

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ**  
**Львівський національний університет імені Івана Франка**  
**Механіко-математичний факультет**  
**Кафедра математичної економіки, економетрії,**  
**фінансової та страхової математики**

**Затверджено**

на засіданні кафедри математичної  
економіки, економетрії, фінансової та  
страхової математики

механіко-математичного факультету  
Львівського національного університету  
імені Івана Франка  
(протокол № 12 від 30 серпня 2022 р.)

Завідувач кафедри



проф. Кирилич В. М.

**Силабус з навчальної дисципліни**  
**"Математичні моделі теорії портфеля",**  
що викладається в межах ОПП  
"Актуарна та фінансова математика",  
другого (магістерського) рівня вищої освіти  
за спеціальністю 111 Математика

<b>Назва дисципліни</b>	Математичні моделі теорії портфеля
<b>Адреса викладання дисципліни</b>	Львівський національний університет імені Івана Франка, вул. Університетська 1, м. Львів, Україна, 79000
<b>Факультет та кафедра, за якою закріплена дисципліна</b>	Механіко-математичний факультет Кафедра математичної економіки, економетрії, фінансової та страхової математики
<b>Галузь знань, шифр та назва спеціальності</b>	Галузь знань: 11 Математика і статистика Спеціальність: 111 Математика, 112 Статистика
<b>Викладачі дисципліни</b>	Заболоцький Микола Васильович, д. ф.-м. н., професор, професор кафедри математичної економіки, економетрії, фінансової та страхової математики
<b>Контактна інформація викладачів</b>	Електронна пошта: <a href="mailto:mykola.zabolotsky@lnu.edu.ua">mykola.zabolotsky@lnu.edu.ua</a> , веб-сторінка: <a href="https://new.mmf.lnu.edu.ua/employee/zabolotskyj-m-v">https://new.mmf.lnu.edu.ua/employee/zabolotskyj-m-v</a>
<b>Консультації з питань навчання по дисципліні відбуваються</b>	Консультації в день проведення практичних занять (за попередньою домовленістю та за умови проведення аудиторних занять). В іншому випадку можливі он-лайн консультації через Zoom чи MSTeams. Для погодження часу он-лайн консультацій слід писати на електронну пошту викладача або дзвонити.
<b>Інформація про дисципліну</b>	Курс розроблено таким чином, щоб надати учасникам необхідні знання, обов'язкові для того, щоб самостійно проводити інвестиційну діяльність, обґрунтовувати прийняті інвестиційні рішення та вміти інтерпретувати результати отриманих оцінок. Тому у курсі представлено як способи побудови портфеля фінансових активів на основі задач оптимізації, теоретичні точні та асимптотичні результати в теорії портфеля так і практичні підходи у сучасній теорії портфеля.
<b>Коротка анотація дисципліни</b>	Дисципліна «математичні моделі теорії портфеля» є нормативною дисципліною зі спеціальностей «Математика», «Статистика» для освітньої програми Актуарна та фінансова математика, яка викладається в другому семестрі в обсязі 3 кредитів (за Європейською Кредитно-Трансферною Системою ECTS).
<b>Мета та цілі дисципліни</b>	Метою вивчення нормативної дисципліни «математичні моделі теорії портфеля» є вивчення студентами магістратури основних підходів до побудови портфеля фінансових активів, оцінки їх ваг та характеристик, дослідження точних та асимптотичних ймовірнісних властивостей ваг та характеристик портфеля, порівняння портфеля отриманих на основі різних задач оптимізації.
<b>Література для вивчення дисципліни</b>	<i>Основна література:</i> 1. Заболоцький М. В. Статистика портфелів: навч. посібник / М. В. Заболоцький, Т. М. Заболоцький. – Львів: ЛНУ імені Івана Франка, 2015. – 109 с.

	<p>2. Заблоцький Т. М. Моделювання в управлінні портфелем фінансових активів : монографія / Т. М. Заблоцький. – Львів : ЛНУ імені Івана Франка, 2016. – 440 с.</p> <p>3. Elton E. et al. Modern Portfolio Theory and Investment Analysis. – 9th Ed. – Wiley, 2014. – 752 p.</p> <p>4. Mansini R. Linear and Mixed Integer Programming for Portfolio Optimization / R. Mansini, W. Ogryczak, M. Speranza. – Springer Cham Heidelberg New York Dordrecht London: Springer, 2015.– 115 с.</p> <p><i>Додаткова література</i></p> <p>5. Прокопишин І. А. Методичні рекомендації до розв'язування задач математичного програмування в середовищі R. – В електронній формі. – Львів, ЛНУ ім. Івана Франка, 2021. – 15 с.</p> <p>6. Прокопишин І. А. Методичні рекомендації до розв'язування задач математичного програмування в середовищі Python. – В електронній формі. – Львів, ЛНУ ім. Івана Франка, 2021. – 21 с.</p>																								
<b>Обсяг курсу</b>	32 години аудиторних занять. З них 16 години лекцій, 16 годин практичних занять та 58 годин самостійної роботи.																								
<b>Очікувані результати навчання</b>	<p>Після завершення цього курсу студент буде :</p> <p><b>Знати</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– існуючі методи побудови портфеля фінансових активів;</li> <li>– методи прийняття рішень на основі імовірнісних властивостей вибіркової оцінок ваг та характеристик портфеля фінансових активів;</li> </ul> <p><b>Вміти</b></p> <ul style="list-style-type: none"> <li>– використовувати методи теорії портфеля у дослідженні проблем фінансової та актуарної математики;</li> <li>– інтерпретувати результати отримані на основі імітаційного моделювання процесів в теорії портфеля;</li> <li>– порівнювати портфелі отримані на основі різних критеріїв та оцінювати їх ризик.</li> </ul> <p>Курс забезпечує набуття таких <b>фахових компетентностей</b>: ЗК 1, ЗК 5, ФК 1, ФК 7.</p> <p><b>Програмні результати навчання</b> відповідно до ОПП: ПРН 3, ПРН 9, ПРН 10, ПРН 17, ПРН 18.</p>																								
<b>Ключові слова</b>	Теорія портфеля, міра ризику, очікувана корисність, розподіл Вішарта, вибіркова оцінка																								
<b>Формат курсу</b>	Очний																								
<b>Теми</b>	<table border="1"> <thead> <tr> <th data-bbox="464 1608 576 1727">Тиж.</th> <th data-bbox="576 1608 826 1727">Тема, план, короткі тези</th> <th data-bbox="826 1608 1035 1727">Форма діяльності (заняття)* *лекція, самостійна, дискусія, групова робота)</th> <th data-bbox="1035 1608 1203 1727">Література.*** Ресурси в інтернеті</th> <th data-bbox="1203 1608 1321 1727">Завдання, год</th> <th data-bbox="1321 1608 1479 1727">Термін виконання</th> </tr> </thead> <tbody> <tr> <td data-bbox="464 1727 576 1778">1</td> <td data-bbox="576 1727 826 1778">Дохідності фінансових активів.</td> <td data-bbox="826 1727 1035 1778">Лекція</td> <td data-bbox="1035 1727 1203 1778">1-4</td> <td data-bbox="1203 1727 1321 1778">2</td> <td data-bbox="1321 1727 1479 1778"></td> </tr> <tr> <td data-bbox="464 1778 576 1977">2</td> <td data-bbox="576 1778 826 1977">Дослідження властивостей дохідностей фінансових активів. Тренд, обмеженість, стаціонарність, симетричність, багатоперіодність.</td> <td data-bbox="826 1778 1035 1977">Практичне заняття</td> <td data-bbox="1035 1778 1203 1977">1-6</td> <td data-bbox="1203 1778 1321 1977">2</td> <td data-bbox="1321 1778 1479 1977">До початку наступного заняття</td> </tr> <tr> <td data-bbox="464 1977 576 2027">3</td> <td data-bbox="576 1977 826 2027">Міри ризику.</td> <td data-bbox="826 1977 1035 2027">Лекція</td> <td data-bbox="1035 1977 1203 2027">1-4</td> <td data-bbox="1203 1977 1321 2027">2</td> <td data-bbox="1321 1977 1479 2027"></td> </tr> </tbody> </table>	Тиж.	Тема, план, короткі тези	Форма діяльності (заняття)* *лекція, самостійна, дискусія, групова робота)	Література.*** Ресурси в інтернеті	Завдання, год	Термін виконання	1	Дохідності фінансових активів.	Лекція	1-4	2		2	Дослідження властивостей дохідностей фінансових активів. Тренд, обмеженість, стаціонарність, симетричність, багатоперіодність.	Практичне заняття	1-6	2	До початку наступного заняття	3	Міри ризику.	Лекція	1-4	2	
Тиж.	Тема, план, короткі тези	Форма діяльності (заняття)* *лекція, самостійна, дискусія, групова робота)	Література.*** Ресурси в інтернеті	Завдання, год	Термін виконання																				
1	Дохідності фінансових активів.	Лекція	1-4	2																					
2	Дослідження властивостей дохідностей фінансових активів. Тренд, обмеженість, стаціонарність, симетричність, багатоперіодність.	Практичне заняття	1-6	2	До початку наступного заняття																				
3	Міри ризику.	Лекція	1-4	2																					

	4	Порівняння мір ризику на прикладі курсів валют в кризові періоди і періоди без кризи. Нормальний розподіл, t-розподіл, ARMA, GARCH, IGARCH моделі.	Практичне заняття	1-6	2	До початку наступного заняття
	5	Поняття порфеля фінансових активів. Ефективна множина портфелів. Властивості характеристик ефективного портфеля.	Лекція	1-4	2	
	6	Побудова ефективної множини портфелів на основі точних значень параметрів розподілу дохідностей активів та з використанням імітаційного моделювання.	Практичне заняття	1-6	2	До початку наступного заняття
	7	Критерії мінімізації ризику для побудови портфеля фінансових активів.	Лекція	1-4	2	
	8	Місце портфелів з найменшим рівнем ризику на ефективній множині. Побудова ефективного портфеля на основі мінімізації Value-at-Risk.	Практичне заняття	1-6	2	До початку наступного заняття
	9	Критерій максимізації очікуваної корисності та критерій максимізації відношення Шарпа для побудови портфеля.	Лекція	1-4	2	
	10	Місце портфелів з максимальною очікуваною корисністю та з максимальним відношенням Шарпа на ефективній множині. Дослідження ризиковості портфеля з максимальним відношенням Шарпа.	Практичне заняття	1-6	2	До початку наступного заняття
	11	Оцінка параметрів розподілу вектора дохідностей активів. Побудова оцінок ваг та характеристик портфелів. Розподіл Вішарта.	Лекція	1-4	2	
	12	Дослідження розподілів оцінок ваг та характеристик портфеля. Генерування випадкових матриць.	Практичне заняття	1-6	2	До початку наступного заняття
	13	Точні розподіли вибірових оцінок ваг та характеристик портфелів з найменшим ризиком.	Лекція	1-4	2	
	14	Дослідження точних розподілів вибірових оцінок ваг та характеристик портфелів з найменшим ризиком. Дослідження можливості побудови коректної оцінки ваг та характеристик портфеля з найменшим рівнем Value-at-Risk. Залежність від початкових припущень.	Практичне заняття	1-6	2	До початку наступного заняття

		Можливість використання на практиці.				
	15	Асимптотичні розподіли вибіркового оцінок ваг та характеристик портфелів з найменшим ризиком.	Лекція	1-4	2	
	16	Дослідження асимптотичних розподілів вибіркового оцінок ваг та характеристик портфелів з найменшим ризиком. Залежність від початкових припущень. Можливість використання на практиці.	Практичне заняття	1-6	2	На протязі відповідного заняття
<b>Підсумковий контроль, форма</b>	Залік в кінці семестру					
<b>Навчальні методи та техніки, які будуть використовуватися під час викладання курсу</b>	Практичні заняття у вигляді семінарів з мультимедійними презентаціями (в тому числі студентів); презентація власних результатів.					
<b>Необхідне обладнання</b>	Комп'ютер з необхідним програмним забезпеченням, проектор, засоби дистанційного навчання.					
<b>Критерії оцінювання (окремо для кожного виду навчальної діяльності)</b>	<p>Оцінювання проводиться за 100-бальною шкалою. Бали нараховуються за наступним співвідношенням:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• 8 індивідуальних занять, по 12,5 бали за кожне: 100% семестрової оцінки;</li> </ul> <p>максимальна кількість балів 100.</p> <p>Очікується, що студенти виконають 8 індивідуальних завдань та презентують свої результати. Очікується, що роботи студентів будуть їх оригінальними дослідженнями чи міркуваннями. Відсутність посилань на використані джерела, фабрикування джерел, списування, втручання в роботу інших студентів становлять, але не обмежують, приклади можливої академічної недоброчесності. Виявлення ознак академічної недоброчесності в письмовій роботі студента є підставою для її незарахування, незалежно від масштабів плагіату чи обману.</p> <p><b>Відвідання занять</b> є важливою складовою навчання. Очікується, що всі студенти відвідають усі лекції та практичні заняття курсу. Студенти мають інформувати викладача про неможливість відвідати заняття. У будь-якому випадку студенти зобов'язані дотримуватися усіх строків визначених для виконання усіх видів робіт, передбачених курсом. При відсутності студента на практичному занятті без поважної причини, на наступному занятті обов'язково відбувається захист звіту пропущеного заняття.</p> <p>Уся література, яку студенти не зможуть знайти самостійно, буде надана викладачем виключно в освітніх цілях без права її передачі третім особам. Студенти заохочуються до використання також й іншої літератури та джерел, яких немає серед рекомендованих.</p> <p><b>Політика виставлення балів.</b> Враховуються бали набрані за виконані індивідуальні завдання та їх презентація. При цьому обов'язково враховуються присутність на заняттях та активність студента під час практичного заняття; недопустимість пропусків та запізнь на заняття;</p>					

	<p>користування мобільним телефоном, планшетом чи іншими мобільними пристроями під час заняття в цілях не пов'язаних з навчанням; списування та плагіат; несвоєчасне виконання поставленого завдання і т. ін.</p> <p>Жодні форми порушення академічної доброчесності не толеруються.</p>
<p><b>Питання до заліку чи екзамену.</b></p>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Проста дохідність фінансового активу.</li> <li>2. Неперервна дохідність фінансового активу.</li> <li>3. Дисперсія як міра ризику.</li> <li>4. Value-at-Risk як міра ризику.</li> <li>5. Умовне Value-at-Risk як міра ризику.</li> <li>6. Поняття порфеля фінансових активів.</li> <li>7. Ефективна множина портфелів.</li> <li>8. Параметри ефективної множини.</li> <li>9. Властивості характеристик ефективного портфеля.</li> <li>10. Критерій мінімізації дисперсії як критерій побудови портфеля.</li> <li>11. Місце портфеля з найменшою дисперсією на ефективній множині.</li> <li>12. Критерій мінімізації Value-at-Risk як критерій побудови портфеля.</li> <li>13. Ефективність портфеля з найменшим рівнем Value-at-Risk.</li> <li>14. Місце портфеля з найменшим рівнем Value-at-Risk на ефективній множині.</li> <li>15. Критерій мінімізації умовного Value-at-Risk як критерій побудови портфеля.</li> <li>16. Ефективність портфеля з найменшим рівнем умовного Value-at-Risk.</li> <li>17. Місце портфеля з найменшим рівнем умовного Value-at-Risk на ефективній множині.</li> <li>18. Критерій існування портфеля з найменшим рівнем Value-at-Risk (умовного Value-at-Risk).</li> <li>19. Критерій максимізації очікуваної корисності як критерій побудови портфеля.</li> <li>20. Місце портфеля з максимальною очікуваною корисністю на ефективній множині.</li> <li>21. Ефективність портфеля з максимальною очікуваною корисністю.</li> <li>22. Взаємозв'язок портфелів з максимальною очікуваною корисністю та з найменшим рівнем Value-at-Risk (умовного Value-at-Risk).</li> <li>23. Критерій максимізації відношення Шарпа як критерій побудови портфеля.</li> <li>24. Ефективність портфеля з максимальним відношенням Шарпа.</li> <li>25. Ризиковість портфеля з максимальним відношенням Шарпа.</li> <li>26. Взаємозв'язок портфелів з максимальним відношенням Шарпа та з максимальною очікуваною корисністю.</li> <li>27. Взаємозв'язок портфелів з максимальним відношенням Шарпа та з найменшим рівнем Value-at-Risk (умовного Value-at-Risk).</li> <li>28. Вибіркові оцінки параметрів розподілу.</li> <li>29. Властивості вибірових оцінок параметрів розподілу.</li> <li>30. Вибіркові оцінки ваг та характеристик портфелів.</li> <li>31. Властивості вибірових оцінок характеристик портфеля з найменшою дисперсією.</li> <li>32. Розподіл Вішарта.</li> <li>33. Стохастичне представлення вибірових оцінок характеристик портфеля з найменшим рівнем Value-at-Risk.</li> <li>34. Умовний розподіл вибірових оцінок характеристик портфеля з найменшим рівнем Value-at-Risk.</li> </ol>

	<p>35. Математичне сподівання та дисперсія вибірових оцінок характеристик портфеля з найменшим рівнем Value-at-Risk.</p> <p>36. Дельта метод.</p> <p>37. Асимптотичний розподіл вибірових оцінок параметрів розподілу вектора дохідностей активів.</p> <p>38. Асимптотичний розподіл вибірових оцінок ваг та характеристик портфеля з найменшою дисперсією.</p> <p>39. Асимптотичний розподіл вибірових оцінок ваг та характеристик портфеля з найменшим рівнем Value-at-Risk.</p> <p>40. Асимптотична імовірність коректності вибірової оцінки ваг та характеристик портфеля з найменшим рівнем Value-at-Risk.</p>
<b>Опитування</b>	Анкету-оцінку з метою оцінювання якості курсу буде надано по завершенню курсу.