


**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ**  
**Львівський національний університет імені Івана Франка**  
**Механіко-математичний факультет**  
**Кафедра математичної економіки, економетрії,**  
**фінансової та страхової математики**

**Затверджено**

на засіданні кафедри математичної  
економіки, економетрії, фінансової та  
страхової математики  
механіко-математичного факультету  
Львівського національного університету  
імені Івана Франка  
(протокол №12 від 30.08 2022 р.)

Завідувач кафедри

  
проф. Кирилич В. М.

**Силабус з навчальної дисципліни**  
**"Додаткові розділи фінансової математики"**  
що викладається в межах ОПП  
"АктUARна та фінансова математика"  
другого (магістерського) рівня вищої освіти  
за спеціальністю 111 Математика

<b>Назва дисципліни</b>	Додаткові розділи фінансової математики
<b>Адреса викладання дисципліни</b>	Головний корпус ЛНУ ім. І. Франка м. Львів, вул. Університетська 1
<b>Факультет та кафедра, за якою закріплена дисципліна</b>	Механіко-математичний факультет, кафедра математичної економіки, економетрії, фінансової та страхової математики
<b>Галузь знань, шифр та назва спеціальності</b>	Галузь знань 11 Математика і статистика, спеціальність 111 Математика
<b>Викладачі дисципліни</b>	Прокопишин Іван Анатолійович, канд. фіз.-мат. наук, доцент, доцент кафедри математичної економіки, економетрії, фінансової та страхової математики
<b>Контактна інформація викладачів</b>	<a href="http://new.mmf.lnu.edu.ua/employee/prokopysbyn-i-ivan.prokopysbyn@lnu.edu.ua">http://new.mmf.lnu.edu.ua/employee/prokopysbyn-i-ivan.prokopysbyn@lnu.edu.ua</a> <a href="mailto:lviv.pi@gmail.com">lviv.pi@gmail.com</a> Головний корпус ЛНУ ім. І. Франка, каб. А.376, м. Львів, вул. Університетська, 1
<b>Консультації з питань навчання по дисципліні відбуваються</b>	Консультації за розкладом, або в день проведення лекцій/практичних занять (за попередньою домовленістю).
<b>Сторінка дисципліни</b>	<a href="https://new.mmf.lnu.edu.ua/course/dodatkovyi-rozdily-finansovoi-matematyky-21-22-n-r-mahistry-aktaurna-ta-finansova-matematyka-mtmf-21-3-sem-2">https://new.mmf.lnu.edu.ua/course/dodatkovyi-rozdily-finansovoi-matematyky-21-22-n-r-mahistry-aktaurna-ta-finansova-matematyka-mtmf-21-3-sem-2</a>
<b>Інформація про дисципліну</b>	Дисципліна "Додаткові розділи фінансової математики" є нормативною дисципліною із спеціальності 111 Математика для освітньої програми другого (магістерського) рівня вищої освіти "Актуарна та фінансова математика", яка викладається у 3 семестрі в обсязі 3 кредити (за Європейською Кредитно-Трансферною Системою ECTS)
<b>Коротка анотація дисципліни</b>	У курсі розглянуто наступні розділи: задачі лінійного, цілочисельного та мішаного лінійного програмування у фінансовій математиці; розв'язування задач математичного програмування в середовищі R та Python; задачі багатокритеріальної оптимізації; розв'язування задачі оптимізації портфеля з використанням різних мір ризику; кредитний ризик і скорингові моделі; застосування дискримінантного аналізу, лінійного програмування та логістичної регресії до побудови скорингових моделей.
<b>Мета та цілі дисципліни</b>	Мета курсу – навчити методології побудови оптимізаційних математичних моделей у сфері фінансової математики, методів розв'язування задач оптимізації засобами електронних таблиць, на мовах програмування R та Python.
<b>Література для вивчення дисципліни</b>	<b>Основна література</b> 1. Бартіш М. Я. Методи оптимізації. Теорія і алгоритми. – Львів: Видавничий центр ЛНУ імені Івана Франка, 2006. – 223 с.

	<ol style="list-style-type: none"> <li>2. Заболоцький Т. М. Моделювання в управлінні портфелем фінансових активів. – Львів : ЛНУ імені Івана Франка, 2016. – 440 с.</li> <li>3. Писарук Н. Н. Модели и методы смешанно-целочисленного программирования. – Минск, БГУ, 2008. – 250 с.</li> <li>4. Цегелик Г. Г. Лінійне програмування / Г.Г. Цегелик. – Львів: Світ, 1995. – 160 с.</li> <li>5. Cornuejols G., Tütüncü R. Optimization Methods in Finance. – Cambridge University Press, New York, 2007. – 349 p.</li> <li>6. Elton E. et al. Modern Portfolio Theory and Investment Analysis. – 9th Ed. – Wiley, 2014. – 752 p.</li> <li>7. Mansini R. Linear and Mixed Integer Programming for Portfolio Optimization / R. Mansini, W. Ogryczak, M. Speranza. – Springer Cham Heidelberg New York Dordrecht London: Springer, 2015. – 115 с.</li> </ol> <p style="text-align: center;"><b>Додаткова література</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>8. Benninga S. Financial modeling. – 4th ed. – The MIT Press, 2014. – 1143 p.</li> <li>9. Fang Y., Lai K. K., Wang S. Fuzzy Portfolio Optimization. Theory and Methods. – Springer-Verlag, 2008. – 173 p.</li> <li>10. A multicriterial analysis of the efficiency of conservative information security systems / Dudykevych V., Prokopyshyn I., Chekurin V., Opirskyy I., Lakh Yu., Kret T., Ivanchenko Ye., Ivanchenko I. // Eastern-European Journal of Enterprise Technologies. – 2019. – Vol. 3, Issue 9 (99). – P. 6–13. doi: <a href="https://doi.org/10.15587/1729-4061.2019.166349">https://doi.org/10.15587/1729-4061.2019.166349</a></li> <li>11. Sallan J.M., Lordan O., Fernandez V. Modeling and solving linear programming with R. – Omnia Science, 2015. – 106 p.</li> <li>12. Zabaranin M., Uryasev S. Statistical Decision Problems. Selected Concepts and Portfolio Safeguard Case Studies. – Springer-Verlag, 2014. – 249 p.</li> </ol>
<b>Обсяг курсу</b>	Всього 90 годин. З них 32 години лекцій, 16 годин практичних занять та 42 годин самостійної роботи.
<b>Очікувані результати навчання</b>	<p>В результаті вивчення дисципліни фахівець повинен <b>знати</b>:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- основні теоретичні положення лінійного, квадратичного та нелінійного програмування, багатокритеріальної та стохастичної оптимізації;</li> <li>- лінійні задачі оптимізації у фінансах, портфель облігацій, планування грошових потоків;</li> <li>- лінійні моделі теорії портфеля з використанням некласичних мір ризику;</li> <li>- методи побудови скорингових моделей з використанням дискримінантного аналізу. лінійного програмування та логістичної регресії.</li> </ul>

	<p>Підготовлений фахівець повинен <b>уміти</b>:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- використовувати додатки електронних таблиць, спеціалізовані бібліотеки для розв'язування лінійних та нелінійних задач оптимізації в середовищах R та Python;</li> <li>- формулювати та розв'язувати задачі лінійної оптимізації для портфеля облігацій, планування грошових потоків;</li> <li>- формулювати та розв'язувати задачі оптимізації портфеля активів за лінійними та нелінійними моделями;</li> <li>- формулювати та розв'язувати найпростіші задачі скорингового аналізу в середовищі Python.</li> </ul> <p>Курс забезпечує набуття таких <b>фахових компетентностей</b>: ЗК 1, ЗК 4, ЗК 5, ФК 1, ФК 3, ФК 5, ФК 7.</p> <p><b>Програмні результати навчання</b> відповідно до ОПП: ПРН 3, ПРН 4, ПРН 5, ПРН 9, ПРН 10, ПРН 14, ПРН 16, ПРН 17, ПРН 18.</p>
<b>Ключові слова</b>	<p>Математичне програмування, задача лінійного програмування, задача мішано цілочисельного лінійного програмування, задача квадратичного програмування, багатокритеріальна оптимізація, оптимальність за Парето, портфель Марковіца, міра ризику CVaR, оптимізація в R, оптимізація в Python, фондові індекси, індексний портфель, кредитно-скоринговий аналіз, дискримінантна модель Фішера, логістична регресійна скорингова модель.</p>
<b>Формат курсу</b>	<p>Очний Проведення лекцій, практичних занять і консультацій.</p>
<b>Теми</b>	<p><b>Тема 1.</b> Задачі лінійного програмування. Основні поняття теорії оптимізації, класифікація задач. Формулювання задач лінійного програмування (ЛП). Задачі цілочисельного (ILP) та мішано-цілочисельного лінійного програмування (MILP). Найпростіші задачі ILP та MILP у фінансах.</p> <p><b>Тема 2.</b> Розв'язування задач оптимізації в R Основи програмування на мові R, аналіз та візуалізація даних. Пакети lpSolve, Rglpk, Rsymphony.</p> <p><b>Тема 3.</b> Розв'язування задач оптимізації в Python Аналіз та візуалізація даних в Python. Розв'язування задач оптимізації з використанням пакетів NumPy і SciPy.</p> <p><b>Тема 4.</b> Багатокритеріальна оптимізація Основні поняття багатокритеріальної оптимізації. Множина ефективних розв'язків, оптимальність за Парето. Методи розв'язування задач багатокритеріальної оптимізації.</p> <p><b>Тема 5.</b> Задачі теорії портфеля Класичні задачі теорії портфеля. Лінійні формулювання задач теорії портфеля. Оптимізація портфеля з використанням міри ризику CVaR. Фондові індекси. Індексний портфель. Розв'язування задач теорії портфеля в Python.</p>

	<p><b>Тема 6. Кредит-скорингові моделі.</b> Кредитний ризик та оцінка кредитного рейтингу. Дискримінантний аналіз, модель Фішера. Побудова скорингових моделей методами ЛП. Логістична регресійна скорингова модель. Перевірка адекватності та порівняння моделей. Розв'язування задач кредитного скорингу в Python.</p>
<b>Підсумковий контроль, форма</b>	Залік в кінці семестру
<b>Пререквізити</b>	<p>Для вивчення курсу студенти потребують базових знань з:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- математичного програмування;</li> <li>- теорії ймовірностей та математичної статистики;</li> <li>- мови програмування Python;</li> <li>- мови програмування R</li> </ul>
<b>Навчальні методи та техніки, які будуть використовуватися під час викладання курсу</b>	Презентації, лекції Індивідуальні завдання Групові проекти
<b>Необхідне обладнання</b>	Комп'ютер із програмним забезпеченням, необхідним для виконання лабораторних робіт (електронні таблиці, середовище R та Python), доступ до мережі Internet.
<b>Критерії оцінювання (окремо для кожного виду навчальної діяльності)</b>	<p>Оцінювання проводиться за 100-бальною шкалою. Бали нараховуються за наступним співвідношенням:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• індивідуальні завдання: 65% семестрової оцінки; максимальна кількість балів – 65.</li> <li>• контрольний тест: по 25% семестрової оцінки; кількість балів – 25.</li> <li>• додаткові бали за активну участь у лекціях і лабораторних роботах 10% семестрової оцінки; максимальна кількість балів – 10.</li> </ul> <p>Підсумкова максимальна кількість балів – 100.</p> <p><b>Академічна доброчесність:</b> Роботи студентів повинні бути їх оригінальними дослідженнями чи міркуваннями. Відсутність посилань на використані джерела, фабрикавання джерел, списування, втручання в роботу інших студентів кваліфікуються як прояви академічної недоброчесності.</p> <p><b>Відвідування занять</b> є важливою складовою навчання. Усі студенти зобов'язані відвідувати усі лекції, практичні та лабораторні заняття курсу, дотримуватися термінів виконання усіх видів робіт та індивідуальних завдань.</p> <p><b>Література.</b> Уся література, яку студенти не зможуть знайти самостійно, буде надана викладачем виключно в освітніх цілях без права її передачі третім особам. Студенти також заохочуються до використання інших літературних джерел, яких немає серед рекомендованих.</p> <p><b>Політика виставлення балів.</b> Враховуються бали набрані при поточному опитуванні, виконанні самостійних робіт, бали проміжкових та підсумкових тестування. Обов'язково враховуються активність студентів під час занять, своєчасність виконання поставлених завдань, не допускається списування та плагіат.</p>

<p><b>Питання до екзамену (чи питання до контрольної роботи)</b></p>	<p>Теми, які виносяться на екзамен:</p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Основні поняття теорії оптимізації, класифікація задач.</li> <li>2. Формулювання задач лінійного програмування (ЛП).</li> <li>3. Задачі цілочисельного(ILP) та мішано-цілочисельного лінійного програмування (MILP).</li> <li>4. Найпростіші задачі ILP та MILP у фінансах.</li> <li>5. Задача про планування короткотермінового грошового потоку.</li> <li>6. Задача про комбінаторні аукціони.</li> <li>7. Задача про розміщення центрів обслуговування.</li> <li>8. Розв'язування задач оптимізації засобами мови R.</li> <li>9. Розв'язування задач оптимізації в середовищі Python.</li> <li>10. Основні поняття багатокритеріальної оптимізації. Множина ефективних розв'язків. Оптимальність за Парето.</li> <li>11. Методи розв'язування задач багатокритеріальної оптимізації.</li> <li>12. Задача Марковіца. Портфель з безризикових та ризикових активів</li> <li>13. Найпростіші лінійні формулювання задач теорії портфеля.</li> <li>14. Оптимізація портфеля з використанням міри ризику CVaR</li> <li>15. Фондові індекси. Індексний портфель</li> <li>16. Кредитний ризик та оцінка кредитного рейтингу</li> <li>17. Модель дискримінантного аналізу Фішера.</li> <li>18. Побудова скорингових моделей методами ЛП</li> <li>19. Логістична регресійна скорингова модель</li> <li>20. Перевірка адекватності та порівняння скорингових моделей</li> </ol>
<p><b>Опитування</b></p>	<p>Анкет-оцінку з метою оцінювання якості курсу буде надано по завершенні курсу.</p>

## Схема курсу

### "Додаткові розділи фінансової математики"

Тижні	Лекції		Практичні заняття		Сам. робота
	Тема заняття	К-ть год.	Тема заняття	К-ть год.	К-ть год.
1	Основні поняття теорії оптимізації, класифікація задач. Формулювання задач лінійного програмування (ЛП).	2	ЛР 1 "Розв'язування задач управління активами і зобов'язаннями"	2	3
2	Задачі цілочисельного та мішано-цілочисельного лінійного програмування (ILP and MILP)	2			1
3	Найпростіші задачі ILP та MILP	2	Консультація з ЛР 1. Здача ЛР 1	2	3
4	Розв'язування задач оптимізації засобами мови R	2			2
5	Розв'язування задач оптимізації в середовищі Python	2	ЛР 2 "Розв'язування задач ILP та MILP"	2	4
6	Основні поняття багатокритеріальної Множина ефективних розв'язків. Опти-мальність за Парето.	2			2
7	Методи розв'язування задач багатокритеріальної оптимізації.	2	Консультація з ЛР 2. Здача ЛР 2	2	3
8	Задача Марковіца. Портфель з безризикових та ризикових активів	2			2
9	Найпростіші лінійні формулювання задач теорії портфеля	2	ЛР 3 "Лінійні задачі теорії портфеля"	2	4
10	Оптимізація портфеля з використанням міри ризику CVaR	2			2
11	Фондові індекси. Індексний портфель	2	Консультація з ЛР 3. Здача ЛР 3	2	4
12	Кредитний ризик та оцінка кредитного рейтингу	2	ЛР 4 "Реалізація моделей скорингового аналізу в Python"	2	3

13	Модель дискримінантного аналізу Фішера.	2			2
14	Побудова скорингових моделей методами ЛП	2	Консультація з ЛР 4. Задача ЛР 4	2	3
15	Логістична регресійна скорингова модель	2			2
16	Перевірка адекватності та порівняння моделей	2	Контрольна робота	2	2
<b>Всього</b>		<b>32</b>		<b>16</b>	<b>42</b>