як відсоткову похибку оцінювання значень змінних. Тобто, похибка в оцінюванні значень грошової маси становить 1,7%, в оцінюванні значень інфляції – 0,7%, в оцінюванні значень ВВП – 21,4%, в оцінюванні значень ставок за депозитами – 6,3%, а ставок за кредитами – 5,5%. Як бачимо, оцінена VAR(2) модель досить добре моделює показники грошового ринку (грошову масу, інфляцію та процентні ставки), проте дає неточні значення валового внутрішнього продукту.

10.3 Визначення довжини лага

Щоб перевірити адекватність VAR специфікації часто використовують максимальне значення правдоподібності

$$\ln L_{max} = -\frac{T}{2} \ln |\hat{\Omega}| + \text{постійні члени},$$

де T визначає обсяг ефективної вибірки, на відміну від повної вибірки $T + k$.

Для визначення довжини лага k у VAR моделі можна використовувати статистику відношення правдоподібності

$$LR = -2 \ln Q \left(\frac{\mathcal{H}_k}{\mathcal{H}_{k+1}} \right) = T \left(\ln |\hat{\Omega}_k| - \ln |\hat{\Omega}_{k+1}| \right),$$

де \mathcal{H}_k – це нульова гіпотеза, яка стверджує, що модель повинна містити k лагів, а \mathcal{H}_{k+1} – альтернативна гіпотеза, яка полягає в тому, що VAR модель повинна містити $k + 1$ лагів. Оскільки альтернативна гіпотеза потребує тестування, чи $p \times p$ коефіцієнтів матриці

Π_{k+1} дорівнюють нулю, тестова статистика $-2 \ln Q$ асимптотично розподілена як χ^2 з p^2 ступенями свободи.

Зауважимо, що тестування \mathcal{H}_k проти \mathcal{H}_{k+1} на підставі LR тесту і різні інформаційні критерії, які обговорюватимемо далі, повинні використовувати ту саму кількість ефективних спостережень, що визначається найдовшим лагом, обраним для тестування. Зокрема, у випадку тестування $k = 1$ проти $k = 2$ для українських даних отримуємо таке значення LR-статистики

$$LR = -2 \ln Q \left(\frac{\mathcal{H}_1}{\mathcal{H}_2} \right) = 68(-32, 34 + 33, 14) = 54, 4,$$

яка розподілена як χ^2 [25] за нульової гіпотези, що коефіцієнти при других лагах у рівняннях VAR моделі не суттєві. $\chi_{кр,0.95}^2$ [25] становить близько 35, тому нульову гіпотезу відхиляємо.

Існують й інші тестові процедури для визначення довжини лага. Зокрема, це інформаційні критерії Акайке, Шварца і Ханнана-Куїнна

$$AIC = \ln |\hat{\Omega}| + (p^2 k) \frac{2}{T},$$

$$SC = \ln |\hat{\Omega}| + (p^2 k) \frac{\ln T}{T},$$

$$HQ = \ln |\hat{\Omega}| + (p^2 k) \frac{2 \ln \ln T}{T}.$$

Всі ці критерії ґрунтуються на використанні максимального значення функції правдоподібності, додатково враховуючи при цьому негативний вплив зростання кількості оцінених параметрів. Запропоновані критерії відрізняються способом врахування негативу, пов'язаного зі зростанням кількості параметрів у моделі внаслідок додавання більшої кількості лагів. Ідея полягає в тому, щоб обчислити тестову статистику для різних значень k , а потім вибрати те значення k , для якого значення інформаційних критеріїв є найменшим. Використовуючи ці критерії для вибору довжини лага, важливо пам'ятати, що вони правильні за умови правильної специфікації моделі. Якщо ж існують інші проблеми з моделлю, такі

як зсуви або непостійність параметрів, то вони повинні бути усунені до моменту вибору довжини лагу.

У табл. 10.3 наведено результати тестувань для визначення довжини лага VAR моделі, що описує зв'язки в монетарному секторі економіки України.

Таблиця 10.3: Тестування довжини лага системи

VAR Lag Order Selection Criteria

Endogenous variables: LNM DP LNY LND LNK

Exogenous variables: C D3

Sample: 2006M03 2011M12

Included observations: 64

Lag	LogL	LR	FPE	AIC	SC	HQ
0	267,2460	NA	2,22e-10	-8,038936	-7,701611	-7,906047
1	583,2184	562,8259	2,51e-14	-17,13183	-15,95119*	-16,66671*
2	608,9284	41,77874	2,50e-14*	-17,15401*	-15,13006	-16,35668
3	625,9433	24,99060	3,35e-14	-16,90448	-14,03721	-15,77492
4	643,0944	22,51083	4,63e-14	-16,65920	-12,94862	-15,19741
5	662,1220	22,00062	6,39e-14	-16,47256	-11,91867	-14,67855
6	705,8859	43,76398*	4,40e-14	-17,05894	-11,66173	-14,93270

* indicates lag order selected by the criterion

LR: sequential modified LR test statistic (each test at 5% level)

FPE: Final prediction error

AIC: Akaike information criterion

SC: Schwarz information criterion

HQ: Hannan-Quinn information criterion

Найдовший лаг, $k = 6$, визначає обсяг вибірки для оцінювання, і всі тести ґрунтуються на вибірці з 2006:09 до 2011:12. Тому значення LR статистик у цій таблиці відрізняються від результатів, що були отримані раніше.

Як видно з результатів, які подані у табл. 10.3 найменших значень статистики Шварца та HQ набувають при $k = 1$, а статистики Акайке та FPE – для $k = 2$. Ми отримали результат, який часто

відбувається на практиці: через те, що інформаційні критерії порізному враховують негативний вплив від збільшення факторів в моделі, вони не обов'язково дають однакові результати.

Отже, ґрунтуючись на результатах табл. 10.3 ми можемо вибрати $k = 1$ згідно з SC і HQ критеріями, $k = 2$ згідно з FPE і AIC критеріями або $k = 6$ на підставі LR статистики. Виникає питання, чи доречно збільшувати довжину лага на цьому кроці. Оскільки інші типи помилок специфікації (такі як викиди в спостереженнях і зсуви середніх значень), ймовірно, генерують автокореляційні залишки, то в таких випадках тести на довжину лагів часто пропонуватимуть використовувати занадто багато лагів у моделі, яка страждає від такої помилки специфікації. Проте з іншого боку, щоб мати змогу виявити джерело помилки специфікації, нам треба визначити довжину лага, а щоб визначити довжину лага, нам потрібна точна специфікація моделі. Зазвичай це є проблемою усіх тестів, які перевіряють коректність специфікації: кожен з них придатний для використання, якщо інший не порушується. Хоча важко визначити чіткі правила дій, досвід засвідчує, що додавання надто великої кількості лагів більш шкідливе для результатів моделювання, ніж прийняття деяких помірних автокореляцій залишків моделі. Пояснення полягає в тому, що зсуви режимів, несталість параметрів тощо часто важко діагностувати в моделі з надто великою кількістю параметрів. Крім того, досвід показує, що автокореляція залишків моделі частіше буває пов'язана зі структурними помилками специфікації, ніж із динамікою.

Незважаючи на те, що на початку моделювання важко визначити, чи значна автокореляція залишків пов'язана з помилкою специфікації чи недостатньою кількістю лагів у моделі, на практиці рідко трапляються випадки добре специфікованих моделей, які б мітили більше двох лагів. Тому доцільно починати з VAR(2) моделі, пошуку структурних зміщень і якщо необхідно перевизначення специфікації моделі. Якщо модель добре специфікована, тоді треба перевірити необхідність зміни довжини лагів і якщо так, то варто повторити перевірку специфікації нової моделі.

Тому, не зважаючи на те, що LR тести пропонують довжину

лага 6, ми розглянемо VAR(2) модель. Довжина лага 2 в більшості практичних випадків є достатньою, і досить складну динамічну структуру можна описати навіть за допомогою системи з незначною довжиною лагів.

10.4 Тестування адекватності моделі

У VAR моделі можна розрахувати загальну міру згоди, яка схожа на звичайний R^2 в моделі лінійної регресії

$$\text{Trace correlation} = 1 - \text{trace} \left(\hat{\Omega}[\text{Cov}(\Delta \mathbf{x}_t)]^{-1} \right) / p,$$

де $\text{Cov}(\Delta \mathbf{x}_t)$ – коваріаційна матриця Δx_t . Слід кореляції може бути приблизно інтерпретований як середній R^2 всіх p рівняннях VAR моделі.

Для українських даних одержимо

$$\text{Trace correlation} = 0,86.$$

Для VAR моделі визначено також дві альтернативні міри згоди – $R^2(LR)$ і $R^2(LM)$, які у випадку одного рівняння дорівнюють звичайному R^2 .

Коефіцієнт детермінації R^2 для кожного рівняння обчислюємо як

$$R_i^2 = 1 - \hat{\Omega}_{ii} / \text{Var}[\Delta x_{i,t}], \quad i = 1, \dots, p,$$

де $\hat{\Omega}_{ii}$ – оцінена дисперсія залишків рівняння i .

Для українських даних обчислені R_i^2 для кожного рівняння VAR системи наведено в табл. 10.4.

Таблиця 10.4: Коефіцієнти детермінації кожного рівняння VAR системи

Рівняння	m	dp	y	r_d	r_k
R^2	0,9973	0,5734	0,6819	0,9211	0,8886

Зауважимо таке: якщо оцінюється необмежена VAR(2) модель у

рівнях, то оскільки залежні змінні в цьому випадку не є стаціонарними, значення R^2 повністю оманливе. Це відбувається тому, що звичайний R^2 вимірює здатність моделі пояснити зміни залежних змінних порівняно зі сталим середнім значенням, тобто

$$R^2 = 1 - \frac{\sum \hat{\varepsilon}_i^2}{\sum (x_i - \bar{x})^2}.$$

Якщо $x_{i,t}$ не є стаціонарними змінними, а такими є показники грошової маси m , інфляції dp , ВВП y , процентних ставок за депозитами rd та кредитами rk , то середнє значення очевидно зовсім не описує їхньої поведінки. Справді, будь-яка не пов'язана з $x_{i,t}$ змінна, яка містить відповідний тренд, буде краще описуватиме $x_{i,t}$, ніж стала. Тому, коли змінні є інтегрованими першого порядку, R^2 має сенс лише тоді, коли залежна змінна задається як $\Delta x_{i,t}$. В цьому випадку R^2 вимірює пояснювальну силу регресорів порівняно з моделлю випадкового блукання.

Таблиця 10.5: Коефіцієнти детермінації системи у ЕСМ формі

рівняння	Δm	Δdp	Δy	Δr_d	Δr_k
R^2	0,4721	0,3846	0,7340	0,2849	0,3181

10.5 Тестування автокореляції залишків

Тест Лjung-Бокса

Тестування автокореляції залишків VAR моделі проводять на підставі статистики Лjung-Бокса

$$LB = T(T+2) \sum_{h=1}^{T/4} (T-h)^{-1} \text{tr} \left(\hat{\Omega}'_h \hat{\Omega}^{-1} \hat{\Omega}'_h \hat{\Omega}^{-1} \right), \quad (10.2)$$

де

$$\hat{\Omega}_h = T^{-1} \sum_{t=h}^T \hat{\varepsilon}_t \hat{\varepsilon}'_{t-h}$$

і залишки беруть з оціненої VAR моделі. Статистика Льюнга-Бокса асимптотично розподілена як χ^2 з $p^2(T/4 - k + 1) - p^2$ ступенями свободи.

LM тест

LM тестування автокореляції j -го порядку проводять на підставі використання допоміжної моделі, яку запропонував Годфрей (Godfrey(1988)). Згідно з його процедурою проводиться оцінювання регресії залишків оціненої VAR моделі $\hat{\varepsilon}_t$ стосовно k лагів змінних $\mathbf{x}_{t-1}, \mathbf{x}_{t-2}, \dots, \mathbf{x}_{t-k}$ та j -го лага залишків $\hat{\varepsilon}_{t-j}$, тобто

$$\hat{\varepsilon}_t = \mathbf{A}_1 \mathbf{x}_{t-1} + \mathbf{A}_2 \mathbf{x}_{t-2} + \dots + \mathbf{A}_k \mathbf{x}_{t-k} + \mathbf{A}_\varepsilon \hat{\varepsilon}_{t-j} + \mathbf{u}_t, \quad (10.3)$$

де перші j значень $\hat{\varepsilon}_{-j}, \dots, \hat{\varepsilon}_{-1}$ приймають такими, що дорівнюють 0. Далі для цієї допоміжної регресії обчислюємо залишки, на підставі яких знаходимо статистику Вілкса (яка є скорегованою з врахуванням обсягу вибірки, Андерсон (2003))

$$\text{LM}(j) = - \left(T - p(k+1) - \frac{1}{2} \right) \ln \left(\frac{|\tilde{\Omega}(j)|}{|\hat{\Omega}|} \right). \quad (10.4)$$

Ця статистика асимптотично розподілена як χ^2 з p^2 ступенями свободи. Оскільки VAR методологія ґрунтується на ідеї розкладу зміни в даних на систематичну частину, що описує динаміку і не систематичну випадкову частину, то цей тест важливий. Якщо тест виявляє, що в моделі залишається значна автокореляція, то плани агентів (побудовані на підставі умовного математичного сподівання VAR моделі) відхилятимуться від фактичної реалізації.

Зауважимо, що і χ^2 , і F тест отримані для VAR моделі, ґрунтуються на припущенні незалежних похибок, і якщо такі припущення не виконуються, то розподіл статистик відхилятиметься від χ^2 і F у невідомих напрямках. Крім того, властивості оцінок можуть бути чутливі до значних автокореляцій. Зокрема, МНК-оцінка не буде консистентною у випадку, коли наявна автокореляція залишків, і чим більшою вона буде, тим гіршими будуть коефіцієнти.

Для українських даних значення LM статистик подано в табл. 10.6.

Таблиця 10.6: Результати LM тесту

VAR Residual Serial Correlation LM Tests
 Null Hypothesis: no serial correlation at lag order h
 Sample: 2006M03 2011M12
 Included observations: 68

Lags	LM-Stat	Prob
1	21,62507	0,6573
2	15,24648	0,9354
3	23,66463	0,5388
4	35,26985	0,0834
5	22,63500	0,5989
6	25,29618	0,4459

Probs from chi-square with 25 df.

Значення $LM(4)$ засвідчує, що в моделі навіть після включення квартальних сезонних фіктивних змінних залишається деяка сезонна автокореляція, тому можливо специфікація зі сталими сезонними змінними не підходить для всього періоду вибірки. Цей недолік моделі потребує детальнішого дослідження.

10.6 Тестування гетероскедастичності залишків

Тестування ARCH ефектів m -го порядку проводять за допомогою статистики

$$ARCHLM = (T + k - m) \times R^2,$$

де T – повний обсяг вибірки; k – довжина лагів у VAR моделі; а R^2 – коефіцієнт детермінації допоміжної регресії

$$\hat{\varepsilon}_{i,t}^2 = \gamma_0 + \sum_{j=1}^m \gamma_j \hat{\varepsilon}_{i,t-j}^2 + u_{it}.$$

Статистика асимптотично розподілена як χ^2 з m ступенями свободи.

Тестування гетероскедастичності залишків VAR моделі проводять за допомогою тесту Уайта, який узагальнили для систем рівнянь Келеян і Дорнік. Тестова регресія є регресією кожного з перехресних добутоків залишків на перехресні добутки регресорів. Тест полягає у тестуванні спільної значущості коефіцієнтів цієї додаткової регресії. За нульової гіпотези, що гетероскедастичності немає, регресори не повинні бути спільно значущими, і відповідні ймовірності повинні бути більшими принаймні за 0,05.

В результаті проведення тесту обчислюємо значення LM статистики для спільної значущості всіх регресорів у системі всіх тестових рівнянь. Ця статистика розподілена як χ^2 з mn ступенями свободи, де $m = p(p + 1)/2$ – число перехресних добутоків залишків системи, а n – загальна кількість змінних у правій частині тестової регресії.

Обчислимо значення статистик спільної значущості регресорів, за винятком сталої, для кожної тестової регресії. Результати тестування гетероскедастичності залишків в моделі грошового ринку України, що наведено в табл. 10.7, засвідчують, що гетероскедастичності немає і залишки цієї моделі гомоскедастичні.

Таблиця 10.7: Тестування гетероскедастичності залишків VAR моделі

VAR Residual Heteroskedasticity Tests:No Cross Terms (only levels and squares)
Sample: 2006M03 2011M12
Included observations: 68

Joint Test		
Chi-sq	df	Prob.
325,9320	315	0,3238

Individual components:

Dependent	R-squared	F(21,46)	Prob.	Chi-sq(21)	Prob.
res1*res1	0,523315	2,404753	0,0066	35,58543	0,0243
res2*res2	0,402752	1,477140	0,1339	27,38714	0,1584
res3*res3	0,267909	0,801606	0,7033	18,21781	0,6352
res4*res4	0,364212	1,254820	0,2549	24,76645	0,2574
res5*res5	0,490932	2,112437	0,0173	33,38336	0,0421
res2*res1	0,268020	0,802060	0,7028	18,22537	0,6347
res3*res1	0,377936	1,330825	0,2060	25,69962	0,2181
res3*res2	0,509534	2,275632	0,0101	34,64829	0,0308
res4*res1	0,282795	0,863708	0,6331	19,23006	0,5704
res4*res2	0,139753	0,355858	0,9938	9,503197	0,9847
res4*res3	0,295259	0,917725	0,5718	20,07763	0,5163
res5*res1	0,265940	0,793582	0,7123	18,08395	0,6437
res5*res2	0,233915	0,668834	0,8404	15,90619	0,7749
res5*res3	0,357973	1,221336	0,2791	24,34215	0,2768
res5*res4	0,436349	1,695752	0,0677	29,67174	0,0988

10.7 Тестування нормальності

Більшість тестів на нормальність ґрунтуються на використанні асиметрії (центрального моменту третього порядку) та ексцесу (центрального моменту четвертого порядку). Обидва є асимптотично нормальними, але, на жаль, потрібна досить велика вибірка, щоб ми могли їх використати.

Шентон і Боумен (Shenton-Bowman) запропонували перетворення цих двох характеристик і довели, що трансформовані величини будуть приблизно нормальні. Обидва, одновимірний і багатовимірний тести нормальності, які ми розглядатимемо, побудовані на перетворенні Шентона-Боумана.

Асиметрію і ексцес стандартизованих оцінених залишків $(\hat{\varepsilon}_i/\hat{\sigma}_i)_t$, $i = 1, \dots, p$, $t = 1, \dots, T$ обчислюємо за формулами

$$As_i = \sqrt{\hat{b}_{1i}} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (\hat{\varepsilon}_i/\hat{\sigma}_i)_t^3, \quad (10.5)$$

$$E x_i = \hat{b}_{2i} = \frac{1}{T} \sum_{t=1}^T (\hat{\varepsilon}_i / \hat{\sigma}_i)_t^4. \quad (10.6)$$

За нульової гіпотези про нормальний розподіл збурень, асиметрія і ексцес залишків $\hat{\varepsilon}_i$ асимптотично нормально розподілені, тобто

$$\begin{aligned} \sqrt{T} (A s_i - 0) &\stackrel{a}{\sim} N[0, 6], \\ \sqrt{T} (E x_i - 3) &\stackrel{a}{\sim} N[0, 24]. \end{aligned}$$

Отож, дисперсія асиметрії менша, ніж дисперсія ексцесу. Це означає, що тест на нормальність чутливіший до відхилень від нормальності у зв'язку з асиметрією (часто внаслідок викидів), аніж до надлишку ексцесу (товстий хвіст, або занадто багато малих залишків близьких до середнього).

Асимптотичний одновимірний тест на нормальність залишків $\hat{\varepsilon}_{i,t}$ використовує суму квадратів стандартизованих асиметрії та ексцесу. Статистика тесту за припущення про асимптотичну нормальність і незалежність розподілена як $\chi^2[2]$. Тестову статистику обчислюють за формулою

$$\eta_i^{as} = T(A s_i)^2/6 + T(E x_i - 3)^2/24 \stackrel{a}{\sim} \chi^2[2].$$

Якщо вибірка велика, то можна використовувати асимптотичний багатовимірний тест, статистика якого така:

$$m \eta^{as} = \sum_{i=1}^p \eta_i^{as} \stackrel{a}{\sim} \chi^2[2p].$$

У випадку невеликого обсягу вибірки асиметрія та ексцес не є ні асимптотично нормальними, ні незалежними.

Процедура Шентона-Боумана перетворює асиметрію $\sqrt{b_1}$ на нову змінну z_1 на підставі формули

$$z_1 = \delta \ln \left\{ y + (y^2 + 1)^{\frac{1}{2}} \right\},$$

де

$$y = \sqrt{b_1} \left\{ \frac{w^2 - 1}{2} \frac{(T + 1)(T + 3)}{6(T - 2)} \right\}^{\frac{1}{2}},$$

$$\delta = \frac{1}{\left\{ \ln \sqrt{w^2} \right\}^{\frac{1}{2}}},$$

$$w^2 = -1 + \{2(\beta - 1)\}^{\frac{1}{2}},$$

$$\beta = \frac{3(T^2 + 27T - 70)(T + 1)(T + 3)}{(T - 2)(T + 5)(T + 7)(T + 9)}.$$

Екссес b_2 перетворюється до z_2 на підставі формули

$$z_2 = \left\{ \left(\frac{\chi}{2a} \right)^{\frac{1}{3}} - 1 + \frac{1}{9\alpha} \right\} (9\alpha)^{\frac{1}{2}}.$$

Тут

$$\chi = (b_2 - 1 - b_1)2k,$$

$$\alpha = a + b_1c,$$

$$k = \frac{(T + 5)(T + 7)(T^3 + 37T^2 + 11T - 313)}{12\delta},$$

$$c = \frac{(T - 7)(T + 5)(T + 7)(T^2 + 2T - 5)}{6\delta},$$

$$a = \frac{(T - 2)(T + 5)(T + 7)(T^2 + 27T - 70)}{6\delta},$$

$$\delta = (T - 3)(T + 1)(T^2 + 15T - 4).$$

Багатовимірний тест, який запропонували Хансен і Дорнік (Hansen, Doornik, 1994), використовує перетворення Шентона-Боумана для перевірки нормальності залишків у VAR системі. Оскільки залишки VAR(p) моделі зазвичай корелюють, то спочатку їх треба ортогоналізувати. Ортогоналізовані залишки отримують шляхом декомпозиції кореляційної матриці залишків, \mathbf{R} , а саме

$$\mathbf{r}_t = \mathbf{V}\mathbf{\Lambda}^{-\frac{1}{2}}\mathbf{V}'\mathbf{S}\hat{\boldsymbol{\varepsilon}}_t, \quad (10.7)$$

де $\mathbf{\Lambda} = \text{diag}(\lambda_1, \dots, \lambda_p)$ – діагональна матриця власних значень, \mathbf{V} матриця складена з власних векторів, а матриця

$$\mathbf{S} = \text{diag} \left(\hat{\sigma}_{11}^{-1/2}, \dots, \hat{\sigma}_{pp}^{-1/2} \right).$$

Ортогоналізовані залишки не корелюють за побудовою та є незалежними за припущення про нормальність. Багатовимірну статистику для тестування нормальності розраховують як суму p одновимірних статистик Шентона-Боумана, на підставі використання ортогоналізованих залишків при розрахунку асиметрії й ексцесу.

Для українських даних багатовимірна статистика Хансена-Дорніка становить

$$HD = \chi^2[10] = 22,01, \quad p - \text{значення} = 0,0150.$$

Отже, нормальність розподілу залишків рішуче відхиляється.

Щоб з'ясувати як пов'язана проблема відсутності нормальності з конкретними змінними, використаємо одновимірні тести. Крім того, оскільки VAR оцінки чутливіші до відхилень від нормальності у зв'язку з асиметрією, ніж з надлишком ексцесу, в табл. 10.8 також подано ці величини для кожної змінної.

Результати тестувань свідчать про те, що відхилення від нормальності відбувається передусім через відсутність нормальності в рівнянні опису процентних ставок за депозитами. Це пов'язано з додатними викидами в ряді процентних ставок за депозитами в 4 кварталі 2011р. Якщо оцінити VAR(2) модель на підставі даних до вересня 2011, то гіпотеза про нормальний розподіл залишків не відхиляється, статистика Хансена-Дорніка дорівнює $HD = 9,85$ і є меншою за критичне значення $\chi^2[10]$ розподілу.

10.8 Висновки тестувань

Загалом формальні тести на помилки специфікації підтвердили висновки, які ґрунтуються на графічній перевірці: багатовимірна нормальність відкидається через ненормальність залишків рівняння процентних ставок за депозитами; залишається деяка сезонна автокореляція в залишках рівнянь грошової маси та доходу; недостатньо добре описується коливний характер поведінки ВВП; рівняння процентних ставок містять помірний ARCH ефект.

Таблиця 10.8: Результати тестування нормальності розподілу залишків

VAR Residual Normality Tests

Orthogonalization: Residual Correlation (Doornik-Hansen)

Null Hypothesis: residuals are multivariate normal

Sample: 2006M03 2011M12

Included observations: 68

Component	Skewness	Chi-sq	df	Prob.
1	0,037799	0,019209	1	0,8898
2	-0,041226	0,022848	1	0,8799
3	-0,431048	2,344098	1	0,1258
4	0,910112	8,795269	1	0,0030
5	-0,318025	1,312382	1	0,2520
Joint		12,49381	5	0,0286
Component	Kurtosis	Chi-sq	df	Prob.
1	3,418642	2,095645	1	0,1477
2	2,440505	0,395179	1	0,5296
3	3,207163	0,045849	1	0,8304
4	6,142249	6,225787	1	0,0126
5	3,345191	0,760742	1	0,3831
Joint		9,523202	5	0,0899
Component	Hansen-Doornik	df	Prob.	
1	2,114854	2	0,3473	
2	0,418027	2	0,8114	
3	2,389948	2	0,3027	
4	15,02106	2	0,0005	
5	2,073124	2	0,3547	
Joint	22,01701	10	0,0150	

Однак тестування автокореляції залишків та ARCH тести ґрунтуються на припущенні про нормальність збурень, а тести на нормальність отримують за припущенням про незалежні та гомоскедастичні похибки. Це означає, що у цьому випадку невідомо, які з тестів визначають помилку специфікації. Оскільки ми не знаємо, яким з проведених тестів можна довіряти, то усі тестування помилок специфікації треба провести ще раз після перевизначення специфікації моделі.

Навіть, якщо ми задовільно розв'яжемо ці проблеми, то немає жодної гарантії, що переспецифікована модель пройде тести специфікації. Розв'язок однієї проблеми часто відкриває нову проблему, яка була прихована. Це відбувається тому, що помилки специфікації в моделі призводять до збільшення дисперсії залишків, що ускладнює можливість побачити менш очевидні помилки специфікації.

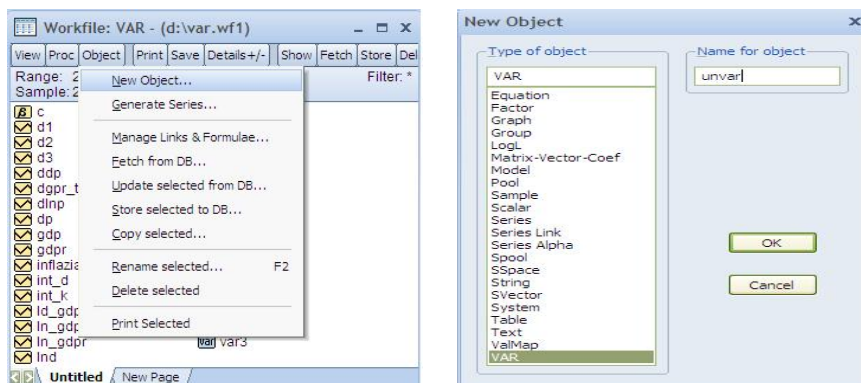
Аналіз моделювання засвідчує, що високі значення ставок за депозитами в кінці 2011 р. не узгоджуються з поведінкою грошової маси, інфляції, доходу та ставками за кредитами в цьому періоді. Тому викиди в рівнянні процентних ставок за депозитами дають значуще зміщення розподілу залишків, а також суттєве перевищення ексцесу. Питання зміни взаємозв'язків між змінними в кінці 2011 р. потребує подальшого дослідження.

Розділ 11

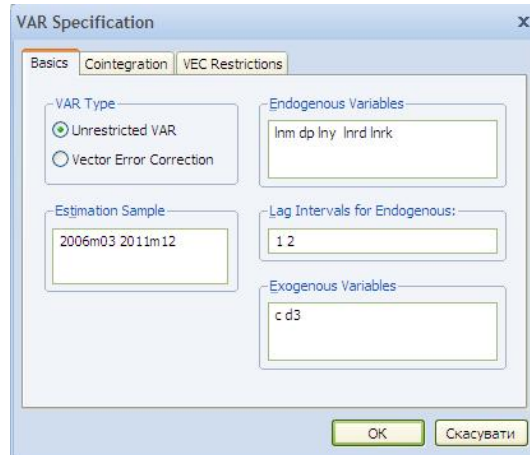
Аналіз VAR моделей в економетричному пакеті EViews

11.1 Створення VAR об'єкту

Щоб оцінити і потім досліджувати VAR модель в пакеті EViews, треба спочатку створити об'єкт VAR. Для цього, зокрема, можна у вікні робочого файлу вибрати **Object/New Object ... Var** і у полі Name for object зазначити бажану назву моделі.



В результаті відкриється діалогове вікно VAR специфікації **VAR Specification**.



Вкладка **Basics** діалогового вікна VAR специфікації пропонує визначити структуру VAR моделі.

Діалогове вікно треба заповнити відповідною інформацією.

- Вибрати тип VAR моделі у частині Var type: **Unrestricted VAR** або **Vector Error Correction (VEC)**. Моделі, які досліджуються у посібнику, є фактично необмеженими VAR моделями. VEC – це векторні моделі корекції похибки, які узагальнюють VAR моделювання.
- Визначити обсяг вибірки, на підставі якої буде оцінюватись модель у частині Estimation Sample.
- Ввести лагову специфікацію у полі введення Lag Intervals for Endogenous. Цю інформацію вводять як пару чисел, що визначає довжину лагів. Наприклад, у випадку введення лагової пари

1 4

EViews буде використовувати у правій частині VAR системи лаги з першого по четвертий для всіх ендогенних змінних цієї системи.

Можна задати будь-які лаги, але всіх їх треба подавати парами, які задаватимуть інтервали лагів. Зокрема, після введення лагової специфікації

2 4 6 9 12 12

EViews буде використовувати для всіх ендогенних змінних VAR системи лаги 2, 3, 4, 6, 7, 8, 9 і 12 порядків.

- Ввести назви ендогенних і екзогенних змінних у відповідних полях введення. В частині Endogenous Variable в якості ендогенних змінних системи ми вказали змінні lnm , dp , lny , $lnrd$, $lnrk$, що позначають, відповідно, логарифми грошової маси, темпи інфляції, логарифми ВВП, логарифми процентних ставок за депозитами та логарифми процентних ставок за кредитами. В частині Exogenous Variable в якості екзогенних змінних системи ми вказали змінні c , $d3$, що позначають константу та сезонну фіктивну змінну. Якщо список рядів великий, можна створити іменну групу об'єктів, що містить список змінних, а потім включати цю назву групи в якості ендогенних чи екзогенних змінних системи.

Інші дві вкладки діалогового вікна **Cointegration** та **VEC Restriction** використовують тільки для аналізу VEC моделей.

11.2 Оцінювання VAR моделі

Після того як заповнено вікно VAR специфікації і натиснуто кнопку **ОК**, EViews у вікні VAR видасть результати оцінювання моделі Vector Autoregression Estimates, які подані в табл. 8.1 і складаються з трьох таблиць.

Кожен стовпець першої таблиці відповідає окремому рівнянню VAR системи. Для кожної змінної в правій частині рівняння системи, EViews видає оцінку коефіцієнта, його стандартну похибку в круглих дужках і t -статистику в квадратних дужках. Зокрема, коефіцієнт при першому лаговому запізненні інфляції dp_{t-1} в рівнянні грошової маси lnm дорівнює $-0,1525$, його стандартна похибка дорівнює $0,3240$ і t -статистика дорівнює $-0,4707$.

Vector Autoregression Estimates

Date: 07/28/12 Time: 21:47
 Sample (adjusted): 2006M05 2011M12
 Included observations: 68 after adjustments
 Standard errors in () & t-statistics in []

	LNM	DP	LNY	LNRD	LNRK
LNM(-1)	1.027312 (0.12875) [7.97892]	0.032892 (0.05046) [0.65181]	2.182282 (1.59084) [1.37178]	-0.330159 (0.46974) [-0.70285]	-0.548043 (0.41057) [-1.33483]
LNM(-2)	-0.043924 (0.12401) [-0.35419]	-0.041743 (0.04860) [-0.85885]	-0.559469 (1.53223) [-0.36513]	0.299941 (0.45243) [0.66295]	0.552684 (0.39545) [1.39762]
DP(-1)	-0.152552 (0.32407) [-0.47074]	0.891747 (0.12701) [7.02087]	-6.198726 (4.00413) [-1.54808]	1.878374 (1.18233) [1.58870]	1.830660 (1.03341) [1.77148]
DP(-2)	0.432141 (0.31522) [1.37090]	-0.253662 (0.12355) [-2.05318]	4.153014 (3.89481) [1.06629]	-2.411194 (1.15006) [-2.09659]	-1.016177 (1.00519) [-1.01093]

У другій частині таблиці нижче висновків про коефіцієнти EViews відображає додаткову інформацію про систему. Тут виводя-

Vector Autoregression Estimates

	LNM	DP	LNY	LNRD	LNRK
R-squared	0.997334	0.573473	0.681929	0.921189	0.888692
Adj. R-squared	0.996810	0.499690	0.619450	0.905708	0.866827
Sum sq. resids	0.020030	0.003077	3.057817	0.268610	0.203675
S.E. equation	0.018912	0.007412	0.233675	0.068999	0.060308
F-statistic	1904.136	6.844806	10.91465	59.50520	40.64604
Log likelihood	179.9336	243.6269	8.973603	91.92234	101.0773
Akaike AIC	-4.939223	-6.812557	0.089012	-2.350657	-2.619919
Schwarz SC	-4.547545	-6.420879	0.480690	-1.958979	-2.228241
Mean dependent	12.96984	0.010145	11.21747	2.120751	2.657273
S.D. dependent	0.334836	0.010376	0.376797	0.224702	0.165260

ться додаткові стандартні вихідні МНК статистики для кожного рівняння. Зокрема, це коефіцієнт детермінації (R-squared), скорегований коефіцієнт детермінації (Adj. R-squared), сума квадратів залишків (Sum sq. resids), оцінка стандартної похибки регресії (S.E. equation), статистика Фішера (F-statistic), логарифм функції правдоподібності (Log likelihood), статистика Акайке (Akaike AIC), статистика Шварца (Schwarz SC), середнє ендогенної змінної (Mean dependent), стандартне відхилення ендогенної змінної (S.D.

dependent). Статистики обчислюють окремо для кожного рівняння на основі відповідних залишків і відображаються у відповідному стовпці.

В третій частині таблиці подано зведені статистики для VAR системи в цілому. Визначник коваріаційної матриці залишків, який

Vector Autoregression Estimates					
mean dependent	12.30904	0.010143	11.21797	2.120751	2.057273
S.D. dependent	0.334836	0.010376	0.378797	0.224702	0.165260
Determinant resid covariance (dof adj.)	1.07E-14				
Determinant resid covariance	4.04E-15				
Log likelihood	644.3959				
Akaike information criterion	-17.18811				
Schwarz criterion	-15.22972				

скорегований на ступінь свободи (Determinant resid covariance (dof adj)), обчислюють за формулою

$$|\hat{\Omega}| = \det \left(\frac{1}{T-k} \sum_t \hat{\varepsilon}_t \hat{\varepsilon}_t' \right), \quad (11.1)$$

де k – кількість параметрів у кожному рівнянні VAR системи. Нескорегований визначник (Determinant resid covariance) не враховує k . Значення логарифма функції правдоподібності (Log likelihood) обчислюють за припущення багатовимірного нормального розподілу

$$l = -\frac{T}{2} \left\{ p(1 + \ln 2\pi) + \ln |\hat{\Omega}| \right\}. \quad (11.2)$$

Два інформаційні критерії Akaike information criterion та Schwarz criterion обчислюють за формулами

$$AIC = -\frac{2l}{T} + \frac{2n}{T},$$

$$SC = -\frac{2l}{T} + \frac{n \ln T}{T},$$

де $n = p(d + pk)$ – загальна кількість оцінюваних параметрів VAR системи. Ці інформаційні критерії можуть бути використані для вибору моделі з оптимальною довжиною лагів. Модель з меншим

Значення та графічне зображення коренів характеристичного полінома

Вибір **AR Roots Table** видає обернені величини до коренів характеристичного многочлена, а **AR Roots Graph** графічно зображає їхнє розміщення щодо одиничного кола. Оцінена VAR модель стаціонарна, якщо всі корені за модулем менші за одиницю, тобто лежать всередині одиничного круга. Якщо VAR не є стаціонарною, то деякі результати (зокрема, функція імпульсної реакції та декомпозиція дисперсій) не дадуть правильних висновків. Таблиця містить kp коренів, де k – кількість ендогенних змінних і p – найбільший лаг. Дослідження коренів емпіричної моделі для українських даних проведено на підставі даних табл. 8.3 та рис. 8.1.

Каузальність за Грейнджером

Вибір **Granger Causality** дає змогу провести перевірку, які з ендогенних змінних можна трактувати як екзогенні.

Для кожного рівняння VAR системи виводиться значення χ^2 статистики Вальда для тестування спільної значущості всіх лагів кожної з ендогенних змінних у цьому рівнянні. В останньому рядку (**All**) наведено значення статистики для тестування спільної значущості всіх лагів всіх ендогенних змінних в цьому рівнянні.

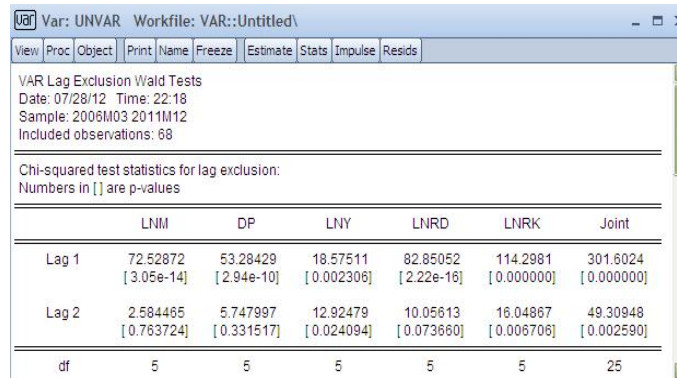
Excluded	Chi-sq	df	Prob.
DP	2.250360	2	0.3246
LNY	1.149956	2	0.5627
LNRD	0.407639	2	0.8156
LNRK	3.881251	2	0.1436
All	13.15903	8	0.1065

Зауважимо, що у випадку оцінювання VEC моделі тестують лише лаги змінних, які є в перших різницях. Лаги рівнів значень,

які наявні у коінтеграційних рівняннях, не тестуються.

Тестування окремих лагів

Вибір **Lag exclusion Tests** виконує тест сукупної значущості кожного лага змінних VAR системи. Для кожного рівняння окремо (по стовпцях) виводиться значення χ^2 статистики Вальда тестування спільної значущості окремого лага всіх ендогенних змінних, що входять у праву частину цього рівняння, а також в останньому стовпці статистика значущості цього лага в усій системі.



	LNM	DP	LNY	LNRD	LNRK	Joint
Lag 1	72.52872 [3.05e-14]	53.28429 [2.94e-10]	18.57511 [0.002306]	82.85052 [2.22e-16]	114.2981 [0.000000]	301.6024 [0.000000]
Lag 2	2.584465 [0.763724]	5.747997 [0.331517]	12.92479 [0.024094]	10.05613 [0.073660]	16.04867 [0.006706]	49.30948 [0.002590]
df	5	5	5	5	5	25

Критерії вибору довжини лага

Вибір **Lag Length Criteria** наводить значення різних критеріїв для вибору довжини лагів у необмеженій VAR системі. При цьому пропонується зазначити максимальний лаг для перевірки. У таблиці, що виводиться, показано різні інформаційні критерії для всіх лагів до зазначеного максимуму. Якщо VAR система не містить екзогенних змінних, то лаги починаються з 1, в іншому випадку – з 0. Значення кожного критерію подано в окремому стовпці. У кожному стовпці значення, що відповідає оптимальній довжині лага згідно з відповідним критерієм, позначено зірочкою *. Для критеріїв FPE, Акайке, Шварца та Ханнана-Куїнна, що наведені у стовпцях 4-7, оптимальною є та довжина лага, для якої значення відповідного критерію є найменшим.

VAR Lag Order Selection Criteria
 Endogenous variables: LNM DP LNY LNRD LNRK
 Exogenous variables: C D3
 Date: 07/28/12 Time: 22:21
 Sample: 2006M03 2011M12
 Included observations: 64

Lag	LogL	LR	FPE	AIC	SC	HQ
0	267.2460	NA	2.22e-10	-8.038936	-7.701611	-7.906047
1	583.2184	562.8259	2.51e-14	-17.13183	-15.95119*	-16.66671*
2	608.9284	41.77874	2.50e-14*	-17.15401*	-15.13006	-16.35668
3	625.9433	24.99060	3.35e-14	-16.90448	-14.03721	-15.77492
4	643.0944	22.51083	4.63e-14	-16.65920	-12.94862	-15.19741
5	662.1220	22.00062	6.39e-14	-16.47256	-11.91867	-14.67855
6	705.8859	43.76398*	4.40e-14	-17.05894	-11.66173	-14.93270

* indicates lag order selected by the criterion
 LR: sequential modified LR test statistic (each test at 5% level)
 FPE: Final prediction error
 AIC: Akaike information criterion
 SC: Schwarz information criterion
 HQ: Hannan-Quinn information criterion

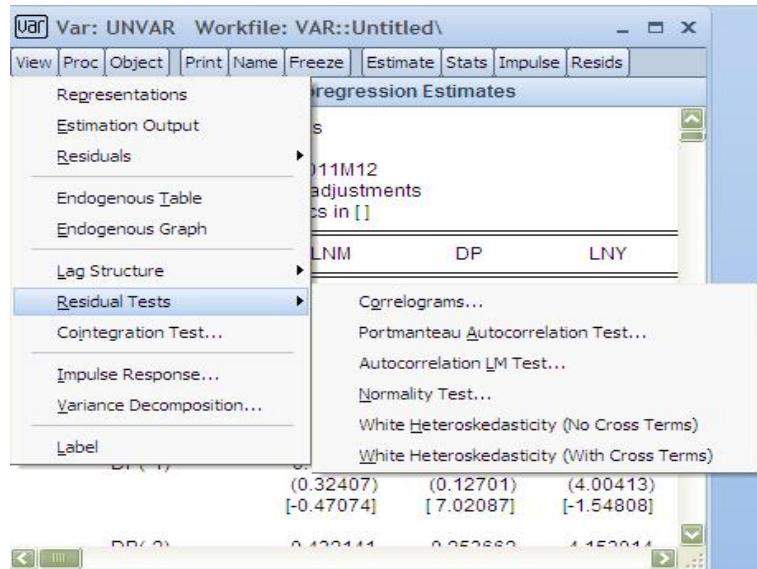
Послідовність модифікованих тестових статистик відношення правдоподібності (LR) подано в третьому стовпці. Починаючи з максимального лага, тестується сукупна гіпотеза про те, що всі коефіцієнти при лагах довжиною l спільно дорівнюють нулю. Обчислюють статистику

$$LR = (T - m) \{ \ln |\Omega_{l-1}| - \ln |\Omega_l| \} \sim \chi^2[p^2], \quad (11.3)$$

де m – кількість параметрів у кожному рівнянні альтернативної гіпотези. При цьому для малих вибірок EViews використовує модифіковану статистику Сімса з множником $(T - m)$, а не T . Отримані значення модифікованих LR статистик порівнюють з 5% критичним значенням, починаючи з найвищого лага, і далі зменшують лаг на одиницю, доки відповідну гіпотезу не буде відхилено. Альтернативний порядок лага, за якого гіпотеза була відхилена, позначається зірочкою (якщо жоден тест не відхиляє гіпотези, то зірочкою буде позначено мінімальний лаг). Рівень значущості, який при цьому використовується, становить 0,05.

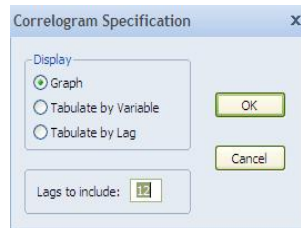
11.4 Діагностичні тести

Дослідимо властивості залишків оціненої VAR системи. Пакет EViews дає змогу провести різні тестування залишків VAR системи за допомогою вибору відповідних опцій при натисканні **View/Residual Tests** у вікні VAR специфікації.



Корелограми

Вибір **Correlograms** показує попарні перехресні корелограми (вибіркові коефіцієнти автокореляції) оцінених векторів залишків VAR системи до заданого у Lags to include порядку лагів. Крос-



корелограми можуть бути відображені в трьох різних форматах. Є дві табличні форми: перша (**Tabulate by Variable**) впорядковує

коефіцієнти кореляції за змінними, а друга (**Tabulate by Lag**) впорядковує їх за порядком лага. Вибір **Graph** відображає графічне зображення попарних перехресних корелограм. Пунктирні лінії на графіках позначають плюс або мінус подвійні асимптотичні стандартні похибки коефіцієнтів кореляції, які обчислюють як $1/\sqrt{T}$.

Сукупне тестування автокореляції

Вибір **Portmanteau Autocorrelation Test** обчислює значення багатовимірних статистик Бокса-Пірса/Льонга-Бокса Q для тестування кореляції залишків до зазначеного порядку. Наводяться зна-

Lags	Q-Stat	Prob.	Adj Q-Stat	Prob.	df
1	6.081894	NA*	6.172669	NA*	NA*
2	18.19492	NA*	18.65276	NA*	NA*
3	39.18005	0.7515	40.60643	0.6970	46

*The test is valid only for lags larger than the VAR lag order.
df is degrees of freedom for (approximate) chi-square distribution
*df and Prob. may not be valid for models with exogenous variables

чення Q-Stat та скореговані значення Adj Q-Stat (з корекцією для малих обсягів вибірок). За нульової гіпотези про відсутність кореляції залишків ряду до лага порядку h , обидві статистики асимптотично розподілені як χ^2 з $k^2(h-k)$ ступенями свободи, де k – довжина лага VAR системи. Таке наближення розподілу буде слабким для застосування у випадку, коли корені AR многочлена близькі до одиниці.

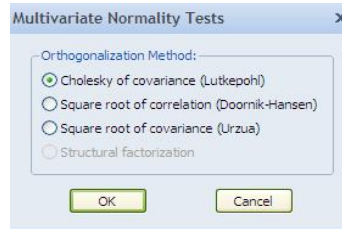
LM тестування автокореляції

Вибір **Autocorrelation LM Test** видає значення багатовимірної LM статистики тестування серійної автокореляції ряду залишків до зазначеного порядку. Тестову статистику для лага порядку h обчислюють за допомогою дослідження допоміжної регресії залишків $\hat{\varepsilon}_t$ стосовно початкових регресорів, які наявні в правих частинах рівнянь, і лагів залишків $\hat{\varepsilon}_{t-h}$, при чому для відсутніх h

перших значень $\hat{\varepsilon}_{t-h}$ приймають значення нуль. За нульової гіпотези про відсутність серійної атокореляції порядку h LM статистика асимптотично розподілена як χ^2 з p^2 ступенями свободи.

Тестування нормальності

Вибір **Normality Test** видає результати багатовимірного розширеного тесту Жарку-Бера для тестування нормальності розподілу залишків. Тест порівнює третій і четвертий моменти залишків з відповідними моментами нормального розподілу. Для застосування багатовимірного тесту треба вибрати метод факторизації (ортогоналізації) залишків. Опишемо методи факторизації, які пропонує



EViews. Нехай \mathbf{P} – матриця факторизації розміру $p \times p$, така що

$$\mathbf{v}_t = \mathbf{P}\mathbf{u}_t \sim N(\mathbf{0}, \mathbf{I}_p), \quad (11.4)$$

де \mathbf{u}_t – не ортогональні залишки. Визначимо третій і четвертий моменти вектора як

$$\mathbf{m}_3 = \frac{1}{T} \sum_t \mathbf{v}_t^3, \quad \mathbf{m}_4 = \frac{1}{T} \sum_t \mathbf{v}_t^4.$$

Тоді

$$\sqrt{T} \begin{bmatrix} \mathbf{m}_3 \\ \mathbf{m}_4 - 3 \end{bmatrix} \rightarrow N\left(\mathbf{0}, \begin{bmatrix} 6\mathbf{I}_p & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & 24\mathbf{I}_p \end{bmatrix}\right) \quad (11.5)$$

за нульової гіпотези про нормальний розподіл. Оскільки всі компоненти не залежать одна від одної, то можемо скласти χ^2 статистику, підсумовуючи квадрати будь-якого з цих третього і четвертого моментів.

EViews дає змогу вибирати матрицю факторизації \mathbf{P} .

- **Cholesky:** \mathbf{P} є оберненою нижньою трикутною матрицею факторизації Холецького коваріаційної матриці залишків. Результуюча статистика тесту залежить від кількості змінних у VAR системі.
- **Inverse Square Root of Residual Correlation Matrix (Doornik-Hansen):** Цю факторизацію запропонували Дорнік і Хансен (1994) $\mathbf{P} = \mathbf{H}\mathbf{\Lambda}^{-1/2}\mathbf{H}'\mathbf{V}$, де $\mathbf{\Lambda}$ – діагональна матриця, що містить власні значення кореляційної матриці залишків по діагоналі, \mathbf{H} – матриця, стовпці якої є відповідними власними векторами, \mathbf{V} – діагональна матриця, по діагоналі якої розміщені обернені величини до квадратних коренів з дисперсій залишків. Тест є інваріантним до порядку та масштабу змінних в VAR моделі. Згідно з результатами Дорніка та Хансена для малих вибірок Eviews проводить деяку корекцію залишків \mathbf{v}_t перед розрахунком статистики.
- **Inverse Square Root of Residual Covariance Matrix (Urzua):** Урзуа (1997) запропонував використовувати таку матрицю факторизації $\mathbf{P} = \mathbf{G}\mathbf{D}^{-1/2}\mathbf{G}'$, де \mathbf{D} – діагональна матриця, що містить власні значення коваріаційної матриці залишків по діагоналі і \mathbf{G} – матриця, стовпці якої є відповідними власними векторами. Цей тест має певну альтернативу, яка є експоненціальним розподілом. Згідно з Урзуа це найбільш вірогідна альтернатива до багатовимірного нормального розподілу зі скінченним четвертим моментом. Відповідно до рекомендацій Урзуа, для малих вибірок Eviews проводить деяку корекцію залишків \mathbf{v}_t перед розрахунком статистики. Ця корекція відрізняється від тієї, яку використовують Дорнік і Хансен.
- **Structural Factorization:** У цьому випадку $\mathbf{P} = \mathbf{B}^{-1}\mathbf{A}$, де \mathbf{A} , \mathbf{B} оцінюють зі структурної VAR моделі. Ця опція доступна тільки у випадку, коли наперед оцінено матриці факторизації \mathbf{A} і \mathbf{B} , використовуючи структурну VAR модель.

EViews подає тестові статистики для тестування кожного з ортогоналізованих векторів, а також статистики сукупних тестів. Для

окремих векторів подано оцінки коефіцієнтів асиметрії \mathbf{m}_3 і ексцесу \mathbf{m}_4 , їхні відповідні $\chi^2[1]$ статистики, а також p -значення.

Наводяться також значення статистик Жарку-Бера

$$T \left\{ \frac{m_3^2}{6} + \frac{(m_4 - 3)^2}{24} \right\} \quad (11.6)$$

з P -значеннями $\chi^2[2]$ розподілу.

Сукупні тестування проводять на підставі

$$\begin{aligned} \lambda_3 &= T \mathbf{m}_3' \mathbf{m}_3 / 6 \sim \chi^2[p], \\ \lambda_4 &= T (\mathbf{m}_4 - 3)' (\mathbf{m}_4 - 3) / 24 \sim \chi^2[p], \\ \lambda &= \lambda_3 + \lambda_4 \sim \chi^2[2p]. \end{aligned} \quad (11.7)$$

Якщо вибирати тест Урсуа, то λ використовуватиме не тільки суму квадратів чистих третього і четвертого моментів, але також суму квадратів всіх перехресних третіх і четвертих моментів. У цьому випадку λ асимптотично розподілена як χ^2 з $p(p+1)(p+2)(p+7)/24$ ступенями свободи.

Тестування гетероскедастичності

Вибір **White Heteroskedasticity** проводить тестування гетероскедастичності залишків VAR моделі, яке виконують за допомогою тесту Уайта, який узагальнили для систем рівнянь Келеян і Дорнік. Тестова регресія є регресією кожного з перехресних добутоків залишків на перехресні добутки регресорів. Тест полягає у тестуванні спільної значущості коефіцієнтів цієї додаткової регресії. Опція '**No Cross Terms**' використовує тільки рівні та квадрати вихідних регресорів, тоді як варіант '**With Cross Terms**' враховує всі неповторювані перехресні добутки вихідних регресорів у тестовому рівнянні. Тестова регресія також завжди включає в себе сталу як регресор.

На підставі проведення тесту обчислюють значення LM статистики для спільної значущості всіх регресорів у системі всіх тестових рівнянь. Ця статистика розподілена як χ^2 з mn ступенями свободи, де $m = p(p+1)/2$ – кількість перехресних добутоків залишків в системі і n – загальна кількість змінних у правій частині тестової регресії.

Eviews також подає значення статистик спільної значущості регресорів, за винятком сталої, для кожної тестової регресії. За нульової гіпотези, що гетероскедастичності немає, регресори не повинні бути спільно значущими, і відповідні ймовірності повинні бути більшими принаймні за 0,05.

Висновки економетричного моделювання

Побудована VAR(2) модель грошового ринку в Україні дає змогу одночасно моделювати величини грошової маси, інфляції, валового внутрішнього продукту та процентних ставок за депозитами і кредитами та враховує динамічні зв'язки між ними. Як виявило дослідження, ця модель надає досить хороший опис інформації, що міститься в даних. Проте тестування помилок специфікації моделі і графічний аналіз виявляють деякі недосконалості, тому свідчать про необхідність продовжити дослідження з метою можливого покращення моделі.

Одним з можливих вдосконалень моделі є введення до неї додаткових змінних. Проте додавання однієї змінної до загального формулювання p -вимірної VAR(k) системи вводить $(2p + 1) \times k$ нових параметрів. Коли вибірка мала, зокрема в макроекономічних моделях, зазвичай, мають 50-100 спостережень, додавання додаткових змінних може стати непомірно високими. Тим не менш, у деяких випадках можна знайти компроміс між кількістю змінних в системі p і довжиною лагів k , який потрібний для отримання залишків, що не корелюють. Також, встановлюючи статистично прийнятні обмеження на VAR модель, такі, як обмеження, що зменшують ранг, нульові обмеження на коефіцієнти та інші лінійні і нелінійні обмеження, ми зможемо розкрити зміст та інтерпретацію економічних структур.

Крім того, оскільки досліджувані показники грошової маси, інфляції та процентних ставок (див. Розділи 3 - 6) містять стохастичний тренд і є I(1) рядами, то необхідним продовженням є також дослідження їхньої коінтеграції, та побудови векторної моделі корегування похибки. VEC модель, яка ґрунтуватиметься на моделюванні різниць змінних, проте міститиме коінтеграційні рівняння рівнів змінних, допоможе одночасно змоделювати довгострокові зв'язки між змінними, описати їхні короткострокові коливання, а також аналізувати вплив збурення одного показника на поведінку іншого.

Список літератури

1. *Манків, Грегори Н.* Макроекономіка / Пер. з англ. – К.: Основи, 2000. – 588с.
2. *Панчишин С.М.* Макроекономіка: навч. посібник./ С.М. Панчишин - К.: Либідь, 2001. - 616 с.
3. *David Romer.* Advanced Macroeconomics – The McGraw Hill Companies, Inc., 1996.
4. *Jeffrey Rohaly.* Solution Manual to Accompany Romer Advanced Macroeconomics – The McGraw Hill Companies, Inc., 1996.
5. *Lars Ljungqvist, Thomas J. Sargent.* Recursive Macroeconomic Theory – The MIT Press Cambridge, 2004.
6. *Лук'яненко І.Г., Городніченко Ю.О.* Сучасні економетричні методи в фінансах. / І.Г. Лук'яненко, Ю.О. Городніченко – К.: Літера, 2003. – 348с.
7. *Оліскевич М.О.* Основи економетрії часових рядів: навч. посібник. / М.О. Оліскевич - Львів: ЛНУ імені І. Франка, 2009. - 327 с.
8. *Katarina Juselius.* The Cointegrated VAR Model: Methodology and Applications. / Oxford University Press Inc., New York, 2006.
9. *Hamilton, James D.* Time series analysis. / Princeton University Press, 1994.

10. *H. Luetkepohl, M. Kraetzig. Applied time series econometrics.* / Cambridge University Press, 2004.
11. *Wojciech W. Charemza, Derek F. Deadman New Directions in Econometric Practice/* Edward Elgar Publishing, Inc., USA, 1997.
12. *Mills, Terence C. The econometric modelling of financial time series.* — Cambridge University Press, 1999.
13. *Холден К., Піл Д.А., Томсон Дж.Л. Економічне прогнозування: Вступ.* / К. Холден, Д.А. Піл, Дж.Л. Томсон — К.: Інформтехніка, 1996.
14. *Грін, Вільям Г. Економетричний аналіз* — Видавництво Соломії Павличко "Основи", К. 2005 — 1197с.
15. *Дугерти К. Введение в эконометрию* — Москва: ИНФРА — М, 2007. — 432с.
16. *Черняк О.І., Ставицький А.В. Динамічна економетрика: навч. посібник/* О.І. Черняк, А.В. Ставицький — К.: КВІЦ. 2000.
17. *Здрок В.В., Лагоцький Т.Я. Економетрія: підручник.* / В.В. Здрок, Т.Я. Лагоцький — К.: Знання, 2010. — 541с.
18. *Лавренюк С.П., Оліскевич М.О. Основи економетрії: тексти лекцій.* / С.П. Лавренюк, М.О. Оліскевич — Львів: Видавничий центр ЛНУ імені Івана Франка, 2003. — 367с.
19. *J. Wooldridge. Introductory Econometrics. A Modern Approach* — MIT Press Cambridge, 1997 — P.818.
20. *Gujarati R. Basic Econometrics, Fourth Edition* — The McGraw-Hill Companies, 2004 — P.1003.
21. *Тихомиров Н.П., Дорохина Е.Ю. Економетрика* / Н.П. Тихомиров, Е.Ю. Дорохина — М.: Экзамен, 2003.

22. EViews 7 User's Guide I – Quantitative Micro Software, LLS, 2009, 686p.
23. EViews 7 User's Guide II – Quantitative Micro Software, LLS, 2009, 822p.
24. *Алексеев А.А., Алексеев Д.А.* Практичні моделі макроекономіки: монографія / А.А. Алексеев, Д.А. Алексеев – К.: Наукова думка, 2006.
25. *Шевчук В.* Вплив монетарної політики на промислове виробництво, інфляцію та реальний обмінний курс в Україні в 1994 – 2000 роках / В. Шевчук – Вісник НБУ, 2001. – №1. – С. 6-11.
26. *Петрик О., Половнъов Ю.* Аналіз факторів та прогнозування інфляції в Україні. / О. Петрик, Ю. Половнъов – Економіка та прогнозування. – 2002. – №4.
27. *Болгарін І., Махадева Л., Штерн Г.* Деякі методологічні аспекти побудови та використання моделі механізму монетарної трансмісії в Україні. / І. Болгарін, Л. Махадева, Г. Штерн – Вісник НБУ. – 2004. – №11. – Стор. 4-6.
28. *Лук'яненко І.Г.* Попит на гроші. Ілюстрація класичного підходу. / І.Г. Лук'яненко – Наукові записки НаУКМА, Економіка, К.: Видавничий дім "Педагогіка", 2000. – Т.18. – С. 38-42.
29. *Лук'яненко І.Г.* Методологічні підходи до моделювання інфляційних процесів. / І.Г. Лук'яненко – Наукові записки НаУКМА. – Т. 94. Економічні науки. – К.: Видавничий дім "КМ Академія", 2009. – С. 58-65.
30. *Leheyda N.* Determinant of Inflation in Ukraine: a Cointegration Approach. / CDSEM, University of Mannheim. – 2004.
31. *Lissovolik B.* Determinants of Inflation in a Transition Economy: The Case of Ukraine. / IMF Working Paper 03/126. – 2003.
32. *Dilan J., Silverstovs B.* Inflation Dynamics in the Transition Economy of Ukraine. / IERPC Working Paper No. 28. – 2005.

Навчальне видання

Кирилич Володимир Михайлович
Оліскевич Маріанна Олександрівна

**ЕКОНОМЕТРИЧНЕ МОДЕЛЮВАННЯ
МАКРОЕКОНОМІЧНИХ ПРОЦЕСІВ:**

**Економічні коливання,
гроші та інфляція.
Векторні авторегресійні моделі.**

Навчально-методичний посібник

Редактор *Н.Й. Плиса*
Технічний редактор *С.З. Сенюк*
Комп'ютерний набір та верстання *М.О. Оліскевич*
Обкладинка *В.О. Роган*

Формат 60×84/16. Умовн. друк. арк. 8,7. Тираж 100 прим.

Видавець і виготовлювач:

Львівський національний університет імені Івана Франка,
вул. Університетська, 1, м. Львів, 79000

Свідоцтво

про внесення суб'єкта видавничої справи до Державного реєстру
видавців, виготоників і роздруковувачів видавничої продукції.

Серія ДК №3059 від 13.12.2007 р.