Заняття 13
Теорія ринків
Мтем-11с
30.11.2021

$$\Pi = m_L t_L + m_h \cdot t_h - c(m_L x_L + m_h \cdot x_h) \to \max_{x_L, t_L, x_h, t_h \ge 0}$$

за умов обмеження

умови участі

$t_L \le v_L(x_L)$, (1L)

$t_h \le v_h(x_h)$, (1h)

умови самовиявлення:

$v_L(x_L) - t_L \ge v_L(x_h) - t_h$, (2L)

$v_h(x_h) - t_h \ge v_h(x_L) - t_L$. (2h)

Покажемо, що суттєвими для (L) є (1L), а для (H) – (2h).

Від супротивного: $\{ [(x_L^P, t_L^P), (x_h^P, t_h^P)]$ – шуканий оптимальний розв'язок задачі $\}$

! $t_h^P = v_h(x_h^P) \xrightarrow{(2h)} t_L^P \ge v_h(x_L^P)$.

Використовуючи: $\forall x > 0: v_L(x) < v_h(x)$ $\Rightarrow$ $t_L^P > v_L(x_L^P)$ – протирічча із (1L).

Отже:

$$v_h(x_h^P) - t_h^P = v_h(x_L^P) - t_L^P \qquad (2h=)$$

! Припустимо:

$$v_L(x_L^P) - t_L^P = v_L(x_h^P) - t_h^P$$ – додамо із (2h=) $\Rightarrow$

$$v_h(x_h^P) - v_h(x_L^P) = v_L(x_h^P) - v_L(x_L^P) \iff$$

$$\int_{x_L^P}^{x_h^P} v_h'(x)\,dx = \int_{x_L^P}^{x_h^P} v_L'(x)\,dx$$ – протирічче із умовою:

$\forall x: v_L'(x) < v_h'(x)$. !! $x_h^P \ne x_L^P$.

Отже, для розв'язку задачі виконується умова:

$$t_L^P = v_L(x_L^P) \qquad (1L=)$$

Беручи до уваги (1L=), (2h=) задача максимізації прибутку монополіста зводиться до задачі безумовної оптимізації:

$$\Pi = m_L v_L(x_L) + m_h(v_h(x_h) - v_h(x_L) + v_L(x_L)) - c(m_L x_L + m_h x_h) \to \max_{x_L, x_h}$$

У припущенні $x_L^P > 0$; $x_h^P > 0$, необхідно і достатньо (при виконанні припущення щодо функцій корисності споживачів):

$$\frac{\partial \Pi}{\partial x_L}: (m_L + m_h) v_L'(x_L^P) - m_h v_h'(x_L^P) = m_L c'(m_L x_L^P + m_h x_h^P);$$

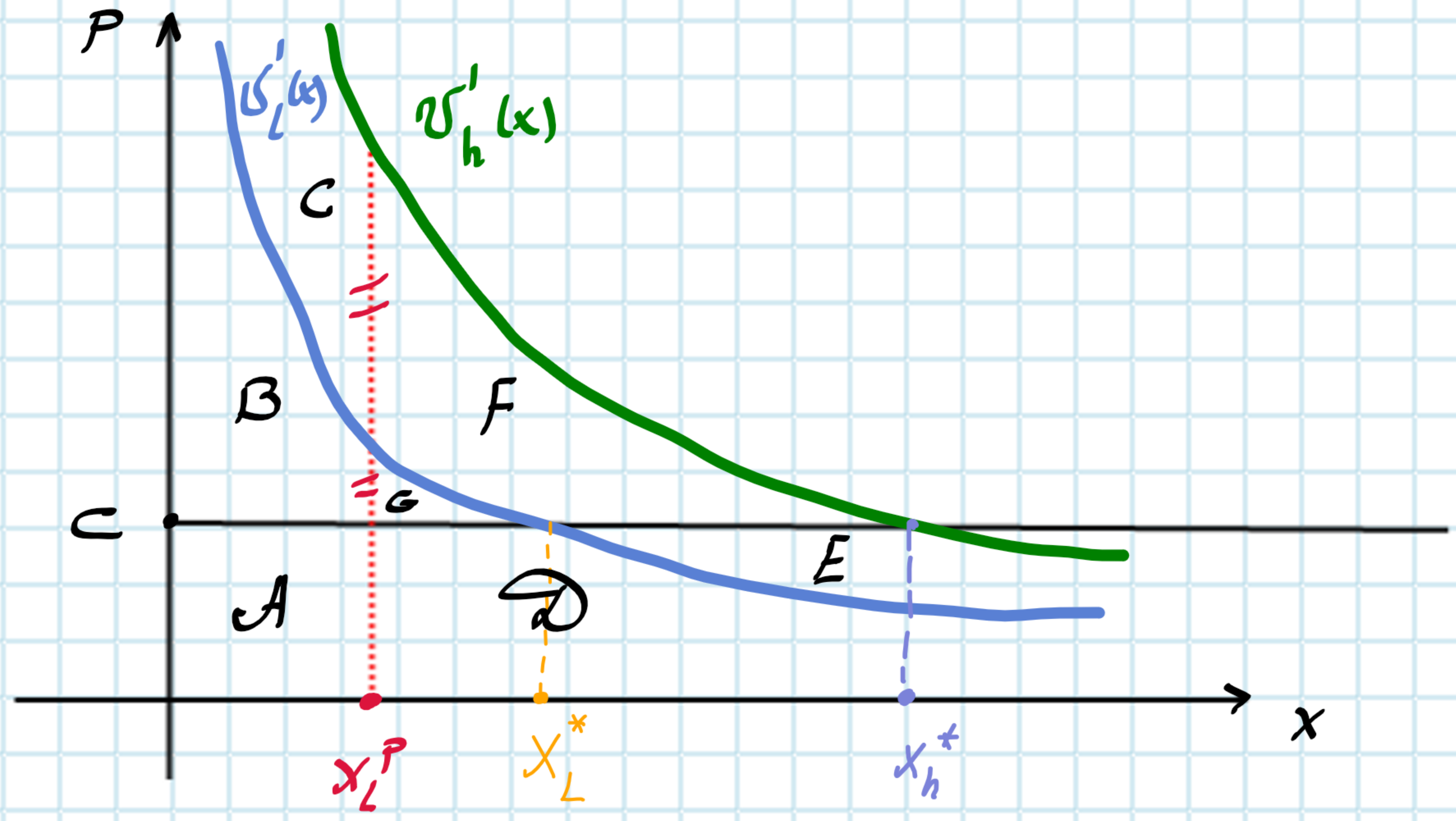
$$\frac{\partial \Pi}{\partial x_h}: v_h'(x_h^P) = c'(m_L x_L^P + m_h x_h^P).$$

H: $\bar{x}_h = x_h^P$.

$$m_L v_L'(x_L^P) = m_L c'(m_L x_L^P + m_h x_h^P) + m_h(v_h'(x_L^P) - v_L'(x_L^P)) \Rightarrow$$

$$v_L(x_L^P) > c'(m_L x_L^P + m_h x_h^P).$$

Інтерпретація оптимальної системи угод:



$$\frac{v_h'(x_L^P) - v_L'(x_L^P)}{v_L'(x_L^P) - c'(m_L x_L^P + m_h x_h^P)} = \frac{v_h'(x_L^P) - v_L'(x_L^P)}{v_L'(x_L^P) - c} = \frac{m_L}{m_h}.$$

(H) — плата рівна площі фігур: $A+B+D+E+G+F$

(L) — плата за пакет рівна площі: $A+B$.

Порівняємо оптимальну пакетну дискримінацію із ідеальною (в припущенні сталих граничних витрат).

При ідеальній дискримінації монополіст пропонує: $\{(x_L^*, t_L^*), (x_h^*, t_h^*)\}$:

$$v_L'(x_L^*) = c; \quad v_h'(x_h^*) = c;$$
$$t_L^* = v_L(x_L^*); \quad t_h^* = v_h(x_h^*).$$

1. Оскільки: $v_h'(x_h^P) = c'(m_L x_L^P + m_h x_h^P) = c \Rightarrow x_h^P = x_h^*$, але плата для (H) за пакет менша: $t_h^* = v_i(x_h^*)$ $(i = L, h)$, і рівна площі: $A+B+D+E+F+G$, але ще не більше:

$$t_h^P = t_h^* + t_L^P - v_h(x_L^P) = t_h^* - [v_h(x_L^P) - v_L(x_L^P)]. \quad (\text{див. } (2h=))$$

що рівно площі: $A+B+D+E+F+G$.

$v_h(x_L^P) - v_L(x_L^P)$ — площа C. $\left(|C| = \int_0^{x_L^P} (v_h'(x) - v_L'(x))\, dx \quad \{ v_h(0) = v_L(0) = \right.$

2. При ідеальній дискримінації, якщо $v_L'(0) > c$ $(\Rightarrow v_h'(0) > c)$. $\Rightarrow$ $x_L^* > 0$; $x_h^* > 0$.

При оптимальній пакетній дискримінації гарантовано лише: $x_h^P > 0$.

3. При наявності щонайменше одного учасника (H) об'єм споживання блага споживачами (L) менше, у порівнянні із ідеальною дискримінацією.

Приклад.

$$(L): \quad u_L(x_L, z_L) = \overbrace{\sqrt{x_L}}^{v_L} + z_L;$$
$$(H): \quad u_h(x_h, z_h) = \underbrace{2\sqrt{x_h}}_{v_h} + z_h;$$

Ф-ія витрат:

$$c(x) = c \cdot x.$$

Тоді оптимальні x_L^P; x_h^P:

$$\begin{cases} (m_L + m_h)\dfrac{1}{2\sqrt{x_L^P}} - m_h \dfrac{1}{\sqrt{x_L^P}} = m_L c; \\ \dfrac{1}{\sqrt{x_h^P}} = c. \end{cases}$$