Заняття 14
Теорія ринків
Мтем-11с
7.12.2021

Приклад.

(L): $u_L(x_L, z_L) = \underbrace{\sqrt{x_L}}_{v_L} + z_L$;

(H): $u_h(x_h, z_h) = 2\underbrace{\sqrt{x_h}}_{v_h} + z_h$;

Ф-ія витрат: $C(x) = c \cdot x$.

!

$$\Pi = m_L \cdot \sqrt{x_L} + m_h(2\sqrt{x_h} - 2\sqrt{x_L} + \sqrt{x_L}) - c(m_L x_L + m_h x_h) \to \max_{x_h, x_L}$$

x_L^P; x_h^P : - знаходяться як значення розв'язку задачі max ф-ії прибутку:

$$\begin{cases} \frac{\partial \Pi}{\partial x_L} = m_L \frac{1}{2\sqrt{x_L}} - m_h \frac{1}{\sqrt{x_L}} + m_h \frac{1}{2\sqrt{x_L}} - c\, m_t = 0. \\ \frac{\partial \Pi}{\partial x_h} = m_h \frac{1}{\sqrt{x_h}} - m_h c = 0. \end{cases}$$

Тоді: оптимальні

$$\begin{cases} (m_L + m_h)\frac{1}{2\sqrt{x_L^P}} - m_h \frac{1}{\sqrt{x_L^P}} = m_L c; \\ \frac{1}{\sqrt{x_h^P}} = c. \end{cases} \Rightarrow$$

$$\begin{cases} \frac{m_L - m_h}{2} \frac{1}{\sqrt{x_L^P}} = m_L c \\ x_h^P = \frac{1}{c^2} \end{cases} \quad \begin{cases} ! \ m_L > m_h \end{cases} \Rightarrow$$

$$x_L^P = \left(\frac{m_L - m_h}{2 m_L c}\right)^2; \qquad x_h^P = \frac{1}{c^2}.$$

Ціни кожного пакета відповідно становлять:

(L): $t_L^P = v_L(x_L^P) = \sqrt{x_L^P} = \frac{m_L - m_h}{2 m_L c}$

(H): $t_h^P = v_h(x_h^P) - v_h(x_L^P) + v_L(x_L^P) = 2\sqrt{x_h^P} - 2\sqrt{x_L^P} + \sqrt{x_L^P} = \frac{2}{c} - 2 \cdot \frac{m_L - m_h}{2 m_L c} + \frac{m_L - m_h}{2 m_L c} =$

$= \frac{2}{c} - \frac{m_L - m_h}{2 m_L c} = \frac{3 m_L + m_h}{2 m_L c}$;

$$t_L^P = \frac{m_L - m_h}{2 m_L c} \qquad t_h^P = \frac{3 m_L + m_h}{2 m_L c};$$

Розглянемо: $\frac{m_L}{m_h} = 2$:

$$x_L^P = \frac{1}{16 c^2}; \qquad x_h^P = \frac{1}{c^2}$$

$$t_L^P = \frac{1}{4c}; \qquad t_h^P = \frac{7}{4c}$$

Обчислимо чисті дотрати (збитки) суспільного добробуту:

$$DL = m_L \left[v_L(x_L^*) - v_L(x_L^P) + c(x_L^P + x_h^P) - c(x_L^* + x_h^*) \right] =$$

$$= m_L \left(v_L(x_L^*) - v_L(x_L^P) \right) + (x_L^P - x_L^*) c.$$

Декільки: $x_L^* = \frac{1}{4c^2}$ $\xi \to \xi$.

$$DL = m_L \cdot \left(\frac{1}{2c} - \frac{m_L - m_h}{2 m_L c} + \left[\left(\frac{m_L - m_h}{2 m_L c} \right)^2 - \frac{1}{4c^2} \right] c \right) = \frac{m_h^2}{4 m_L c}.$$

Дискримінація другого типу: двокомпонентний тариф.

$t(x) = A + px$. $\Big\}$ → Той факт, учасник не робить покупок:

$$t(x) = \begin{cases} A + px; & x > 0 \\ 0; & x = 0. \end{cases}$$

(A, p)

$w - A$

$$v_i'(x_i) = p.$$

ε - i-ий товар.

$D_h(p)$ - пряма ф-ія попиту споживача High (H)

$D_L(p)$ - пряма ф-ія попиту споживача Low (L)

$D(p) = m_h \cdot D_h(p) + m_L D_L(p)$ - сукупний попит.

Якщо $v_i(D_i(p)) - A - p \cdot D_i(p) < v_i(0) = 0$ то споживачеві вигідно вибрати $x_i = 0$, а не $x_i = D_i(p)$ $(i = L \vee h)$.

Звідси умова участі:

$$v_i(D_i(p)) - A - p D_i(p) \geq 0. \qquad i = L, h.$$

$v_h(x_h) - A - p x_h = 0$: (H): x_h є не x_L $\Big\} \Rightarrow \Big\}$.

$$v_h(x_L) - A - p x_L \leq v_h(x_h) - A - p x_h = 0$$

Припустимо: $v_h(x) > v_L(x)$ $\forall x$:

$$v(x_L) - A - p x_L < v_h(x_L) - A - p x_L \leq 0.$$

Висновок:

$v_h(x_h) - A - p x_h \geq 0$: (H)

$v_L(x_L) - A - p x_L = 0$: (L).

Прибуток монополії:

$$\pi(p) = (m_L + m_h)\left[v_L(D_L(p)) - p D_L(p)\right] + p D(p) - c(D(p)).$$

(прибуток монополії дорівнює умовному економ. ефекту.)

$$\pi^{ND}(p) \overset{def}{=} p D(p) - c(D(p)).$$

Обоє:

$$\pi(p) = (m_L + m_h)\left[v_L(D_L(p)) - p D_L(p)\right] + \pi^{ND}(p) \to \max_p.$$

$$\frac{d\pi}{dp}(p) = (m_L + m_h)\left[\left(v_L'(D_L(p)) - p\right) D_L'(p) - D_L(p)\right] + \frac{d\pi^{ND}(p)}{dp}$$

Споживачеві вигідно платити ціну рівну граничній корисності:

$$v_L'(D_L(p)) = p.$$

Диференціюємо:

$$\frac{d\pi(p)}{dp} = -(m_L + m_h) D_L(p) + \frac{d\pi^{ND}(p)}{dp}$$

p^{TP} - оптимальна ціна, але в розв. задачі:

Тобто необхідна умова $\overline{\pi}(p) \to \max_p$ ($p^{TP} \geq 0$)

$$-(m_L + m_h) D_L(p^{TP}) + \frac{d\pi^{ND}(p^{TP})}{dp} \leq 0$$

якщо існує внутрішній розв'язок ($p^{TP} > 0$)

$$-(w_L + w_h) D_L(p^{TP}) + \frac{d\Pi^{ND}(p^{TP})}{dp} = 0$$

Звідси:

$$\frac{d\Pi^{ND}}{dp}(p^{TP}) > 0, \quad \} \Rightarrow \} \quad p^{TP} \neq p^{ND}$$

Припустимо: $p^{TP} < p^{ND}$

$p = p^{ND}$

$$p^{ND} D(p^{ND}) - c(D(p^{ND})) \geq p D(p) - c(D(p)); \quad \forall p \geq 0.$$

З іншого боку:

$$A(p^{ND}) = v_L(D_L(p^{ND})) - p^{ND} \cdot D_L(p^{ND}) \geq v_L(D_L(p)) - p D_L(p) = A(p).$$

Звідки:

$$(w_L + w_h) A(p^{ND}) + p^{ND} D(p^{ND}) - c(D(p^{ND})) \geq$$
$$(w_L + w_h) A(p) + p D(p) - c(D(p))$$

Остання означає що $\Pi(p)$: $p \geq p^{ND}$ не є більшим для $p = p^{NP}$

Отже: $p^{TP} < p^{ND}$

$$\frac{d\Pi^{ND}}{dp}(p^{TP}) = D(p^{TP}) + [p^{TP} - c'(D(p^{TP}))] D'(p^{TP}).$$

$$D(p^{TP}) = w_h D_h(p^{TP}) + w_t D_L(p^{TP}).$$

$\} \Rightarrow \}$

$$w_h [D_h(p^{TP}) - D_L(p^{TP})] + [p^{TP} - c'(D(p^{TP}))] D'(p^{TP}) = 0.$$

При виконанні: $v_L'(x) < v_h'(x) \Rightarrow D_L(p) < D_h(p) \quad \} \Rightarrow \} \quad p^{TP} > c'(D(p^{TP}))$

$y^{TP} = D(p^{TP})$ $\hat{y}$: $D(c'(\hat{y})) = \hat{y}$.

Приклад. Дано функції корисності споживачів (L) і (H):

$$u_L(x_L, z_L) = \sqrt{x_L} + z_L$$
$$u_h(x_h, z_h) = 2\sqrt{x_h} + z_h.$$

$\} \quad v_L(x) = \sqrt{x}$
$v_h(x) = 2\sqrt{x}$.

Крім того, функція затрат має вигляд:

$$c(x) = c \cdot x$$

▽ Із рівності отримуємо функції попиту споживачів (L), (H):

$$v_i'(x_i) = p. \qquad (i = L, h)$$

$$v_L'(x_L) = p \Rightarrow \frac{1}{2\sqrt{x_L}} = p \Rightarrow D_L(p) = \frac{1}{4p^2}$$

$$v_h'(x_h) = p \Rightarrow \frac{1}{\sqrt{x_h}} = p \Rightarrow D_h(p) = \frac{1}{p^2}$$

Звідси функція сукупного попиту:

$$D(p) = w_L D_L(p) + w_h D_h(p) = \frac{w_L}{4p^2} + \frac{w_h}{p^2} = \frac{w_L + 4w_h}{4p^2} \quad \} \Rightarrow \}$$

$D(p) = \frac{w_L + 4w_h}{4p^2}$; похідна: $D'(p) = -\frac{w_L + 4w_h}{4p^3}$,

Підставимо в умову черговий раз:

$$w_h [D_h(p^{TP}) - D_L(p^{TP})] + [p^{TP} - c'(D(p^{TP}))] D'(p^{TP}) = 0.$$

одержимо:

$$\frac{3m_h}{4(p^{TP})^2} - [p^{TP} - c]\ \frac{m_L+4m_h}{2(p^{TP})^2} = 0$$

Звідки:

$$p^{TP} = \frac{2m_L + 8m_h}{2m_L + 5m_h}\, c > c$$

Фіксована оплата:

$$A = V_L(D_L(p^{TP})) - p^{TP} D_L(p^{TP}) = \frac{1}{2p^{TP}} - \frac{1}{4p^{TP}} = \frac{1}{4p^{TP}}.$$

Для порівняння цін, яку пропонує монополіст, що дискримінує із ціною монополіста, який не здійснює дискримінації, розглянемо умови першого порядку для монополіста, який не дискримінує:

$$D(p^{NO}) + [p^{NO} - c'(D(p^{NO}))] \cdot D'(p^{NO}) = 0$$

Звідки:

$$\frac{1}{(p^{NO})^2}\left(\frac{m_L}{4} + m_h\right) - [p^{NO} - c]\frac{2}{(p^{NO})^3}\left(\frac{m_L}{4} + m_h\right) = 0$$

і крім того:

$$p^{NO} = 2c > p^{TP}.$$

Порівняємо результати застосування двокомпонентного тарифа і пакетної дискримінації з точки зору суспільства і монополіста. З цією метою відзначимо спочатку втрати добробуту для двокомпонентного тарифу (у випадку пакетної дискримінації ці втрати були обчислені вище) та прибуток монополіста у цих випадках. Ці втрати добробуту у випадку двокомпонентного тарифу дорівнюють

$$DL = m_L\sqrt{D_L(c)} + m_h 2\sqrt{D_h(c)} - c\,D(c) - [m_L\sqrt{D_L(p^{TP})} + m_h \cdot 2\sqrt{D_h(p^{TP})} - c\,D(p^{TP})] =$$

$$= \frac{m_L+4m_h}{2c} - \frac{m_L+4m_h}{4c} - \frac{m_L+4m_h}{2p^{TP}} + c\,\frac{m_L+4m_h}{4(p^{TP})^2} =$$

$$= \frac{m_L+4m_h}{4c}\left(1 - \frac{2c}{p^{TP}} + \left(\frac{c}{p^{TP}}\right)^2\right) = \frac{m_L+4m_h}{4c}\left(1 - \frac{c}{p^{TP}}\right)^2 =$$

$$= \frac{m_L+4m_h}{4c}\left(1 - \frac{2m_L+5m_h}{2m_L+8m_h}\right)^2 = \frac{9m_h^2}{16(m_L+4m_h)c}$$

З позиції суспільного добробуту однозначного вибору між двома схемами неможливо виконати. У залежності між співвідношеннями між m_L і m_h ці втрати можуть мати місце як в одному так і у іншому випадку.

Далі, прибуток монополіста у випадку пакетної дискримінації дорівнює:

$$\frac{(m_L + m_h)^2}{4m_L c}$$

а прибуток у випадку застосування ним двокомпонентного тарифу:

$$\frac{(2m_L + 5m_h)^2}{16(m_L + 4m_h)\cdot c}$$

Можна показати (довести!!) що незалежно від співвідношення між m_L і m_h монополіст надає перевагу пакетній дискримінації

Δ