Заняття 11
Теорія ринків
Мтем-11с
16.11.2021

Продовження Exercise Sheet 3.

(3.2) Відповідь від м/монополіста в разі випуску монополістом $(\frac{1}{2}, 0)$.

Нехай $x_1 = \frac{1}{2}$; $x_2$ – ? Тоді задача мах. прибутку:

$$\Pi_2(x_2) = x_2 \cdot p_2 = x_2(1 - x_1 - x_2)\Big|_{x_1=\frac{1}{2}} = x_2\left(1 - \tfrac{1}{2} - x_2\right) = x_2\left(\tfrac{1}{2} - x_2\right) \to \max_{x_2} \Rightarrow$$

$$\Pi_2'(x_2) = \tfrac{1}{2} - 2x_2 = 0 \Rightarrow x_2^* = \tfrac{1}{4}.$$

Покажемо, у випадку $x_2^* = \frac{1}{4}$:

$$\Pi_2(x_2) = \tfrac{1}{4}\left(\tfrac{1}{2} - \tfrac{1}{4}\right) = \tfrac{1}{16} > 0 = \Pi_2(x_2)\Big|_{x_2=0} = x_2 \cdot p_2 = 0.$$

(3.3) Етап 1. ($t=1$): випуск монополісту обмежений $x_1$.

Етап 2. ($t=2$): випуск монополісту обмежений $x_2$.

Задачу розв'язуємо у зворотному порядку:

Етап 2. Задача максим. м/м прибутку:

$$\Pi_2(x_1, x_2) = x_2(1 - x_1 - x_2) \to \max_{x_2}, \quad x_2 \geq 0. \qquad (8)$$

Умови Куна-Такера:

$$\frac{\partial \Pi_2}{\partial x_2} = 1 - x_1 - 2x_2 \leq 0; \quad x_2 \geq 0; \quad x_2(1 - x_1 - 2x_2) = 0 \qquad (9).$$

Розглянемо випадки:

а) $x_2 = 0$: $(9_1) \to 1 - x_1 \leq 0$: суперечить м/мщ умовою: $x_1 \leq 1$.

б) $x_2 > 0$: $(9_3) \to x_2 = \frac{1-x_1}{2}$.

$$x_2^*(x_1) = \begin{cases} \frac{1-x_1}{2}; & 0 \leq x_1 \leq 1. \\ 0; & \text{в інших випадках.} \end{cases}$$

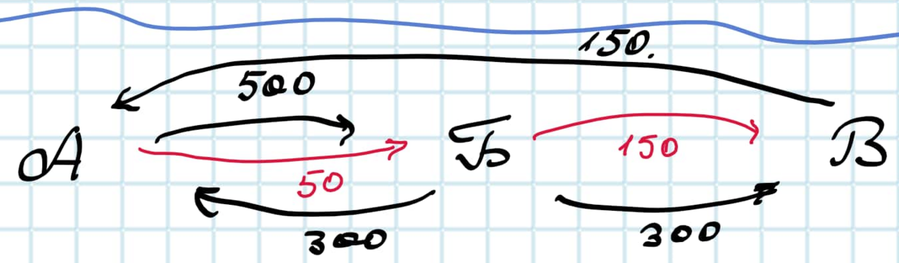
Надалі припускаємо: виконується $x_1 > 1$.

Ціни кліринго вого ринку можна записати як ф-ії $x_1$:

$$p_2 = p(\xi_2) = 1 - x_1 - x_2^*(x_1) = \frac{1-x_1}{2};$$

$$p_1 = 1 - x_1 + \delta p_2 = 1 - x_1 + \delta\frac{1-x}{2} = \left(1 + \frac{\delta}{2}\right)(1 - x_1).$$

Кліринг.




1250 – право.
900 – кліринг.

Етап 1. $\Pi(x_1, x_2^*(x_1)) = x_1 p_1 + \delta x_2^*(x_1) \cdot p_2 = x_1\left(1 + \frac{\delta}{2}\right)(1 - x_1) + \delta\frac{1}{2}(1 - x_1)\frac{1}{2}(1 - x_1) =$

$$= (1 - x_1)x_1 + \frac{\delta}{4}(1 - x_1^2) \to \max_{x_1}.$$

$$x_1 \geq 0.$$

Умови Куна-Такера:

$$\frac{\partial \Pi}{\partial x_1} = 1 - 2x_1 - 2\frac{\delta}{4}x_1 \leq 0; \quad x_1 \geq 0; \quad x_1\left(1 - 2x_1 - \frac{\delta}{2}x_1\right) = 0. \qquad (10)$$

а) $x_1 = 0$: $1 - 2x_1 - 2\frac{\delta}{4}x_1 \leq 0 \Leftrightarrow 1 \leq 0$. суперечність.

б) $x_1 > 0$: $(10_3) \Rightarrow 1 - x_1\left(4 + \frac{\delta}{2}\right) = 1 \Rightarrow$ $\boxed{x_1 = \frac{2}{4+\delta}}$

Отже:

$$x_2 = x_2^*(x_1) = \left.\frac{1-x_1}{2}\right|_{x_1=\frac{2}{4+\delta}} = \frac{1}{2}\left(1-\frac{2}{4+\delta}\right) = \boxed{\frac{\delta+2}{2(4+\delta)}}$$

$$p_t = \begin{cases} 1-\frac{2}{4+\delta} + \delta\left(1-\frac{2}{4+\delta}-\frac{\delta+2}{2(4+\delta)}\right); & t=1 \\ 1-\frac{2}{4+\delta}-\frac{\delta+2}{2(4+\delta)}; & t=2. \end{cases}$$

$$1-\frac{2}{4+\delta}-\frac{\delta+2}{2(4+\delta)} = \frac{8+2\delta-4-\delta-2}{2(4+\delta)} = \frac{2+\delta}{2(4+\delta)}$$

$$1-\frac{2}{4+\delta}+\delta\left(1-\frac{2}{4+\delta}-\frac{\delta+2}{2(4+\delta)}\right) = 1-\frac{2}{4+\delta}+\delta\,\frac{2+\delta}{2(4+\delta)} = \frac{2(4+\delta)-4+\delta(2+\delta)}{2(4+\delta)} =$$

$$= \frac{\cancel{4}+2(2+\delta)-\cancel{4}+\delta(2+\delta)}{2(4+\delta)} = \frac{(2+\delta)^2}{2(4+\delta)};$$

$$\boxed{p_t = \begin{cases} \frac{2+\delta}{2(4+\delta)}; & t=1; \\ \frac{(2+\delta)^2}{2(4+\delta)}; & t=2. \end{cases}}$$

$$\Pi = (1-x_1)x_1 + \frac{\delta}{4}(1-x_1^2)\Big|_{x_1=\frac{2}{4+\delta}} = \left(1-\frac{2}{4+\delta}\right)\frac{2}{4+\delta} + \frac{\delta}{4}\left(1-\frac{4}{(4+\delta)^2}\right) =$$

$$= \frac{2(2+\delta)}{(4+\delta)^2} + \frac{\delta}{4}\,\frac{(4+\delta)^2-4}{(4+\delta)^2} = \frac{1}{(4+\delta)^2\cdot 4}\left(8(2+\delta)+\delta\left((4+\delta)^2-4\right)\right) =$$

$$= \frac{1}{4(4+\delta)^2}\cdot\Big(\underbrace{16+8\delta+\delta(4+\delta)^2-4\delta}\Big) = \frac{(4+\delta)(2+\delta)^2}{4(4+\delta)^2} = \frac{(2+\delta)^2}{4(4+\delta)}.$$

$16+4\delta+\delta(4+\delta)^2$
$4(4+\delta)+\delta(4+\delta)^2$
$(4+\delta)\left(4+\delta(4+\delta)\right)$
$4+4\delta+\delta^2$
$(2+\delta)^2$

$$\boxed{\Pi = \frac{(2+\delta)^2}{4(4+\delta)}}$$

(3.4) Ціни за оренду у періодах:

$$p_t = \begin{cases} P(\xi_1) = 1-\xi_1; & t=1. \\ P(\xi_2) = 1-\xi_2; & t=2. \end{cases}$$

$\xi_t$ $(t=1,2)$ – попит споживачів. Прибуток монополіста:

$$\Pi = \xi_1(1-\xi_1) + \delta\xi_2(1-\xi_2) \to \max_{(\xi_1,\xi_2)}$$

$$\xi_1 \geq 0;\ \xi_2 \geq 0.$$

Умови Кун-Такера:

$$T = \xi_1(x-\xi_1) + \beta\xi_2(x-\xi_2)$$

$$\frac{\partial T}{\partial \xi_1} = 1-2\xi_1 \le 0 \;;\; \xi_1 \ge 0 \;;\; \xi_1(1-2\xi_1)=0 \;/$$

$$\frac{\partial T}{\partial \xi_2} = 2(1-2\xi_1) \le 0 \;;\; \xi_2 \ge 0 \;;\; \xi_2(1-2\xi_2)=0 /$$

ج) $\xi_1=\xi_2=0$، أي $\xi_1=0$، $\xi_2>0$، أي $\xi_2=0$، $\xi_1>0$، أو $\xi_1>0$، $\xi_2>0$.

ص٢١