Заняття 6

12.10.2021

Аналіз добробуту в умовах монополії:

Припустимо:

квазілінійна ф-ія корисності споживачів:

$$u_i(x_i, z_i) \stackrel{def}{=} v_i(x_i) + z_i$$

x_i – об'єм споживання i-го блага;

z_i – сума грошей на інші блага.

$v_i(x_i)$ – строго увігнута: $v_i \in C^1$; $v_i'(\cdot) > 0$.

$X(p)$ – агрегований попит

$v \in C^1$; $v'(\cdot) > 0$; $u(x,z) = v(x) + z$

$$W(x) = v(x) - c(x)$$

Теорема. $p(x)$ – обернена ф-ія попиту – спадна; x^M – валовий випуск монополіста; $\hat{x}$ – Парето-оптимальний об'єм виробн.

$$\Rightarrow \begin{cases} 1)\ x^M \le \hat{x} \\ 2)\ \left.\begin{matrix} X, c \in C^1 \\ p'(x^M) < 0 \end{matrix}\right\} \Rightarrow y^M < \hat{y}. \end{cases}$$

▼ $u(x,z) = v(x) + z$ – ф-ія корисності споживача.

$p(x)$ – обернена ф-ія попиту $\} \Rightarrow \{$

$$v(x^M) - p(x^M)\cdot x^M \ge v(\hat{x}) - p(x^M)\hat{x}$$

З другого боку: за озн. Парето-опт. оптимуму:

$$W(\hat{x}) = v(\hat{x}) - c(\hat{x}) \ge v(x^M) - c(x^M) = W(x^M)$$

Додамо останні дві нерівн.:

$$p(x^M)\hat{x} - c(\hat{x}) \ge p(x^M)x^M - c(x^M)$$

x^M – т. макс. прибутку монополії;

$$p(x^M)\cdot x^M - c(x^M) \ge p(\hat{x})\hat{x} - c(\hat{x})$$

$\Rightarrow$

$$p(x^M)\hat{x} - c(\hat{x}) \ge p(\hat{x})\hat{x} - c(\hat{x}) \quad \{ \Rightarrow \}$$

$$p(x^M)\cdot\hat{x} \ge p(\hat{x})\cdot\hat{x}$$

За припущенням: $\hat{x} > 0$, $p'(\cdot) < 0$ $\} \Rightarrow \{$ $x^M \le \hat{x}$ [1) доведено]

Доведемо 2) – від супротивного: $x^M = \hat{x}$

Для монополіста x^M: $\pi(x) = x\cdot p(x) - c(x) \to \max \Rightarrow$

умови 1. порядку: $\pi'(x) = 0 \Rightarrow p(x^M) + \underbrace{p'(x^M)\cdot x^M}_{<0} - c'(x^M) = 0$. $\} \Rightarrow \{$

$$p(x^M) - c'(x^M) > 0$$

$p(x) = v'(x)$ $\forall x > 0$ (із квазілін. ф-ії корисності)

Тому: $x^M = \hat{x} > 0$

$$v'(x^M) - c'(x^M) > 0$$

! $v'(x^M) - c'(x^M) = W'(x^M) \Rightarrow x^M$ – т. max добробуту: $\hat{x}$ $\} \Rightarrow$

$x^M = \hat{x}$ – хибне: $x^M < \hat{x}$

Наслідок із теореми:

$$W'(x^м) > 0 \; ; \; W'(\hat{x}) = 0 \; ; \; x^м < \hat{x} \; ; \; W(x^м) < W(\hat{x})$$

Чисті збитки добробуту $(DL > 0)$:

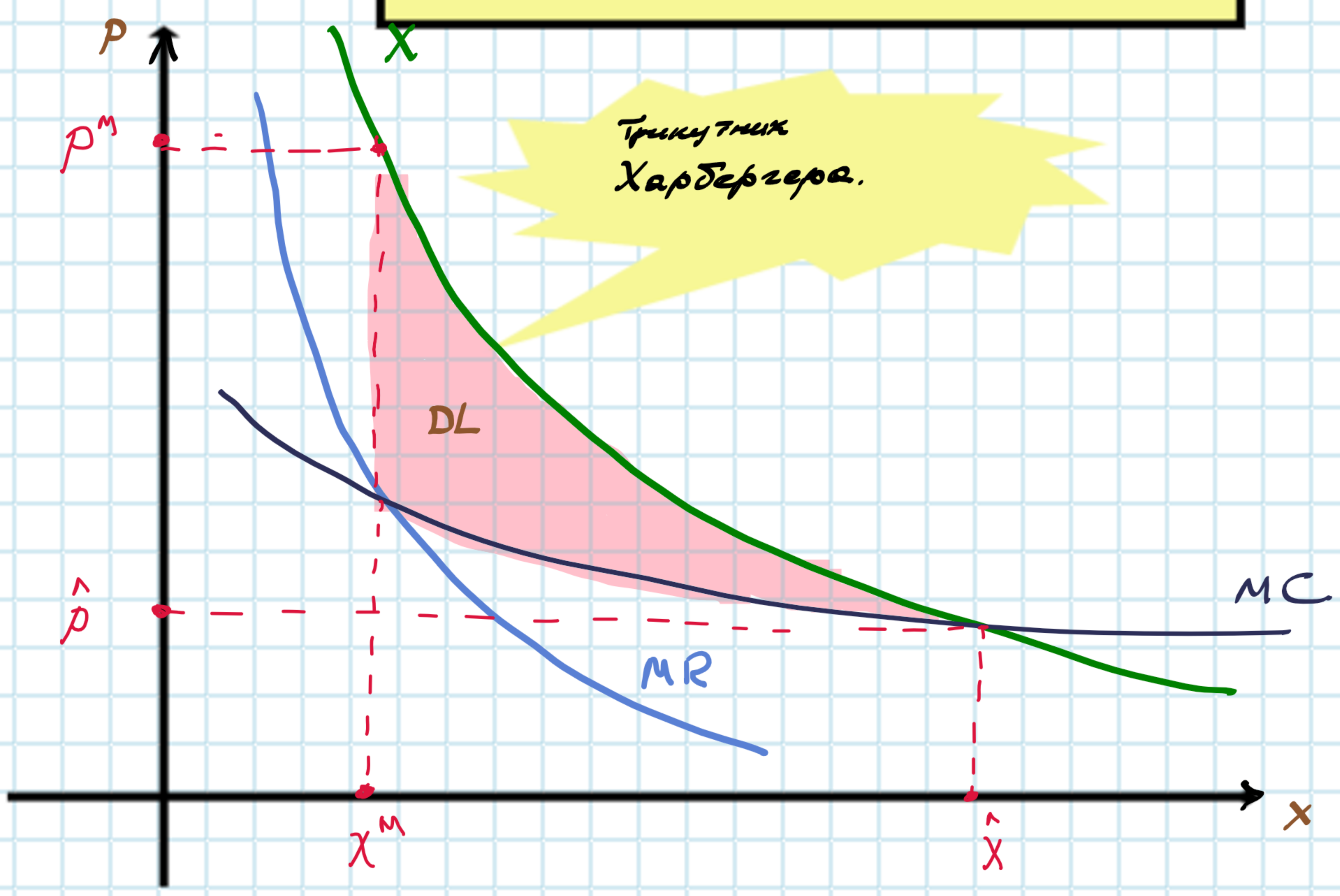
$$DL = W(\hat{x}) - W(x^м) = v(\hat{x}) - c(\hat{x}) - [v(x^м) - c(x^м)] =$$
$$= [(v(\hat{x}) - p\hat{x}) - (v(x^м) - p x^м)] + [(p\hat{x} - c(\hat{x})) - (p x^м - c(x^м))] =$$
$$= \Delta CS - \Delta PS$$

ΔCS – зміна надлишку споживача;

ΔPS – зміна (приріст) надлишку виробника.

$$\left. \begin{aligned} CS(x) &= \int_0^x [v'(t) - p(x)]dt = \int_0^x [p(t) - p(x)]\,dt \\ PS(x) &= \int_0^x [p(x) - c'(t)]\,dt \end{aligned} \right\} \Rightarrow$$

$$\boxed{DL = \int_{\hat{x}}^{x^м} [p(t) - c'(t)]\,dt.}$$



Приклад. Обчислити DL: $p(x) = a - bx$; $c'(x) = c = const.$

$$\hat{x} = \frac{a-c}{b}.$$

$$x^м = \frac{a-c}{2b}$$

$$DL = \int_{x^м}^{\hat{x}} [(a - bt) - c]dt = \frac{(a-c)^2}{8b} \quad ?!$$

$$CS = \int_0^{\hat{x}} [(a - bt) - (a - b\hat{x})]dt = \frac{a-c}{2b} \quad ?!$$