Заняття 9
Теорія ринків
Мтем-11с
2.11.2021

Exercise 2 (3).

Двохскладовий тариф (s, F).

s – одинична ціна роздрібному торгівцю

F – фіксована оплата.

$$\pi^F(s) = s \cdot X(p^R(s)) - c \cdot X(p^R(s)) + F =$$
$$= (s-c)\,X(\underbrace{p^R(s)}_{(5)}) + \underbrace{\tfrac{1}{4}(1-s)^2}_{(6)} = (s-c)\left(1-\frac{1+s}{2}\right) + \frac{1}{4}(1-s)^2 =$$
$$= \frac{1}{4}(1+s-2c)(1-s).$$

$$\boxed{\pi^F(s) = \frac{1}{4}(1+s-2c)(1-s)}$$

$$\pi^F(s) \to \max_s$$

FOC: $\pi^F_s(s) = \frac{1}{4}\left(1-s-(1+s-2c)\right) = 0 \iff \boxed{s^* = c}$

SOC: $\pi^F_{ss}(s^*) = -\frac{1}{2} < 0$ $\Big\} \Rightarrow \Big\}$ $s^* = \arg\max \pi^F(s)$

Після встановлення виробником одиничної ціни продукту товару роздрібному торгівцю останній встановлює ціну на ринку:

$$\boxed{p^R(s^*) \overset{(5)}{=} \frac{1+s^*}{2} = \frac{1+c}{2}.}$$

! ціна єдиного монополіста (див. заняття 7).

$$p^R(s^*) = p^{IM}.$$

Роздрібний торгівець отримує нульовий прибуток:

$$\pi^R(p^R(s^*), s^*) = (p^R(s^*) - s^*)\,X(p^R(s^*)) - F = \left(\frac{1+c}{2}-c\right)\left(1-\frac{1+c}{2}\right) - \frac{1}{4}(1-c)^2 =$$
$$= 0.$$

Прибуток виробника:

$$\pi^F(s^*) = \frac{1}{4}(1+s^*-2c)(1-s^*) = \frac{1}{4}(1-c)^2.$$ = прибуток єдиного монополіста.

Exercise Sheet 3.

Вхідні дані моделі:

- $MC = 0$ (граничні витрати)
- Блога використовуються протягом двох періодів
- Граничне готовність споживача оплачувати за користування блогами протягом кожного періоду визначається:

$$P(z_t) = \begin{cases} 1 - z_1 = 1 - x_1; & t=1. \\ 1 - z_2 = 1 - x_1 - x_2; & t=2. \end{cases}$$

(z_1, z_2) – потоки споживання (запаси благ) у двох періодах

(x_1, x_2) – пропозиція (постачання ринку) у двох періодах.

- Коефіцієнт дисконтування $\delta \in (0, 1]$.

3(1). Гранична готовність платити за право власності протягом двох періодів:

$$\boxed{p_t = \begin{cases} P(z_1) + \delta P(z_2) = 1 - x_1 + \delta(1 - x_1 - x_2); & t = 1 \\ P(z_2) = 1 - x_1 - x_2; & t = 2. \end{cases}} \quad (1)$$

Задача максимізації прибутку монополіста формулюється:

$$\boxed{\begin{gathered}\Pi = \Pi_1 + \delta\Pi_2 \longrightarrow \max_{x_1,x_2} \\ x_1 \geq 0;\ x_2 \geq 0.\end{gathered}}$$

за обмежень:

Π_1, Π_2 мають вигляд:

$$\Pi_1 = x_1 p_1 \overset{-c = const.}{=} x_1\left[1 - x_1 + \delta(1 - x_1 - x_2)\right]$$

$$\Pi_2 = x_2 p \overset{-c = const}{=} x_2(1 - x_1 - x_2).$$

Тому ф-ія прибутку монополіста набуде вигляд:

$$\boxed{\Pi(x_1, x_2) = \delta(1 - x_1 - x_2)(x_1 + x_2) + x_1(1 - x_1).}$$

$$\Pi(x_1, x_2) \longrightarrow \max_{x_1, x_2}.$$

Умови Kuhn-Tucker'а:

$$\frac{\partial \Pi}{\partial x_1} = \delta\left[1 - x_1 - x_2 - x_1 - x_2\right] + 1 - 2x_1 = \delta(1 - 2x_1 - 2x_2) + (1 - 2x_1) =$$

$$= (1+\delta)(1 - 2x_1) - 2\delta x_2 \leq 0; \qquad (2)$$

$$x_1 \geq 0; \qquad (3)$$

$$x_1\left[(1+\delta)(1 - 2x_1) - 2\delta x_2\right] = 0; \qquad (4)$$

$$\frac{\partial \Pi}{\partial x_2} = \delta(1 - 2x_1 - 2x_2) \leq 0; \qquad (5)$$

$$x_2 \geq 0; \qquad (6)$$

$$x_2 \cdot \delta(1 - 2x_1 - 2x_2) = 0. \qquad (7)$$

Розглянемо випадки:

i) $x_1 > 0; x_2 > 0$; ii) $x_1 = 0;\ x_2 = 0$; iii) $x_1 = 0;\ x_2 > 0$; iv) $x_1 > 0;\ x_2 = 0$.

i) $x_1 > 0; x_2 > 0$ $\xrightarrow{(4)(7)}$

$$\begin{cases}(1+\delta)(1 - 2x_1) - 2\delta x_2 = 0 \\ \delta(1 - 2x_1 - 2x_2) = 0\end{cases}$$

! $\delta \in (0, 1]$:

$$\begin{cases}(1 - 2x_1) + \delta(1 - 2x - 2x_2) = 0 \\ 1 - 2x_1 - 2x_2 = 0\end{cases} \Rightarrow \begin{cases}x_1 = \frac{1}{2}; & x_2 = 0\end{cases}$$ – суперечність: $x_2 > 0$.

ii) $x_1 = 0;\ x_2 = 0$; $\xrightarrow{(2)(5)}$ $1 + \delta \leq 0$; $\delta \leq 0$ – суперечність: $\delta \in (0, 1]$.

iii) $x_1 = 0;\ x_2 > 0$; $(7) \longrightarrow x_2 = \frac{1}{2}$; $(2) \longrightarrow 1 \leq 0$ суперечність.

iv) $x_1 > 0;\ x_2 = 0$. $(4) \rightarrow x_1 = \frac{1}{2}$; $x_2 = 0$ - виконуються решта умов К-Т (2)-(5).

Отже, оптимальний план випуску:

$$\boxed{(x_1, x_2) = \left(\tfrac{1}{2}, 0\right).}$$

Ринкова ціна у двох періодах:

$$\boxed{p_t = \begin{cases}\frac{1}{2}(1+\delta); & t = 1. \\ \frac{1}{2}; & t = 2.\end{cases}}$$

Теперішня вартість прибутку монополіста:

$$\boxed{\pi = x_1 \cdot p_1 + \delta x_2 p_2 = \frac{1}{4}(1+\delta).}$$