Заняття 6
12.10.2021

Аналіз добробуту в умовах монополії:

Припустимо:

квазілінійне ф-ія корисності споживачів:

$$u_i(x_i, z_i) \overset{def}{=} v_i(x_i) + z_i$$

x_i - об'єм споживання i-го блага;

z_i - сума грошей на інші блага.

$v_i(x_i)$ - строго увігнута: $v_i \in C^1$; $v_i'(\cdot) > 0$.

$X(p)$ - агрегований попит

$u(x,z) = v(x) + z$

$v \in C^1$; $v'(\cdot) > 0$;

$$W(x) = v(x) - c(x)$$

Теорема. $p(x)$ - обернене ф-ія попиту - спадна;

x^M - валовий випуск монополіста;

$\hat{x}$ - Парето-оптимальний об'єм виробн.

$$\left.\begin{array}{l} p(x) \text{ - обернене ф-ія попиту} \\ x^M \text{ - валовий випуск монополіста} \\ \hat{x} \text{ - Парето-оптимальний об'єм виробн.} \end{array}\right\} \Rightarrow \left\{\begin{array}{l} 1)\ x^M \le \hat{x} \\ 2)\ X, c \in C^1 \\ \quad p(x^M) < 0 \end{array}\right\} \Rightarrow$$

$y^M < \hat{y}$.

▼

$u(x,z) = v(x) + z$ - ф-ія корисності споживання.

$p(x)$ - обернене ф-ія попиту $\Rightarrow$

$$v(x^M) - p(x^M) \cdot x^M \ge v(\hat{x}) - p(x^M)\hat{x}$$

З другого боку: за оз. Бореля-ий. оптимуму:

$$W(\hat{x}) = v(\hat{x}) - c(\hat{x}) \ge v(x^M) - c(x^M) = W(x^M)$$

Додамо останні дві нерівн.:

$$p(x^M)\hat{x} - c(\hat{x}) \ge p(x^M)x^M - c(x^M)$$

x^M - т. макс. прибутку монополії;

$$p(x^M)\cdot x^M - c(x^M) \ge p(\hat{x})\hat{x} - c(\hat{x})$$

$$p(x^M)\hat{x} - c(\hat{x}) \ge p(\hat{x})\hat{x} - c(\hat{x}) \Rightarrow$$

$$p(x^M)\cdot\hat{x} \ge p(\hat{x})\cdot\hat{x} \quad \left\{\begin{array}{l} \hat{x} > 0, \\ p'(\cdot) < 0 \end{array}\right\} \Rightarrow x^M \le \hat{x}$$ [1) довед.]

За припущенням: $\hat{x} > 0$, $p'(\cdot) < 0$

Доведемо 2) - від супротивного: $x^M = \hat{x}$

Для монополії x^M: $\Pi(x) = x \cdot p(x) - c(x) \to \max \Rightarrow$

умова 1. порядку: $\Pi'(x) = 0 \Rightarrow p(x^M) + \underbrace{p'(x^M)\cdot x^M}_{<0} - c'(x^M) = 0. \Rightarrow$

$p(x^M) - c'(x^M) > 0.$

$p(x) = v'(x) \quad \forall x > 0$ (із квазілін. ф-ії корисності)

Тому: $x^M = \hat{x} > 0$

$$v'(x^M) - c'(x^M) > 0.$$

! $v'(x^M) - c'(x^M) = W'(x^M) \Rightarrow x^M$ - т. мах добробуту: $\hat{x} \Rightarrow$

$x^M = \hat{x}$ - хибне: $x^M < \hat{x}$

Наслідок із теореми:

$$W'(x^m) > 0 \;;\; W'(\hat{x}) = 0 \;;\; x^m < \hat{x} \;;\; W(x^m) < W(\hat{x})$$

Який збиток отримує ($\Delta L > 0$):

$$\Delta L = W(\hat{x}) - W(x^m) = v(\hat{x}) - c(\hat{x}) - [v(x^m) - c(x^m)] =$$

$$= [(v(\hat{x}) - p\hat{x}) - (v(x^m) - px^m)] + [(p\hat{x} - c(\hat{x})) - (px^m - c(x^m))] =$$

$$= \Delta CS - \Delta PS$$

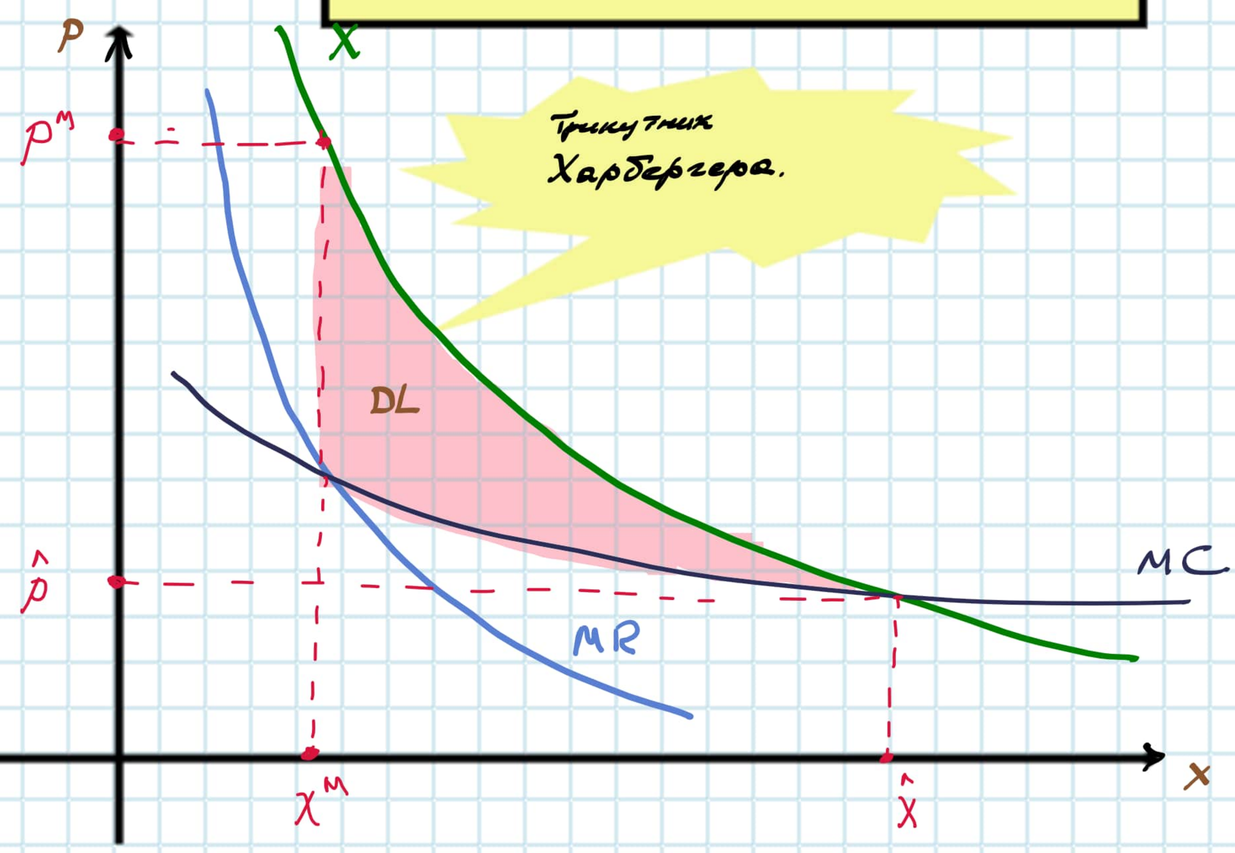
ΔCS – зміна надлишку споживача;

ΔPS – зміна (приріст) надлишку виробника.

$$CS(x) = \int_0^x [v'(t) - p(x)]\,dt = \int_0^x [p(t) - p(x)]\,dt \quad \Big\{ \Rightarrow \Big\}$$

$$PS(x) = \int_0^x [p(x) - c'(t)]\,dt$$

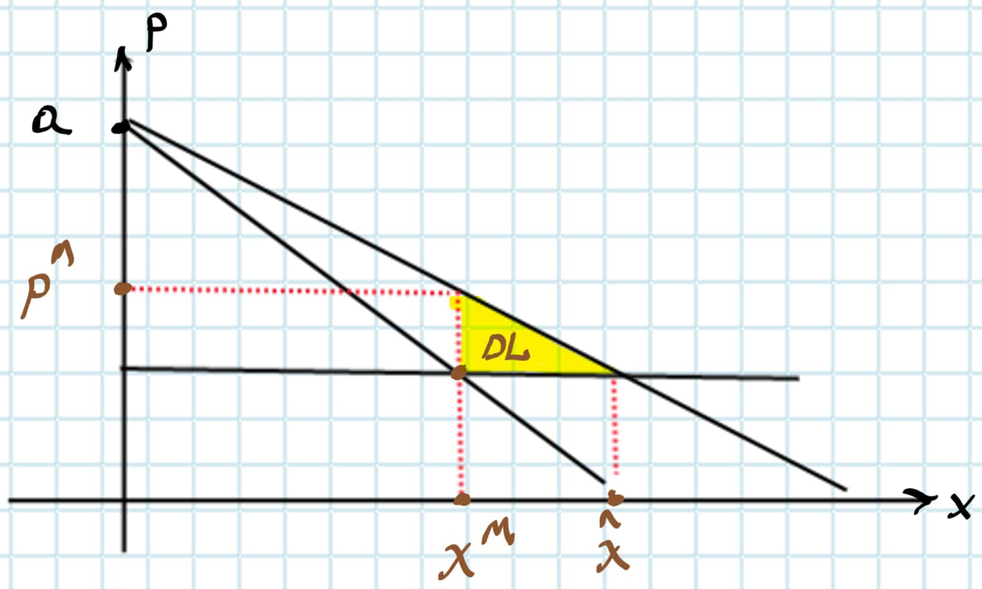
$$\boxed{\Delta L = \int_{\hat{x}}^{x^m} [p(t) - c'(t)]\,dt.}$$



Приклад. Обчислити ΔL: $p(x) = a - by$; $c'(x) = c = const$.

$$\hat{x} = \frac{a-c}{b}.$$

$$x^m = \frac{a-c}{2b}$$

$$\Delta L = \int_{x^m}^{\hat{x}} [(a - bt) - c]\,dt = \frac{(a-c)^2}{8b} \quad ?!$$

$$CS = \int_0^{\hat{x}} [(a - bt) - (a - b\hat{x})]\,dt = \frac{a-c}{2b} \quad ?!$$