Заняття 13
Теорія ринків
Мтем-11с
30.11.2021

$$\Pi = m_L t_L + m_H \cdot t_H - c(m_L x_L + m_H \cdot x_H) \to \max_{x_L, t_L, x_H, t_H \geq 0}$$

за умов обмеження

умови участі

$$t_L \leq v_L(x_L), \quad (1_L)$$

$$t_H \leq v_H(x_H), \quad (1_H)$$

умови самовиявлення:

$$v_L(x_L) - t_L \geq v_L(x_H) - t_H, \quad (2_L)$$

$$v_H(x_H) - t_H \geq v_H(x_L) - t_L. \quad (2_H)$$

Твердження, що суттєвими для (L) є (1_L), а для (H) – (2_H).

Від супротивного: $\{(x_L^P, t_L^P), (x_H^P, t_H^P)\}$ – шуканий оптимальний розв'язок задачі

! $t_H^P = v_H(x_H^P)$. $\overset{(2_H)}{\Rightarrow}$ $t_L^P \geq v_H(x_L^P)$.

Використовуючи: $\forall x > 0: v_L(x) < v_H(x)$ $\Rightarrow$ $t_L^P > v_L(x_L^P)$ – протиріччя із (1_L).

Отже:

$$v_H(x_H^P) - t_H^P = v_H(x_L^P) - t_L^P \quad (2_H =).$$

! Припустимо:

$$v_L(x_L^P) - t_L^P \geq v_L(x_H^P) - t_H^P$$ – додамо із $(2_H =)$ $\Rightarrow$!.

$$v_H(x_H^P) - v_H(x_L^P) = v_L(x_H^P) - v_L(x_L^P) \quad \{\Leftrightarrow\}.$$

$$\int_{x_L^P}^{x_H^P} v_H'(x)\,dx = \int_{x_L^P}^{x_H^P} v_L'(x)\,dx$$ – протиріччя із умовою:

$\forall x: \quad v_L'(x) < v_H'(x)$. !! $x_H^P \neq x_L^P$.

Отже, для розв'язку задачі виконуються умови:

$$t_L^P = v_L(x_L^P) \quad (1_L =).$$

Беручи до уваги $(1_L =)$, $(2_H =)$ задача максимізації прибутку монополіста зводиться до задачі безумовної оптимізації:

$$\Pi = m_L v_L(x_L) + m_H (v_H(x_H) - v_H(x_L) + v_L(x_L)) - c(m_L x_L + m_H x_H) \to \max_{x_L, x_H}$$

У припущенні $x_L^P > 0$; $x_H^P > 0$, необхідно і достатньо (при виконанні припущення щодо функцій корисності споживачів):

$$\frac{\partial \Pi}{\partial x_L}: (m_L + m_H) v_L'(x_L^P) - m_H v_H'(x_L^P) = m_L c'(m_L x_L^P + m_H x_H^P);$$

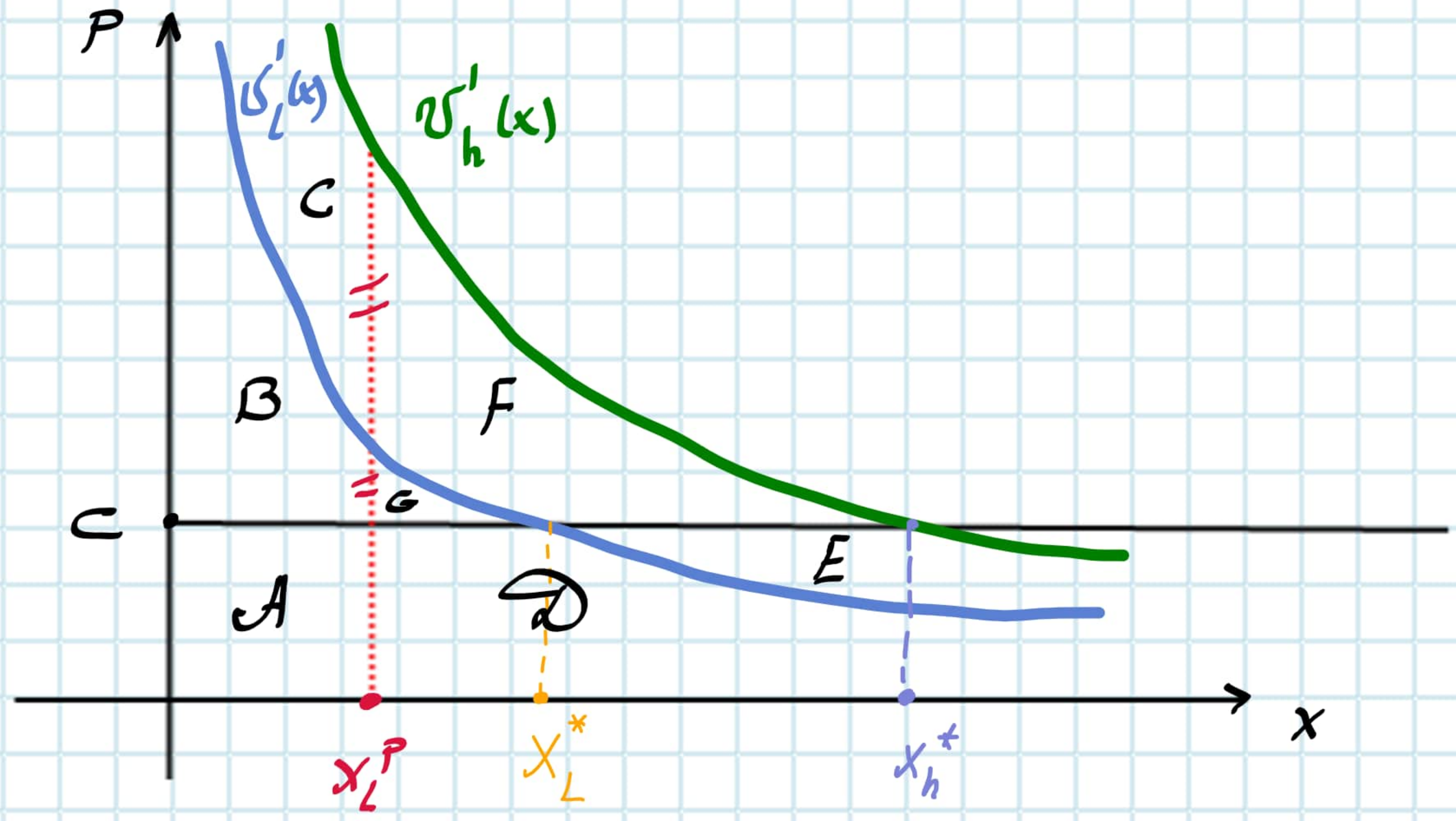
$$\frac{\partial \Pi}{\partial x_H}: v_H'(x_H^P) = c'(m_L x_L^P + m_H x_H^P).$$

H: $\bar{x}_H = x_H^P$.

$$m_L v_L'(x_L^P) = m_L c'(m_L x_L^P + m_H x_H^P) + m_H (v_H'(x_L^P) - v_L'(x_L^P)) \quad \{\Rightarrow\}!$$

$$v_L(x_L^P) > c'(m_L x_L^P + m_H x_H^P).$$

Інтерпретація оптимальної системи угод:



$$\frac{v_h'(x_L^P) - v_L'(x_L^P)}{v_L'(x_L^P) - c'(m_L x_L^P + m_h x_h^P)} = \frac{v_h'(x_L^P) - v_L'(x_L^P)}{v_L'(x_L^P) - c} = \frac{m_L}{m_h}.$$

(H) — плата рівна площі фігур: $A+B+D+E+G+F$

(L) — плата за пакет рівна площі: $A+B$.

Порівняємо оптимальну пакетну дискримінацію із ідеальною (в припущенні сталих граничних витрат).

При ідеальній дискримінації монополіст пропонує: $\{(x_L^*, t_L^*), (x_h^*, t_h^*)\}$:

$$v_L'(x_L^*) = c \; ; \quad v_h'(x_h^*) = c \; ;$$
$$t_L^* = v_L(x_L^*) \; ; \quad t_h^* = v_h(x_h^*).$$

1. Оскільки: $v_h'(x_h^P) = c'(m_L x_L^P + m_h x_h^P) = c \Rightarrow x_h^P = x_h^*$, але плата для (H) за пакет є меншою: $t_h^* = v_i(x_h^*)$ $(i = L, h)$, і рівна площі: $A+B+D+E+F+G$, але ця є більшою:

$$t_h^P = t_h^* + t_L^P - v_h(x_L^P) = t_h^* - [v_h(x_L^P) - v_L(x_L^P)] \quad (\text{Див. } (2h=))$$

що рівно площі: $A+B+D+E+F+G$.

$v_h(x_L^P) - v_L(x_L^P)$ ~ площа C. $\left(|C| = \int_0^{x_L^P} (v_h'(x) - v_L'(x))\, dx \;\; \{ v_h(0) = v_L(0) = 0 \} \right)$

2. При ідеальній дискримінації, якщо $v_L'(0) > c$ $(\Rightarrow v_h'(0) > c) \Rightarrow$ $x_L^* > 0$; $x_h^* > 0$.

При оптимальній пакетній дискримінації гарантовано тільки: $x_h^P > 0$.

3. При наявності щонайменше одного учасника (H) обсяг споживання блага споживачами (L) менший, у порівнянні із ідеальною дискримінацією.

Приклад.

(L): $u_L(x_L, z_L) = \underbrace{\sqrt{x_L}}_{v_L} + z_L$;

(H): $u_h(x_h, z_h) = \underbrace{2\sqrt{x_h}}_{v_h} + z_h$;

Ф-ія витрат:

$$c(x) = c \cdot x.$$

Тоді оптимальні x_L^P; x_h^P:

$$\begin{cases} (m_L + m_h)\dfrac{1}{2\sqrt{x_L^P}} - m_h \dfrac{1}{\sqrt{x_L^P}} = m_L c \; ; \\ \dfrac{1}{\sqrt{x_h^P}} = c. \end{cases}$$