**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ЛЬВІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ІМЕНІ
ІВАНА ФРАНКА
МЕХАНІКО-МАТЕМАТИЧНИЙ ФАКУЛЬТЕТ**

Кафедра математичної
економіки,економетрії,
фінансової та страхової
математики

Магістерська робота

Портфельний підхід як приклад моделі ризику

Виконала:
студентка групи МТЕМ-21с
спеціальності 111 - *математика*,
спеціалізації *математична економіка та економетрика*
Маланчук Марта Іванівна
Науковий керівник:
доц. Барабаш Г. М.

*Роботу рекомендовано до захисту
на засіданні кафедри математичної
економіки, економетрії, фінансової та
страхової математики
протокол від 04 грудня 2020 року №4
В. о. завідувача кафедрою проф. Оліскевич М. О.*

Львів - 2020

Зміст

Вступ

Сучасний стан економіки України характеризується складними соціально-економічними процесами ,зростає рівень конкурентної боротьби. Ринкові умови господарювання і конкуренція вимагають пошуку ефективних інструментів в діяльності підприємств. Фінансова діяльність підприємства тісно пов'язана з численними ризиками . Їх вплив на розвиток та результати господарської діяльності суб'єктів підприємництва є особливо відчутним за умов високої нестабільності ринкової кон'юнктури.

Більшість проблем, спричинених нестабільністю умов функціонування підприємств, можна вирішити шляхом використання відомих та поширених у світовій економічній практиці механізмів управління ризиками.

На ринку цінних паперів в країнах з розвинутою ринковою економікою основний принцип раціонального поводження відповідає побутовій мудрості: "Ніколи не клади всі яйця до одного кошика ". Стосовно ризику цінних паперів це означає ,що інвестор не повинен вкладати гроші у цінні папери лише одного виду. Необхідне певне розмаїття, диверсифікація вкладень. На сучасному етапі економічного розвитку інвестиційна активність індивідуальних інвесторів та юридичних осіб передбачає вкладення тимчасово вільних коштів не в один, а у велику кількість інвестиційних об'єктів, генеруючи тим самим певну диверсифіковану сукупність їх. Такий метод дістав назву портфельне інвестування .

Портфельна теорія інвестування широко подана у перекладних виданнях зарубіжних вчених, таких як Г. Марковіц, У. Шарп, Дж. Тобін, У. Беррі, Р. Вінс, Е. Найман, Ю. Брігхем, Л. Гапенскі, Р. Брейлі, С. Майєрс та ін. Також проблемами портфельного інвестування займається ряд українських та російських вчених, серед яких: А. А. Пересада, І. А. Бланк, А. Н. Буренін, Н. А. Купрій, Я. Н. Міркин, Д. Молодцов, К. А. Стрижиченко, Н. Притула, В. В. Ковальов, Л. П. Бєлих, В. В. Бочаров, Т. В. Теплова, М. І. Тренєв, О. В. Мертенс та інші.

Метою роботи є аналіз процесу формування та управління портфелем цінних паперів, а також розгляд існуючих стратегій управління портфелем цінних паперів. Крім цього розглянемо теоретичні засади диверсифікації як способу зниження ризику.

1. Інвестиційний портфель, його сутність та основні типи

Проблема економіки кожної країни - це проблема грошей. Якщо гроші є, то їх потрібно використовувати, а якщо немає - то відповідно заробити. Така ситуація є в житті людей і тут можна виділити дві категорії: є частина населення, яка не знає як заробити і є ті, хто не знає як використати зароблене. Такі ситуації формують середовище розвитку кредитно - інвестиційних відносин.

Теорії попиту на гроші, які зосереджуються на функції грошей як засобу нагромадження, називають портфельними теоріями. Гроші вкладають в інструменти надходження додаткового прибутку чи збереження.

На сучасному етапі економічних відносин, існує багато способів використання коштів (активів) і різних ступінь надійності вкладів. Тому передбачається вкладення тимчасово вільних коштів не в в один, а у велику кількість інвестиційних об'єктів, створюючи таким чином певну диверсифіковану їх сукупність. Такий метод дістав назву портфельне інвестування.

Зазвичай під інвестиційним портфелем розуміється сукупність цінних паперів, що належать фізичній або юридичній особі, яка виступає як цілісний об'єкт управління. Портфель цінних паперів - це цілеспрямованні вкладення в цінні папери для управління ними як цілісною структурою. До портфелю можуть входити як цінні папери одного виду, так і різні (акції, облігації, сертифікати тощо). Таким чином можна зробити висновок, що портфель цінних паперів - це сукупність різних фінансових цінностей, які є інструментом для досягнення певної мети інвестора.

Сенс портфеля полягає в покращенні умов інвестування шляхом підбору найбільш дохідних та безпечних інструментів. Головними характеристиками портфеля є прибутковість, ризик і період володіння.

Процес формування портфеля цінних паперів розпочинається після того, як вказано цілі формування інвестиційної стратегії, визначено приорітети формування інвестиційного портфеля та оптимізовано інвестиційні ресурси.

Основними етапами формування портфелю цінних паперів є:

1) вибір оптимального типу портфеля;

2) оцінка прийнятого співвідношення дохідності та ризику;

3) визначення початкового складу портфеля;

4) вибір схеми управління портфелем.

Управління портфелем потребує зваженого підходу і дає найкращі результати завдяки ретельному аналізу потреб інвестора, а також інвестиційних інструментів прийнятних для включення в портфель. Таким чином при формуванні портфеля необхідно зважати на такі основні принципи формування інвестиційного портфеля:

1) необхідний рівень поточного доходу;

2) безпека вкладень;

3) ріст капіталу;

4) ліквідність.

Всіма перерахованими влативостями цінний папір не може володіти одночасно, оскільки сформовані принципи взаємовиключають одні одних. Наприклад, цінний папір з низьким рівнем доходу буде мати високу безпеку чи навпаки.

При правильному маневруванні між дохідністю цінних паперів і ризиком, включення в інвестиційний портфель цінних паперів з нормою дохідності допустимою для інвестора і відповідних меті формування його портфеля, можна збільшити дохідність фінансових інвестицій.

Аналіз усіх чинників дає інвесторові змогу обрати одну або кілька цілей, згідно з якими формують інвестиційний портфель. Сформований портфель можна віднести до конкретного типу, що вимагає відповідних методів управління та нагляду.

Існують три типи портфеля: портфель, орієнтований на переважне одержання доходу за рахунок відсотків і дивідендів - портфель доходу; портфель, спрямований на переважний приріст курсової вартості вхідних у нього цінних паперів; портфель зростання і змішаний варіант: портфель зростання і доходу.

Портфель доходу формується за рахунок цінних паперів, які гарантують інвесторам високі поточні доходи. Це відбувається за рахунок максимізації рівня інвестиційного прибутку в поточному періоді, незалежно від темпів росту інвестованого капіталу на тривалу перспективу. До фінансових інструментів портфелю належать прості та привілейовані акції підприємств, які виділяють на дивіденди значну частину свого чистого прибутку: облігації, векселі та депозитні ощадні сертифікати, що мають вищі відсоткові ставки порівняно із середньоринковими.

Портфель зростання передбачає, що інвестор має на меті збільшити свою ринкову вартість шляхом включення фінансових інструментів, ринкова ціна яких має тенденцію до постійного зростання. Даний портфель орієнтований на приріст інвестованого капіталу на тривалий час, незалежно від рівня прибутку в поточному періоді. Портфель зростання орієнтований на забезпечення високих темпів зростанння ринкової вартості підприємства.

Формування портфеля зростання і доходу здійснюють з метою уникнення можливих втрат на ринку цінних паперів як від падіння курсової вартості, так і від низьких дивідендних або відсоткових виплат. Одна частина фінансових активів, що входить до складу цього портфеля, приносить власнику зростання капітальної вартості, а інша – дохід. Втрата однієї частини може компенсуватися зростанням іншої. До такого типу належить портфель подвійного призначення. До складу цього портфеля належать папери, що приносять його власнику високий дохід при зростанні вкладеного капіталу. У цьому разі мова йде про цінні папери інвестиційних фондів подвійного призначення, які випускають власні акції двох типів, перші приносять високий дохід, другі – зростання капіталу.

Залежно від співвідношення очікуваного зростання капіталу та ризику можна виділити серед портфелів зростання ще й види портфелів: агресивні, середньоризикові, консервативні та безсистемні.

Дохідність портфеля та його ризик перебувають у прямій залежності. Наприклад, агресивний портфель складається з високодохідних цінних паперів, але і сукупний ризик цього портфеля вищий порівняно з іншими видами портфелів. Відповідно мінімізація ризику під час формування консервативного портфеля обумовлює зниження його дохідності. Найоптимальнішим щодо поєднання дохідності та ризику є середньоризиковий портфель цінних паперів.

У разі коли портфель складається з певної кількості цінних паперів одного виду, він є недиверсифікованим. Портфель, який складається з різних видів цінних паперів, називається диверсифікованим. Ліквідність теж виступає як структуроутворювальна ознака для типізації портфелів цінних паперів. Також портфелі цінних паперів залежно від методів управління ними можуть класифікуватися як фіксовані (пасивні) та гнучкі (активні) портфелі.

Різновидів портфелів багато, і кожен конкретний власник дотримується власної стратегії інвестування, враховуючи стан ринку цінних паперів і переглядаючи склад портфеля. Для кожного типу портфелів розроблені свої специфічні методи управління.

2. Поняття про диверсифікацію, норму прибутку і ризик цінних паперів

Вкладення ресурсів в цінні папери і правильний їх правильний розподіл пов'язане з ризиком. На сучасному етапі розвитку економіки на ринку цінних паперів пропонують різмаїття вкладень. Тут працює принцип: "Не клади ніколи всі яйця до одного кошика". Тобто мається на увазі, що інвестор не має вкладати гроші в цінні папери лише одного виду. У такий спосіб за умови формування портфеля досягають компромісу таких на перший погляд несумісних цілей, як максимізація доходу і мінімізація ризику.Для цього необхідне певне розмаїття, диверсифікація вкладень.

2.1. Сутність диверсифікації

Для зниження фінансового ризику, забезпечення більшої стійкості прибутків за будь-яких коливань дивідендів і ринкових цін на цінні папери доцільно розподіляти інвестовані кошти між різними об'єктами вкладення капіталу. У цьому й по- лягає суть процесу диверсифікації. Отже:

Диверсифікація – це розподіл інвестицій між різними об'єктами вкладення, які безпосередньо не зв'язані між собою.

Розрізняють диверсифікацію:

- за видами цінних паперів;
- за галузями економіки;
- за регіонами і країнами;
- для облігацій можлива диверсифікація за терміном погашення.

За допомогою диверсифікації в більшості випадків вдається знизити ризик. Найчастіше інвестиції здійснюються за допомогою цінних паперів.

Ефективність цінних паперів залежить:

1) ціна купівлі (це відома величина);
2) проміжних виплат;
3) ціна продажу.

Диверсифікація знижує ризик за рахунок того, що при низьких доходах одних цінних паперів існує високий дохід інших паперів, який перекриває нестачу перших. Рішення про застосування диверсифікації можна обґрунтовувати трьома способами: табличним, графічним і аналітичним. Найточнішим є аналітичний спосіб, що ґрунтується на розрахунку коефіцієнта кореляції активів, табличний і графічний способи є наближеними, але їх важливою перевагою є можливість швидкого застосування і відсутність трудомістких розрахунків.

2.2. Ризик цінних паперів та норма прибутку

Компанії мають на своїх балансах різні активи й пасиви, а інвестори відповідно мають різні цінні папери у своїх портфелях. Очевидно, що гроші вкладені з метою одержання максимального доходу з найменшим ризиком. Однак потрібно враховувати показники окремих активів з точки зору співвідношення ризику й доходу, а також значний вплив цих співвідношень на ризикованість і прибутковість портфеля цінних паперів.

Ризик портфеля – це міра можливості того , що настануть обставини, за яких інвестор може понести збитки, спричинені інвестиціями в портфель цінних паперів ,а також операціями по залученню ресурсів до формування портфеля. Кінцевою метою найтиповішого управління портфелем є прибутковість, тобто перевищення доходів від інвестицій в цінні папери над затратами на залучення грошових ресурсів, необхідних для цих вкладень , за умов забезпечення певного ступеня ліквідності та ризику портфеля. Основною характеристикою кожного цінного паперу є норма прибутку. Її визначають, як відношення прибутку котрий приносить даний цінний папір, до затрат, пов'язаних з купівлею цього цінного паперу. Норма прибутку є одним з основних критеріїв , якими керуються інвестори, під час прийняття рішення щодо купівлі цінних паперів. Зрозуміло, що значення норми прибутку пов'язане з невизначеністю, тобто є випадковою змінною. Це означає , що вона може приймати різні значення з різними імовірностями.

Нехай n - кількість можливих для спостереження величин норми прибутку.

R_i – i-те можливе значення норми прибутку *(i=1, n)*.

p_i – імовірність i-ї величини норми прибутку *(i=1, n)*.

Тоді сподівана норма прибутку обчислюється:

$$m = \sum_{i=1}^{n} p_i R_i \tag{1}$$

Приймають, зокрема, що поводження в майбутньому цінного паперу залежить від того , як формувалися його норми прибутку в минулому.

Введемо :

T – кількість періодів , що минули ;

R_t – норма прибутку від цінного паперу, що мала місце в t– му періоді.

У випадку звичайної акції норма прибутку в t – му періоді визначається

$$R_t = \frac{(C_t - C_{t-1} + D_t) \times 100}{D_{t-1}} \tag{2}$$

C_t – ціна паперу в t – му періоді, D_t – дивіденди, нараховані в t – му періоді.

Сподівана норма прибутку цінних паперів:

$$m = (\sum_{i=1}^{n} R_t)/T \tag{3}$$

Другою важливою характеристикою є ризик цінних паперів – середнє квадратичне відхилення норми прибутку

$$\sigma = \sqrt{D} \tag{4}$$

$$D = \sum_{i=1}^{n} p_i (R_i - m)^2 \tag{5}$$

У випадку, коли наявні статистичні дані щодо минулого, дисперсію визначають :

$$D = \sum_{t=1}^{T} (R_t - m)^2 / (T - 1) \tag{6}$$

3. Моделі оптимізації цінних паперів

Теорія портфеля є однією з найпопулярніших концепцій теорії фінансів. З однією боку, ця популярність пов'язана з досить великою готовністю використовувати її на практиці. Портфельні менеджери, як і банківські аналітики ризику, формують свої стратегії, що оптимізують ризик, засновані на теорії портфеля. З іншого боку, велике значення моделі портфеля Марковіца можна пояснити тим, що вона є необхідним попереднім етапом для розуміння моделі оцінки фінансових активів (CAPM). Вивести умови рівноваги і зміст CAPM без базових знань теорії портфеля досить складно.

3.1. Модель Марковіца

Модель Марковіца базується на тому, що показники прибутковості різних цінних паперів тісно пов'язані: при зростанні одних паперів спостерігається одночасне зростання і по іншим, треті папери залишаються без змін, а в четвертих, навпаки починає знижуватися дохідність. Такий вид залежності називається кореляцією.

Модель Марковіца має такі основні припущення:

- за дохідність цінних паперів приймається математичне очікування дохідності;
- за ризик цінних паперів приймається середньоквадратичне відхилення дохідності;
- вважається, що дані минулих періодів, які використані при розрахунках дохідності і ризику, повністю відображають майбутні значення дохідності;

- ступінь і характер взаємозв'язку між цінними паперами виражається коефіцієнтом лінійної кореляції.

За моделлю Марковіца, дохідність портфеля цінних паперів — це середньозважена дохідність паперів, його складових, яка визначається формулою:

$$R_p = \sum_{i=1}^{N} W_i \times r_i, \tag{7}$$

де N - кількість цінних паперів, які розглядаються; W_i - відсоткова частка цього папера в портфелі; r_i - дохідність цього папера.

Ризик портфеля цінних паперів визначається функцією:

$$\sqrt{\sum_{a=1}^{N} \sum_{b=1}^{N} (W_a \sigma_a W_b \sigma_b p_{ab})}, \tag{8}$$

де W_a - відсоткова частка цих парперів у портфелі; σ_a, σ_b - ризик цих паперів (середньоквадратичне відхилення); p_{ab} - коефіцієнт лінійної кореляції.

Пряма задача з використанням моделі Марковіца для розрахунку має вигляд:

$$\begin{cases} \sum\limits_{i=1}^{N} r_i \rightarrow max; \\ \sqrt{\sum\limits_{a=1}^{N} \sum\limits_{b=1}^{N} (W_a \sigma_a W_b \sigma_b)} \leq \sigma_{req}; \\ W_i \geqslant 0; \\ \sum W_i = 1. \end{cases} \tag{9}$$

При застосуванні моделі Марковіца на практиці щодо оптимізації фондового портфеля використовуються дані формули:

1) дохідність цінних паперів і портфеля:

$$\frac{1}{T} \sum_{t=1}^{T} r_{it}, \tag{10}$$

де T — кількість минулих вжспостережень доходності даних цінних паперів;

2) ризик данного цінного паперу:

$$\sigma_i = \sqrt{\frac{1}{T-1} \sum_{t=1}^{T} (r_{it} - r_i)^2}; \tag{11}$$

3) коефіцієнт кореляції між двома цінними паперами:

$$p_{ab} = \frac{1}{(T-1)\sigma_a \sigma_b} \sum_{t=1}^{T} [(r_{at} - r_a)(r_{bt} - r_b)], \qquad (12)$$

де r_{at}, r_{bt} - дохідність паперів a і b в період t.

У випадку N цінних паперів необхідно розраховувати N(n-1)/2 коефіцієнтів кореляції.

Дохідність цінних паперів складається з курсової різниці, дивідентних платежів, купонних платежів, дисконта тощо. Модель Марковіца раціонально використовувати при стабільному стані фондового ринку, коли бажано сформувати портфель з цінних паперів різного характеру, що належать різним галузям. Основний недолік моделі - очікувана дохідність цінних паперів приймається рівній середній доходності за даними минулих періодів.

3.2. Модель Шарпа

Модель Шарпа розглядає взаємозв'язок доходності кожного папера із доходністю ринку у цілому. Основною перевагою моделі Шарпа є математично обґрунтована взаємозалежність доходності і ризику: чим більший ризик - тим вища дохідність цінного папера.

Основні припущення моделі Шарпа:

— за дохідність цінного папера береться математичне очікування дохідності;

—існує деяка безризикова ставка дохідності R_t, тобто дохідність цінного папера, ризик якого завжди мінімальний порівняно з іншими цінними паперами;

— взаємозв'язок відхилень дохідності цінного папера від безризикової ставки дохідності (відхилення дохідності цінного папера) з відхиленням дохідності ринку в цілому від безризикової ставки дохідності (відхилення дохідності ринку) описується функцією лінійної регресії;

— під ризиком цінного папера слід розуміти ступінь залежності змін дохідності цінного папера від змін дохідності ринку в цілому;

— вважається, що дані минулих періодів, які використовуються при розрахунку дохідності та ризику, відображають, повною мірою, майбутні значення дохідності.

За моделлю Шарпа, відхилення дохідності цінного папера пов'язуються з відхиленнями дохідності ринку функцією лінійної регресії виду:

$$(r_i - R_t) = p_i + p_r(R_m - R_t), \qquad (13)$$

де $(r_i - R_t)$ - відхилення дохідності цінного папера від безризикового;

$(R_m - R_t)$ - відхилення дохідності ринку від безризикового;

p_i, p_r - коефіцієнтти регресії.

З попередньої формули, за допомогою прогнозованої доходності, можна розрахувати дохідність будь-якого цінного папера, який його складає:

$$R_i = R_t + p_i + p_r(R_m - R_t), \tag{14}$$

де p_i, p_r - коефіцієнти регресії, що характеризують цей цінний папір.

Теоретично,якщо ринок цінних паперів перебуває у рівновазі, то коефіцієнт p, дорівнюватиме нулю. На практиці ринок завжди розбалансований, тому даний коефіцієнт показує надлишкову дохідність цінного папера (позитивну чи негативну), тобто наскільки цей цінний папір переоцінюється або недооцінюється інвесторами.

Основна перевага моделі Шарпа — математично обгрунтована взаємозалежність дохідності та ризику: чим більший ризик, тим вища дохідність цінного папера.

Крім цього, модель Шарпа має особливість: існує небезпека, що оцінюване відхилення дохідності цінного папера не належатиме побудованій лінії регресії. Цей ризик називають залишковим ризиком. Він характеризує ступінь розкиданості значень відхилень дохідності цінного папера навколо лінії регресії. Залишковий ризик визначають як середньоквадратичну відстань від точок дохідності цінного папера до лінії регресії.Залишковий ризик і-го папера позначають p_i.

За моделлю Шарпа, дохідність портфеля цінних паперів це середньозважена дохідність цінних паперів, що його складають, з урахуванням β ризику цінних паперів. Дохідність портфеля визначають за формулою:

$$R_p = R_t + \sum_{i=1}^{N}(\alpha_i W_i) + (R_m - R_f)\sum_{i=1}^{N}(p_i W_i), \tag{15}$$

де R_t- це безризикова дохідність; R_m - це очікувана дохідність ринку в цілому. Ризик портфеля цінних паперів на ринку можна знайти за допомогою середньоквадратичного відхилення функції (15), та визначається за формулою (16):

$$\sigma_p = \sqrt{\sum_{i=1}^{N}\beta_i\sigma_m^2 W_i^2 + \sum_{i=1}^{N}\sigma_i^2 W_i^2}, \tag{16}$$

де σ_p - ризик портфеля цінних паперів; $\beta_i - \beta$ -ризик і-го цінного папера; σ_m - середньоквадратичне відхилення дохідності ринку(загальна ризиковість ринку);σ_i - середньоквадратичне відхилення і-го цінного папера; W_i - частка і-го цінного папера у портфелі.

При використанні моделі Шарпа для розрахунку характеристик портфеля пряма задача, при якій дохідність максимізується, набуває вигляду:

$$\begin{cases} R_t + \sum\limits_{i=1}^{N}(\alpha_i W_i) + (R_m - R_f)\sum\limits_{i=1}^{N}\beta_i W_i \to max; \\ \sqrt{\sum\limits_{i=1}^{N}\beta_i \sigma_m^2 W_i^2 + \sum\limits_{i=1}^{N}\sigma_i^2 W_i^2} \leq \sigma_{req}; \\ W_i \geq 0; \\ \sum W_i = 1 \end{cases} \tag{17}$$

Зворотня задача, при якій ризик мінімізується:

$$\begin{cases} R_t + \sum\limits_{i=1}^{N}(\alpha_i W_i) + (R_m - R_f)\sum\limits_{i=1}^{N}\beta_i W_i \geq R_{req}; \\ \sqrt{\sum\limits_{i=1}^{N}\beta_i \sigma_m^2 W_i^2 + \sum\limits_{i=1}^{N}\sigma_i^2 W_i^2} \to min; \\ W_i \geq 0; \\ \sum W_i = 1 \end{cases} \tag{18}$$

Основний недолік моделі — необхідність прогнозувати дохідність фондового ринку та безризикову ставку дохідності. Модель не враховує ризик коливань безризикової дохідності. Крім того, при значній зміні співвідношення між безризиковою дохідністю та дохідністю фондового ринку модель дає похибки.

Таким чином, модель Шарпа може застосовуватися при розгляді великої кількості цінних паперів, що описують велику частку відносно стабільного фондового ринку.

3.3. Модель Квазі-Шарпа

В країнах із перехідною економікою фондові ринки перебуваютъ на такому етапі становлення та розвитку. Відбувається постійна реорганізація. Фондовий ринок України не також є винятком. При застосуванні моделей Марковіца чи Шарпа в таких умовах приводить до похибок, пов'язаних з нестабільністю котирування цінних паперів і фондового ринку у цілому. З огляду на те було зроблено спробу розробити нову модель обрахунку характеристик фондового портфеля, що може ефективно працювати у умовах сучасного фондового ринку України.

Тож модель Квазі-Шарпа грунтується на взаємозв'яз як доходності кожного цінного папера із деякого набору N цінних паперів із доходністю одиничного портфеля із цих паперів. Модель Квазі-Шарпа раціонально застосовувати як при розгляді порівняно невеликої кількості цінних паперів, які належать до однієї чи кількох галузей.

Тож основні припщення моделі Квазі-Шарпа полягають в наступному:

- під одиничним портфелем цінних паперів треба розуміти портфель, який складається із усіх цінних паперів, які розглядаються, взятих в рівній пропорції ;

- за характеристику дохідності папера береться математичне очікування дохідності; під ризиком цінного папера слід розуміти залежності змін дохідності цінного папера від змін дохідності одиничного портфеля;

- взаємозв'язок дохідності цінного папера та дохідності одиничного портфелю описується лінійною функцією; ;

- вважається, що дані минулих періодів, які використані при розрахунку дохідності і ризику відображають повною мірою майбутнє значення дохідності.

  Як і в моделі Шарпа, у моделі Квазі-Шарпа також існує ризик того, що оцінена дохідність цінного папера не належатиме вибудованій лінії регресії. Данний ризик називається залишковим ризиком. Залишковий ризик має ступінь розкиду значень дохідності папера навколо лінії регресії. Тож залишковий ризик і-го цінного папера позначають β_i. Отже загальний ризик вкладень в даний цінний папір складається з β-ризику, ризику зниження дохідності при зниженні дохідності одиничного портфеля, та залишкового ризику β_i, ризику зниження дохідності та невідповідності лінії регресії. Тоді згідно моделі Квазі-Шарпа дохідність портфеля цінних паперів це - середньозважена дохідностей цінних паперів, які його складають:

$$R_p = \sum_{i=1}^{N} (\bar{R}_i W_i) + (R_{sp} - \bar{R}_{sp}) \sum_{i=1}^{N} (\beta_i W_i), \tag{19}$$

де R_{sp} - очікувана дохідність одиничного портфеля.

Ризик портфеля визначають так:

$$\sigma_p = \sqrt{\sum_{i=1}^{N} (\beta_i \sigma_{sp})^2 W_i^2 + \sum_{i=1}^{N} (\sigma_i^2 W_i^2)}, \tag{20}$$

де σ_{sp} -ризикованість одиничного портфеля акцій.

З використанням моделі Квазі-Шарпа розрахунку характеристик портфеля, пряма задача набуває наступного вигляду:

$$\begin{cases} \sum\limits_{i=1}^{N} (\bar{R}_i W_i) + (R_{sp} - \bar{R}_{sp}) \sum\limits_{i=1}^{N} (\beta_i W_i) \to max; \\ \sqrt{\sum\limits_{i=1}^{N} (\beta_i \sigma_{sp})^2 W_i^2 + \sum\limits_{i=1}^{N} (\sigma_i^2 W_i^2)} \leq \sigma_{req} \\ W_i \geq 0 \\ \sum W_i = 1 \end{cases} \tag{21}$$

Тоді зворотня задача має кінцеву формулу:

$$\begin{cases} \sum\limits_{i=1}^{N} (\bar{R}_i W_i) + (R_{sp} - \bar{R}_{sp}) \sum\limits_{i=1}^{N} (\beta_i W_i) \geq R_{req}; \\ \sqrt{\sum\limits_{i=1}^{N} (\beta_i \sigma_{sp})^2 W_i^2 + \sum\limits_{i=1}^{N} (\sigma_i^2 W_i^2)} \to min \\ W_i \geq 0 \\ \sum W_i = 1 \end{cases} \tag{22}$$

На данному етапі розвитку фондового ринку України для оптимізації фондового портфеля можна користуватися моделями Шарпа, Марковіца, та Квазі-Шарпа.

4. Застосування теорії сподіваної корисності: портфельний підхід

Розвиток широкого і ефективного ринку, статистичної бази, а також швидкий прогрес в області обчислювальної техніки призвели до виникнення сучасної теорії і практики управління портфелем фінансови інструментів. Вона побудована на використанні статистичних і математичних методів підбору фінансових інструментів в портфель, а також на ряді нових концептуальних підходів.

4.1. Простий варіант задачі про портфель

Власник портфеля з сумою коштів A бажає вкласти гроші у акції двох видів I та II. Акція виду I може забезпечити дивіденди у розмірі g_1 та g_2 з імовірностями p та p - 1, акція виду II – r_1 та r_2 з імовірностями q та 1 - q. Дивіденди акцій двох видів – незалежні випадкові величини. Потрібно розподілити кошти найкращим чином для власника.

Позначимо через x частину коштів, яка вкладається у акції виду I, через y – у акції виду II. Очевидно, що повинно справджуватись співвідношення :

$$x + y \leq A. \tag{23}$$

Вважатимемо, що система цінностей власника коштів підпорядкована гіпотезам, які дають змогу використовувати теорію сподіваної корисності. Нехай $U(\cdot)$ – функція корисності за Нейманом–Моргенштером власника коштів. Обчислимо сподівану корисність. Можливі чотири варіанти перебігу подій:

A за акцією виду I сплачується дивіденд g_1, за акцією II – r_1 ;

B за акцією I – g_1 , за акцією II – r_2 ;

C за акцією I – g_2 , за акцією II – r_1 ;

D за акцією I – g_2 , за акцією II – r_2 .

Позначимо події, які полягають у сполученні дивідендів акцій через $(g_1, r_1), (g_1, r_2)$, $(g_2, r_1), (g_2, r_2)$. Враховуючи незалежність цих подій та правило множення ймовірностей , неважко з'ясувати, що

$$P(g_1, r_1) = pq,$$

$$P(g_1, r_2) = p(1 - q),$$
$$P(g_2, r_1) = (p - 1)q,$$
$$P(g_2, r_2) = (1 - q)(1 - p). \tag{24}$$

Тепер неважко підрахувати сподівану корисність власника коштів при розподілі їх на частини х та у :

$$F(x,y) = pg \cdot U((1+g_1)x + (1+r_1)y) + p(1-q) \cdot U((1+g_1)x + (1+r_2)y) +$$
$$+ (1-p)q \cdot U((1+g_2)x + (1+r_1)y) + (1-p)(1-q) \cdot U((1+g_2)x + (1+r_2)y). \quad (25)$$

Припустимо, що власник коштів – не схильний до ризику. Незважаючи на те, що функція $F(x,y)$ у вигляді (25) має досить складний вигляд, можна сказати, що вона нелінійна та увігнута . Ця обставина принципово впливає на характер розподілу коштів . Для з'ясування цього відобразимо криві байдужості сподіваної корисності власника коштів .

Оскільки функція сподіваної корисності – увігнута, то вона має типові для подібних функцій поверхні байдужості, які зображені на Рис. 1.

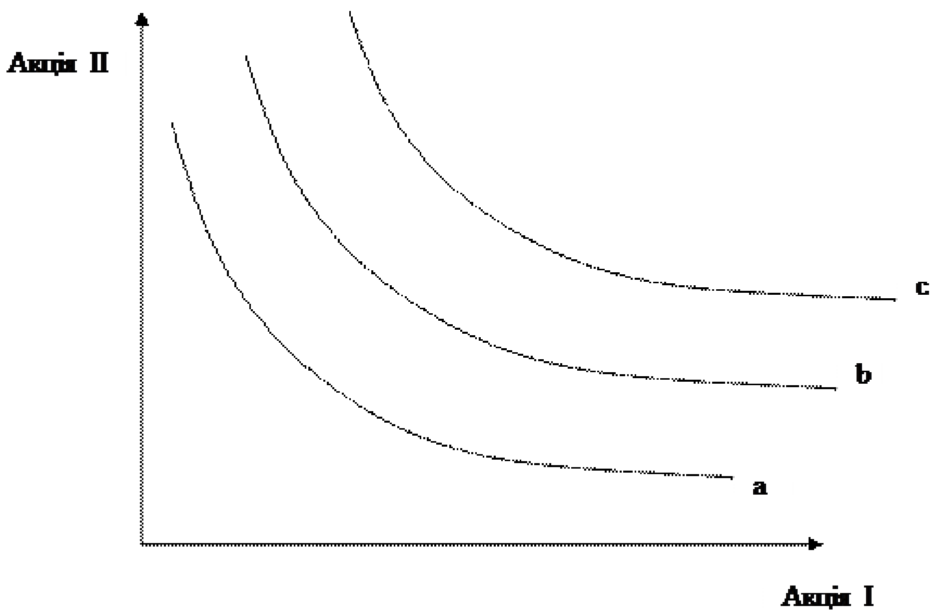

Рис. 1

На Рис. 1. віддаленішими від початку координат поверхням байдужості відповідають більші значення сподіваної корисності. Наприклад, поверхня с зображує множину точок, які привабливіші, ніж ті, що відповідають поверхням b та a.

Але безмежно віддаляти криву байдужості від початку координат немає змоги, оскільки портфель обмежений (нерівність (23)). Допустимі варіанти розподілу портфеля зображені на Рис.2.

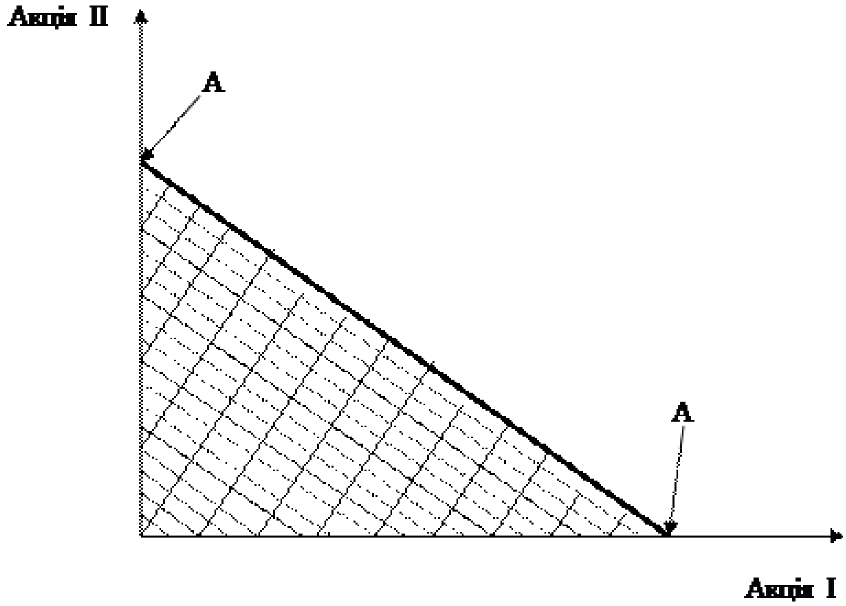

Рис. 2

Вони розташовані між координатними осями та відрізком, який сполучає точки $(0, A)$ та $(A, 0)$. На рисунку ця множина заштрихована.

Очевидно, що графічною моделлю найкращого портфеля є точка, розташована на поверхні байдужості, максимально віддаленій від початку координат, і водночас належить допустимій множині розподілу портфеля Рис.3.

Характерною особливістю «найпривабливішого портфеля» є наявність коштів, які вкладаються в акції як одного, так і іншого виду. Порівняємо «портфель», який відповідає гіпотезі сподіваної корисності, з «портфелем», побудованим з міркувань сподіваного максимального сумарного дивіденду.

Обчислимо сподіваний дивіденд від портфеля з сумою грошей x, вкладеною у акції виду I, та y – у акції II. Користуючись означенням математичного сподівання, можна зробити висновок, що сподіваний дивіденд відрізняється від сподіваної корисності дивіденду (25) лише відсутністю функції корисності, тобто

$$f(x, y) = pq \cdot ((1 + g_1)x + (1 + r_1)y) + p(1 - q) \cdot ((1 + g_1)x + (1 + r_2)y)+$$

$$+(1 - p)q \cdot ((1 + g_2)x + (1 + r_1)y) + (1 - p)(1 - q) \cdot ((1 + g_2)x + (1 + r_2)y) \quad (26)$$

де $f(x, y)$ – математичне сподівання дивіденду, який виплачується за акціями двох видів .

Перетворимо (26), групуючи доданки біля змінних x та y:

$$f(x, y) = (pq\cdot(1+g_1)+p(1-q)\cdot(1+g_1)+(1-p)q\cdot(1+g_2)+(1-p)(1-q)\cdot(1+g_2))x+$$

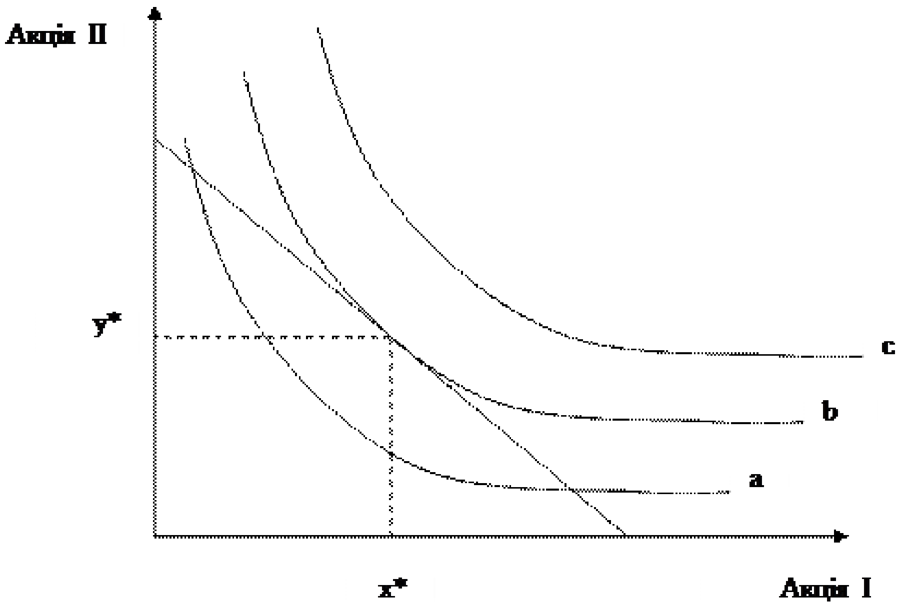

Рис. 3

$$+(pq)\cdot(1+r_1)+p(1-q)\cdot(1+r_2)+(1-p)q\cdot(1+r_1)+(1-p)(1-q)\cdot(1+r_2))y.$$

Неважко пересвідчитись, що співмножники

$$V=(pq\cdot(1+g_1)+p(1-q)\cdot(1+g_1)+(1-p)q\cdot(1+g_2)+(1-p)(1-q)\cdot(1+g_2)) \quad (27)$$

та

$$W=(pq)\cdot(1+r_1)+p(1-q)\cdot(1+r_2)+(1-p)q\cdot(1+r_1)+(1-p)(1-q)\cdot(1+r_2)) \quad (28)$$

біля змінних x та y є не чим іншим як сподіваними дивідендами від акцій першого та другого виду. Користуючись (27) та (28), перепишемо сподіваний дивіденд від портфеля як

$$f(x,y)=Vx+Wy \quad (29)$$

З (29) випливає, що залежно від того, який сподіваний дивіденд більший, V чи W, портфель повністю складатиметься або з акцій одного, або іншого виду.

Здійснений аналіз дає можливість зробити такий висновок:**орієнтація на сподіваний прибуток (дивіденд) зумовлює «одноманітний» портфель, який містить лише акції одного виду. Це не відповідає принципу недоцільності «складання яєць в один кошик», і є надміру ризикованим. Привабливішим виглядає портфель, складений на підставі сподіваної корисності прибутку (дивіденду), оскільки падіння курсу акцій однієї компанії може компенсуватись зростанням іншої.**

Сформульований висновок є одним з основних у теорії портфеля.

4.2. Практичний розрахунок портфеля, який містить акції двох видів

Маючи у розпорядженні функцію корисності (яка може бути задана формулою, таблицею чи графіком), можна встановити, користуючись (23) та (25), структуру портфеля, який забезпечує його власникові найбільшу сподівану корисність.

Звернемось до Рис. 3. очевидно, що точка оптимуму перебуває на прямій, яка сполучає точки (0, A) та (A, 0). Це так звана бюджетна пряма, яка є графічним відображенням бюджетного обмеження (23). Звідси випливає, що $y = A - x$. Отже, можна перетворити задачу (23) , (25) у задачу з однією змінною, а саме:

$$\varphi(x) = F(x, A-x) = pq \cdot U((1+g_1)x + (1+r_1)(A-x))+$$
$$+p(1-q) \cdot U((1+g_1)x) + (1+r_2)(A-x))+$$
$$+(1-p)q \cdot U((1+g_2)x + 1(1+r_1)(A-x))+$$
$$+(1-p)(1-q) \cdot U((1+g_2)x + (1+r_2)(A-x)) =$$
$$pq \cdot U((1+r_1)A + g_1x) + p(1-q) \cdot U((1+r_2)A + g_2x)+$$
$$+(1-p)q \cdot U((1+r_1)A + g_2x) + (1-p)(1-q) \cdot U((1-r_2)A + g_2x). \quad (30)$$

Характерною особливістю функції $\varphi(x)$ у вигляді (30) є те, що вона увігнута (опукла вгору) і її характерний вигляд зображений на Рис. 4.

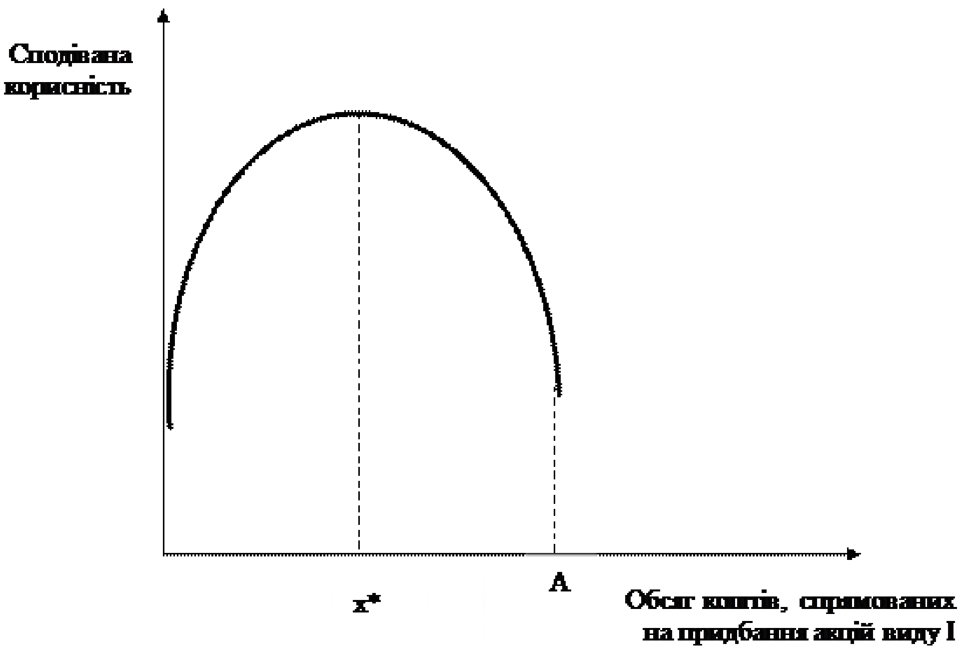

Рис. 4

Розбивши інтервал (0 , A) на досить велику кількість підінтервалів та обчислюючи функцію $\varphi(x)$ на їх кінцях, можна досить точно підмітити точку x*, яка максимізує сподівану корисність власника коштів. Можна використовувати витонченіші математичні методи одномірної оптимізації (метод поділу навпіл, метод золотого перетину).

Обчисливши x*, можна знайти і y* як y* = A - x* .

4.3. Портфельний підхід як приклад моделі ризику

Власник активу розприділяє його за двома напрямками: зберігає у вигляді грошей та вкладає в облігації. Вважається, що через деякий проміжок часу (для прикладу - через рік) активи, вкладені в облігації, змінюються. Це відбувається насамперед за рахунок відсотка, який призводить до зміни «капітальної» вартості облігацій. За інших однакових умов облігацію, яка дає більший відсоток прибутку, на ринку цінних паперів можна збути за більшу суму, ніж облігацію з меншим відсотком. Позначимо через ξ, η величини активів, які реалізуються через рік на одиницях активів, відповідно залишених у вигляді грошей та вкладених у облігації. Якщо $\xi = 1$ (тобто, інфляція не береться до уваги), η є випадковою величиною. Якщо $U(\cdot)$ - функція корисності, визначена на величині активу через рік, то модель визначення найпривабливішого розподілу активу на гроші та облігації полягає в максимізації сподіваної корисності:

$$U(x, y) = Mu(x + \eta y) \longrightarrow max,$$

$$x + y \leqslant A; x, y \geqslant 0.$$

Результат «дії моделі» очевидний у випадку коли особа, яка приймає рішення (власник активу) нейтральна до ризику. Тоді функція сподіваної корисності буде еквівалентна функції виду:

$$U(x, y) = x + (M\eta)y,$$

і питання щодо роподілу активу між грошима та облігаціями вирішиться повністю на користь одного з видів вкладень залежно від знака величини $M\eta - 1$. Якщо $M\eta > 1$,то вкладення повністю здійснюються в облігації, в протилежному випадку актив зберігається повністю у формі грошей. Аналіз ускладнюється (а результати його збагачуються), якщо особа, яка приймає рішення, не байдужа до ризику.

5. Портфель з багатьох цінних паперів

Перейдемо до загального випадку, коли до складу портфеля залучено багато різних акцій.

n – кількість різних акцій залучених до портфеля;

m_i – сподівана норма прибутку i-ої акції;

G_i –ризик i-ої акції;

p_{ij} – коефіцієнт кореляції i-ої таj-ої акції;

x_i - частка i-ої акції залученої до портфеля.

$$\sum_{i=1}^{n} x_i = 1 \tag{31}$$

$$m_p = \sum_{i=1}^{n} x_i m_i \tag{32}$$

$$D_p = \sum_{i=1}^{n} x_i^2 \sigma_i^2 + \sum_{i=1}^{n} \sum_{j=1}^{n} x_i x_j \sigma_i \sigma_j p_{ij} \tag{33}$$

$$\sigma_p = \sqrt{D_p} \tag{34}$$

Ризик портфеля, можна зобразити, як суму двох складових. Перша складова відображає індивідуальний ризик кожної з акцій. Оскільки це середньозважена варіацій (дисперсій) окремих акцій (вагомими коефіцієнтами виступають квадрати часток акцій в портфелі). Друга складова характеризується взаємозв'язками між парами акцій, тобто показує вплив коефіцієнтів кореляції пар акцій на ризик портфеля. Від'ємні величини коефіцієнтів кореляції призводять до зменшення варіації портфеля.

5.1. Математична модель задачі мінімізації ризику портфеля

Математична модель задачі про мінімізацію ризику портфеля має такий вид:

$$\sigma_p^2 \to min$$

$$\sum_{i=1}^{n} x_i = 1$$

$$x_i \geqslant 0, i = (1, n).$$

Розв'язати цю задачу можна скориставшись методом множників Лагранжа. Для цього утворимо таку функцію :

$$L = \sum_{i=1}^{n} \sum_{i=j}^{n} x_i x_j \sigma_i \sigma_j p_{ij} + \lambda(\sum_{i=1}^{n} x_i - 1).$$

Щоб дослідити дану функцію на мінімум прирівнюємо частинні похідні першого порядку даної функції відносно змінних $x_i(i = 1; 2; ...n)\lambda$. Одержимо систему (n+1) лінійних алгебраїчних рівнянь з таким же числом невідомих.

$$\begin{cases} 2\sigma_1^2 x_1 + 2\sigma_1\sigma_2 p_{12} x_2 + ... + 2\sigma_1\sigma_n p_{1n} x_n + \lambda = 0 \\ 2\sigma_1\sigma_2 p_{12} x_1 + 2\sigma_2^2 x_2 + ... + 2\sigma_2\sigma_n p_{2n} x_n + \lambda = 0 \\ \dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots\dots \\ 2\sigma_1\sigma_n p_{1n} x_1 + 2\sigma_2\sigma_n p_{2n} x_2 + ... + 2\sigma_n^2 x_n + \lambda = 0 \\ x_1 + x_2 + ... + x_n = 1 \end{cases} \tag{35}$$

Зауважимо, що метод Лагранжа не враховує що, $x_i \geq 0$.

Задачу вважають розв'язаною, якщо всі розв'язки x_i системи рівнянь невід'ємні. Якщо деякі x_i від'ємні, то серед них вибираємо найменше і приймаємо його рівним нулю. Тоді розв'язуємо задачу оптимізації без цінного паперу відповідного виду. Процес вилучення "несприятливих" видів цінних паперів продовжуємо до моменту коли решта значень будуть невід'ємні.

Розглянемо задачу про мінімізацію ризику портфеля з одержанням даного прибутку. Математична модель цієї задачі виглядає так :

$$\begin{cases} \sigma_p^2 \to min \\ \sum_{i=1}^{n} x_i m_i = m \\ \sum_{i=1}^{n} x_i = 1 \\ x_i \geqslant 0, i = (1, n) \end{cases} \tag{36}$$

Де m - сподівана норма прибутку портфеля. Функція Лангранжа має вигляд:

$$L = \sum_{i=1}^{n}\sum_{j=1}^{n} x_i x_j \sigma_i \sigma_j p_{ij} + \lambda_1(\sum_{i=1}^{n} x_i m_i - m) + \lambda_2(\sum_{i=1}^{n} x_i - 1).$$

Прирівнявши до нуля часткові похідні першого порядку функції L відносно цих змінних, одержимо наступну систему лінійних рівнянь:

$$\begin{cases} 2\sigma_1^2 x_1 + 2\sigma_1\sigma_2 p_{12} x_2 + ... + 2\sigma_1\sigma_n p_{1n} x_n + m_1\lambda_1 + \lambda_2 = 0 \\ 2\sigma_1\sigma_2 p_{12} x_1 + 2\sigma_2^2 x_2 + ... + 2\sigma_2\sigma_n p_{2n} x_n + m_2\lambda_1 + \lambda_2 = 0 \\ .... \\ 2\sigma_1\sigma_n p_{1n} x_1 + 2\sigma_2\sigma_n p_{2n} x_2 + ... + 2\sigma_n^2 x_n + m_1\lambda_1 + \lambda_2 = 0 \\ m_1 x_1 + m_2 x_2 + ... + m_n x_n = m \\ x_1 + x_2 + ... + x_n = 1 \end{cases} \tag{37}$$

6. Задачі

6.1. Задача 1

Є дві акції A і B, прибутковості яких змінювалися по кроках розрахунку наступним чином

A	0,08	0,13	0,09	0,02
B	0,04	0,07	0,09	0,08

Інвестор має намір направити на покупку акції A частку $W_a = 0,3$, а на акцію Y частку $W_b = 0,5$ своїх початкових інвестиційних витрат. Іншу частину він хоче направити на придбання ще однієї акції і на основі трьох акцій сформувати портфель. Є дві альтернативи:

C	0,09	0,08	0,06	0,01
D	0,11	0,12	0,04	0,09

Яку акцію краще додати в портфель і чому?

Розв'язання

Ризик портфеля із трьох цінних паперів розраховуємо по формулі

$$\sigma_p^2 = x_1^2 \times \sigma_1^2 + x_2^2 \times \sigma_2^2 + x_3^2 \times \sigma_3^2 + 2 \times x_1 \times x_2 \times \sigma_1 \times \sigma_2 \times p_{12} +$$

$$+2 \times x_1 \times x_3 \times \sigma_1 \times \sigma_3 \times p_{13} + 2 \times x_2 \times x_3 \times \sigma_2 \times \sigma_3 \times p_{23}$$

Наступні розрахунки можна здійснити за допомогою програми EXCEL.

1)середні дохідності акції :

$x_A = 0,08;$

$x_B = 0,07;$

$x_C = 0,06;$

$x_D = 0,09.$

2) середні квадратичні відхилення :

$\sigma_A = 0,045;$

$\sigma_B = 0,022;$

$\sigma_C = 0,036;$

$\sigma_D = 0,036.$

3) коефіцієнти корреляції:

$P_{AB} = -0,136;$

$P_{AC} = 0,824;$

$P_{AD} = 0,206;$

$P_{BC} = -0,607;$

$P_{BD} = -0,694;$

Розраховуємо дохідність портфеля, сформованого на 30% з акцій A, на 50% - з акцій B і на 20% - з акцій C

$m_{ABC} = 0,3 \times 0,08 + 0,5 \times 0,07 + 0,2 \times 0,06 = 0,071.$

Розраховуємо дохідність портфеля, сформованого на 30% з акцій A, на 50% - з акцій B і на 20% - з акцій D

$m_{ABD} = 0,3 \times 0,08 + 0,5 \times 0,07 + 0,2 \times 0,09 = 0,077.$

Розраховуємо ризик портфеля, сформованого сформованого на 30% з акцій A, на 50% - з акцій B і на 20% - з акцій C

$$\sigma^2_{ABC} = x^2_A \times \sigma^2_A + x^2_B \times \sigma^2_B + x^2_C \times \sigma^2_C + 2 \times x_A \times x_B \times \sigma_A \times \sigma_B \times p_{AB} +$$

$$+2 \times x_A \times x_C \times \sigma_A \times \sigma_C \times p_{AC} + 2 \times x_B \times x_C \times \sigma_B \times \sigma_C \times p_{CB} = 0,000379;$$

$\sigma_{ABC} = \sqrt{0,000379} = 0,019.$

Розраховуємо ризик портфеля, сформованого сформованого на 30% з акцій A, на 50% - з акцій B і на 20% - з акцій D

$$\sigma^2_{ABD} = x^2_A \times \sigma^2_A + x^2_B \times \sigma^2_B + x^2_D \times \sigma^2_D + 2 \times x_A \times x_B \times \sigma_A \times \sigma_B \times p_{AB} +$$

$$+2 \times x_A \times x_D \times \sigma_A \times \sigma_D \times p_{AD} + 2 \times x_B \times x_D \times \sigma_B \times \sigma_D \times p_{CD} = 0,000245;$$

$\sigma_{ABD} = \sqrt{0,000245} = 0,016.$

Інвестор віддає перевагу портфелю з максимально очікуваною дохідністю і мінімальним ризиком . Тому розраховуємо відношення очікуваної дохідності і ризику:

Для портфеля ABC:

$$\frac{m_{ABC}}{\sigma_{ABC}} = 3,737;$$

Для портфеля ABD:

$$\frac{m_{ABD}}{\sigma_{ABD}} = 4,813.$$

Виходячи з розрахованого відношення, інвестор надає перевагу портфелю, який складається з акцій A (30%), акцій B (50%) і акцій D (20%).

6.2. Задача 2

Сподівані норми прибутків акції 1-го, 2-го та 3-го видів дорівнюють відповідно 30%, 40%, 50%, їх ризики - 10%, 20%, 25% , коефіцієнти кореляції норм прибутків $p_{12} = 0,2; p_{13} = -0,3; p_{23} = -0,4$. Визначити частки акцій в пакеті з мінімальним ризиком. Обчислити цей ризик та сподівану норму прибутку.

Розв'язання

Для визначення часток x_1, x_2, x_3 акцій в пакеті складемо систему рівнянь:

$$\begin{cases} 200x_1 + 80x_2 - 150x_3 + \lambda = 0 \\ 80x_1 + 800x_2 - 400x_3 + \lambda = 0 \\ -150x_1 - 400x_2 + 1250x_3 + \lambda = 0 \\ x_1 + x_2 + x_3 = 1 \end{cases}$$

Розв'язком цієї системи є такі значення: $x_1 = 0,6111, x_2 = 0,1758, x_3 = 0,2131$.

Обчислимо ризик пакета.

$$\sigma_p^2 = x_1^2 \times \sigma_1^2 + x_2^2 \times \sigma_2^2 + x_3^2 \times \sigma_3^2 + 2 \times x_1 \times x_2 \times \sigma_1 \times \sigma_2 \times p_{12} +$$
$$+ 2 \times x_1 \times x_3 \times \sigma_1 \times \sigma_3 \times p_{13} + 2 \times x_2 \times x_3 \times \sigma_2 \times \sigma_3 \times p_{23} = 0,00522,$$
$$\sigma_p = \sqrt{0,00522} = 0,0722.$$

Знаходимо сподівану норму прибутку пакета:

$$m_{ABC} = 0,3 \times 0,6111 + 0,4 \times 0,1758 + 0,5 \times 0,2131 = 0,3602.$$

6.3. Задача 3

З використанням числової інформації задачі 2 визначити частки акцій в пакеті з мінімальним ризиком і сподіваною нормою прибутку m = 40%.

Розв'язання

Для визначення часток x_1, x_2, x_3 акцій система рівнянь має вигляд:

$$\begin{cases} 200x_1 + 80x_2 - 150x_3 + 30\lambda_1 + \lambda_2 = 0 \\ 80x_1 + 800x_2 - 400x_3 + 40\lambda_1 + \lambda_2 = 0 \\ -150x_1 - 400x_2 + 1250x_3 + 50\lambda_1 + \lambda_2 = 0 \\ 30x_1 + 40x_2 + 50x_3 = 40 \\ x_1 + x_2 + x_3 = 1 \end{cases}$$

Розв'язавши систему отримуємо значення $x_1 = x_3 = 0,341; x_2 = 0,318$. Обчислимо ризик пакета:

$\sigma_p^2 = 0,341^2 \times 10^2 + 0,318^2 \times 20^2 + 2 \times 0,341 \times 0,318 \times 10 \times 20 \times 0,2-$
$-2 \times 0,341^2 \times 10 \times 25 \times 0,3 + 0,341^2 \times 25^2 - 2 \times 0,318 \times 0,318 \times 20 \times 25 \times 0,4 =$
$= 72,6108(\%)^2,$

$\sigma_p + 8,5212\%.$

Отже, в пакет з мінімальним ризиком 8,5212% і сподіваною нормою прибутку потрібно включитии по 34,10% акцій першого і третього видів та 31,8% другого.

7. Висновки

У магістерській роботі проаналізовано процес формування портфеля цінних паперів і процес управління портфелем цінних паперів, досліджено деякі стратегії управління портфелем цінних паперів. Розглянуто основні поняття теорії сподіваної корисності, а також моделі оптимізації цінних паперів (модель Марковіца, модель Шарпа і модель квазі-Шарпа). Розв'язано декілька прикладних задач про портфель з багатьох акцій, а саме задачу про мінімізації ризику портфеля і задачу про мінімізацію ризику портфеля з одержанням заданого прибутку.

8. Список літератури

1) Ястремський О.І. Основи теорії економічного ризику: Навчальний посібник для студентів економічних спеціальностей вищих навчальних закладів. – К.: “АртЕк”, 1997. – 248 с.

2) Гончаров І.В. Ризик та прийняття управлінських рішень: Навч. посібник /Гончаров І.В. – Харків: НТУ “ХПІ”, 2002. - 160с.

3) Економічні і фінансові ризики [Текст] : навчальний посібник / Н. А. Герасимчук, Т. В. Мірзоєва, О. А. Томашевська ; НУБіП України. - Київ : Компринт, 2015. - 288 с. - Бібліогр.: с. 281-288.

4) Манків Грегорі Н. Макроекономіка. – К.: Основи, 2000. – 588 с.

5) Моделювання емерджентної економіки : конспект лекцій / укладач В. М. Олійник. – Суми : Сумський державний університет, 2019. – 207 с.

6) Бондар Н. М. Методичні матеріали для самостійної роботи студентів з дисципліни “Теорія економічних ризиків” (для бакалаврів). — К.: МАУП, 2006. — 44 с.

7) Гуменюк В.Я., Міщук Г.Ю., Олійник О.О. Управління ризиками: Навч. посіб. – Рівне.: НУВГП, 2009.- 156 с.

8) Замковий О. І. Портфельні теорії інвестування. Методичні рекомендації для самостійної підготовки до практичних занять з дисципліни магістрів спеціальності 072 Фінанси, банківська справа та страхування/ О.І. Замковий; М-во освіти і науки України, Нац. техн. ун-т. - Дніпро:НТУ «ДП», 2020.-70 с.