Заняття 2
14.09.2021

$P(x) = p \cdot x$

Монополія Cournot – слабко монополія.

$X(p)$ – ф-ія попиту.
$C(x)$ – ф-ія витрат.
p – один. ціна товару
x – к-сть товару.
$P(x)$ – обернена ф-ія попиту.

$C, X \in C^2$; $\forall p: X'(p) < 0$; $C'(x) > 0 \quad \forall x$.

$$\Pi(x) = \underbrace{p \cdot x}_{\text{дохід}} - \underbrace{C(x)}_{\text{витрати}}$$ – ф-ія прибутку монополіста.

I: $\Pi(x) = px - C(x) \to \max \; : \; X(p) - x \geq 0, \quad x, p \geq 0.$

II: $\Pi(x) = px - C(x) \to \max \; : \; P(x) - p \geq 0, \quad p, x \geq 0.$

Розглянемо II. Задача безумовної оптимізації:

$$\max_{x \geq 0} \Pi(x) := R(x) - C(x) \qquad (1)$$

$$R(x) := P(x)\, x \quad \text{– ф-ія доходу.} \qquad (2)$$

р. 1. Точка Cournot.

$X, C \in C^1(R_+)$
$P(x)$ – обмежена
$\Pi(x)$ – строго опукла: $\Pi''(x) \leq 0$.

За теоремою Kuhn-Tucker:

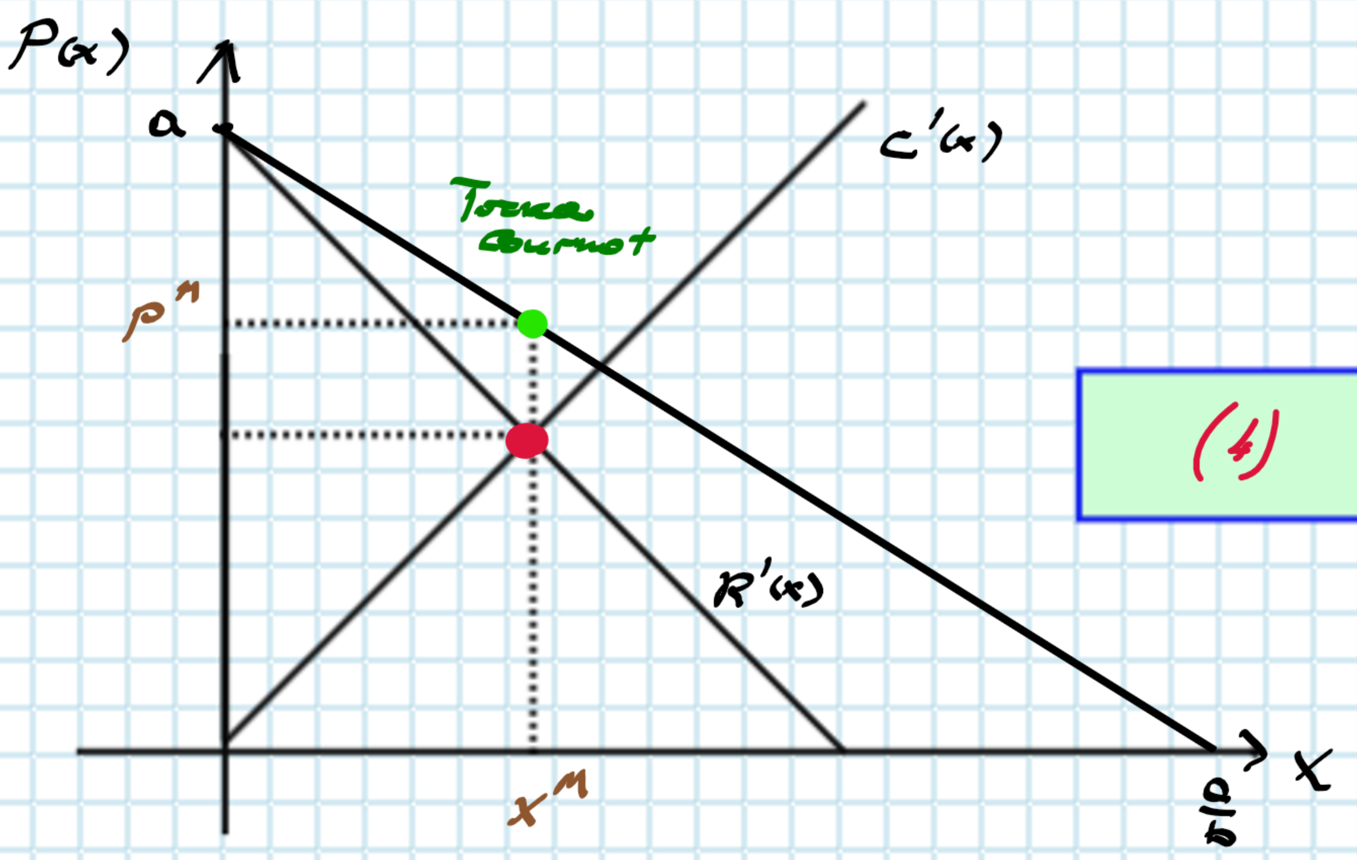
$$\Pi'(x) = R'(x) - C'(x) \leq 0 \; ; \quad x \cdot \Pi'(x) = 0 \; ; \quad x \geq 0. \qquad (3)$$

! Задача (3) може мати крайній розв.: $x = 0$.
$P(0) - C'(0) > 0$. – існує вн. розв.

$\Pi'(x) = R'(x) - C'(x) = (P(x)\,x)' - C'(x) = P'(x) \cdot x + P(x) - C'(x) \Rightarrow$
$\Pi'(0) = P'(0) \cdot 0 + P(0) - C'(0) = P(0) - C'(0)$

$$\boxed{R'(x) = C'(x)}$$

$x^M, \; p^M = P(x^M)$ – розв'язок (3).



Приклад.

$p(x) = a - bx$
$a, b > 0$;
$C(x) = \frac{1}{2}x^2, \quad x \in [0, \frac{a}{b}]$

$$\boxed{(4) \qquad \Pi(x) = a - bx - \frac{1}{2}x^2} \quad \Pi''(x) = -1 < 0.$$

З умови K-T:
$0 = \Pi'(x) = a - 2bx - x \quad \} \Rightarrow \{$

$x^M = \frac{a}{1+2b}$; $\quad p^M = p(x^M) = a - \frac{ab}{1+2b} = \frac{a(1+b)}{1+2b}$

$\Pi^M = \Pi^* = \frac{a(1+b)}{1+2b} - \frac{1}{2}\frac{a^2}{(1+2b)^2} = \frac{a}{2(1+2b)}\left(2+2b - \frac{a}{1+2b}\right) =$
$= \frac{a}{2(1+2b)} \cdot \frac{2+4b+2b+4b^2-a}{1+2b}$;

Цінова еластичність попиту:

$$\boxed{\varepsilon(p) := \frac{X'(p)}{X(p)} \cdot p} \qquad (5)$$

Зв'язок між граничним доходом і ціновою еластичністю:

$R'(x) = P'(x)\,x + P(x) = P(x)\left(1 + P'(x)\frac{x}{P(x)}\right) = \left\{ \begin{array}{l} P(x) \text{ – обернене до } X(p): \\ P'(x) = \frac{1}{X'(p)} \end{array} \right\} =$

$= P(x)\left(1 + \frac{x}{X'(P(x)) \cdot P(x)}\right) \overset{(5)}{=} P(x)\left(1 + \frac{1}{\frac{X'(P(x))\,P(x)}{X(P(x))}}\right) = P(x) \cdot \left(1 + \frac{1}{\varepsilon(P(x))}\right)$

$$\boxed{R'(x) = P(x)\,\frac{1+\varepsilon(P(x))}{\varepsilon(P(x))}} \qquad (6)$$

Оптимальний закон торгової надбавки:

$$\boxed{P(x) = \frac{\varepsilon(P(x))}{1+\varepsilon(P(x))}\,C'(x)} \qquad (7)$$

$\rightarrow R'(x) = C'(x)$

Lerner index

$$\boxed{\frac{P(x) - C'(x)}{P(x)} = \frac{1}{-\varepsilon(P(x))}} \qquad (8)$$