Практика
Мтем-11с
27.01.2022

Різницеві схеми розв'язування початкової задачі для звичайного диференціального рівняння.

$$\begin{cases} y' + y\,tg\,x = \frac{1}{\cos x} \\ y(0) = 1 \end{cases} \qquad [0, \pi/4]$$

$y' + y\,tg\,x = 0 \to \frac{dy}{y} = -\frac{\sin x}{\cos x}dx \to$

$\ln|y| = \ln|\cos x| + \ln|k| \to y(x) = k\cdot\cos x.$

$y(x) = k(x)\cdot\cos x$

$k'(x)\cdot\cos x - \cancel{k(x)\cdot\sin x} + \cancel{tg\,x\cdot k(x)\cdot\cos x} = \frac{1}{\cos x}$

$k'(x) = \frac{1}{\cos^2 x} \to k(x) = tg\,x + c.$

$y(x) = \cos x\,(c + tg\,x).$

$y(0) = 1 \to c = 1.$

$$\begin{cases} y' + y\,tg\,x = \frac{1}{\cos x} \\ y(0) = 1. \end{cases} \qquad \boxed{y(x) = \cos x + \sin x}$$

$[0, \frac{\pi}{4}]$; $n = 10$; $h = \frac{b-a}{n}$; $w_i = a + h\cdot i$; $i = 0, 1, \dots, n$: $\{w_i\}_{i=0}^{n}$: $n+1$.

$a = 0$; $b = \frac{\pi}{4}$;

$\frac{dy}{dx} \approx \frac{y(x) - y(x-h)}{h}$ (I); $\frac{dy}{dx} \approx \frac{y(x+h) - y(x-h)}{2h}$ (II); $\frac{dy}{dx} \approx \frac{y(x+h) - y(x)}{h}$ (III).

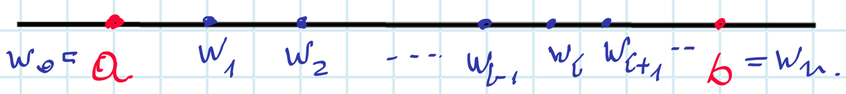
$$\begin{cases} y'(x) = f(x, y(x)) \\ y(a) = y_0. \end{cases} \to$$

$\{w_i\}_{i=0}^{n}$

$x = w_i$: $y(w_i) = y_i$

$\frac{y(w_i) - y(w_i - h)}{h} = f(w_i, y(w_i))$; $i = 1, \dots$

$y(w_0) = y_0.$



$w_i - h = w_{i-1}$

$$\begin{cases} y_i - y_{i-1} = f(w_i, y_i). \quad (i = 1, 2, \dots, n) \\ y(w_0) = y_0 \end{cases} \Rightarrow \begin{cases} y_i = \varphi(w_i, y_{i-1}) \quad i = 1, 2, \dots \\ y(w_0) = y_0. \end{cases}$$

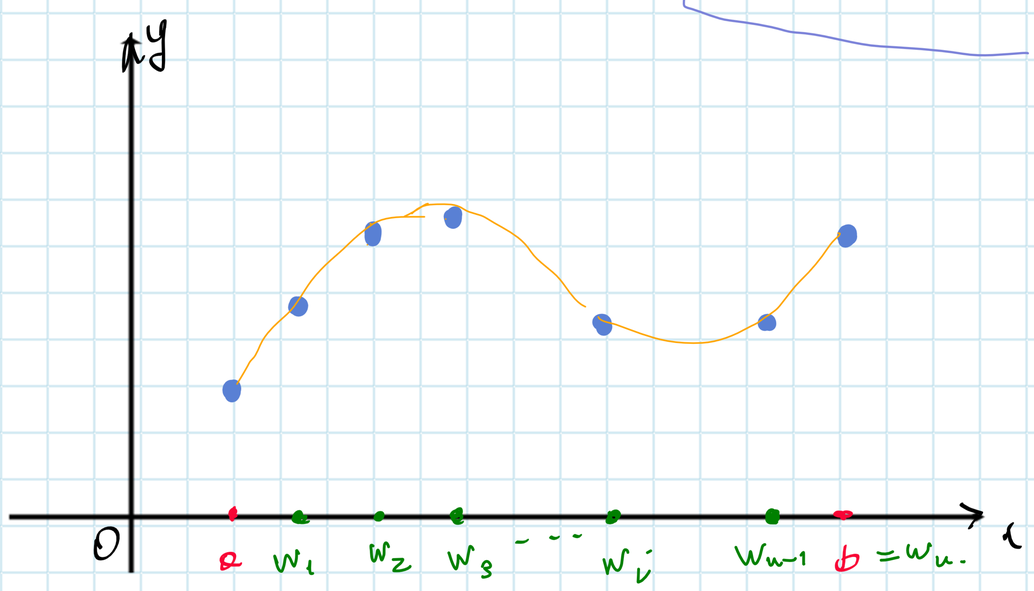
w_0	w_1	w_2		w_{n-1}	w_n
y_0	y_1	y_2	. . . .	y_{n-1}	y_n
	?	?		?	?

$i = 1$: $y_1 = \varphi(w_1, y_0)$

$i = 2$. $y_2 = \varphi(w_2, y_1)$

. . . . . .

$i = n$ $y_n = \varphi(w_n, y_{n-1})$



? $y\left(\frac{w_i + w_{i+1}}{3}\right)$ - ?