ЛЬВІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ІМЕНІ ІВАНА ФРАНКА

Механіко-математичний факультет

Алгебри, топології та основ математики

кваліфікаційна (дипломна) робота магістра

на тему: «Прикладні задачі в шкільній математиці»

Виконала: студентка 6 курсу,

напряму підготовки (спеціальності)

МТОМз

Ярема М.Р.

Керівник доц. Бокало Б.М.

Рецензент_________________

Львів – 2021 року

Зміст

Вступ.. 3
Навіщо нам математика? 6
Що таке прикладна задача? Чим відрізняють задачі: прикладні і практичні?. . 7
Функції прикладних задач.. 8
Вимоги до прикладних задач 9
Поєднання математики з іншими науками 10
Уроки математики з уроками трудового навчання 13
Уроки математики з уроками географії 15
Уроки математики з уроками фізики 17
Уроки математики з уроками природознавства 22
Уроки математики з уроками економіки 23
Уроки математики з уроками історії 18
Прикладні задачі у реальному житті 28
Висновки 40
Список використаної літератури 41

ВСТУП

Слово «математика» походить від слова «вчитися».

Без математики сьогодні неможливо прожити на світі. Математика оточує нас кожного дня, але ми вже звикли до її пристуності, тому навіть не помічаємо цього. Числа оточують нас всюди. Без математики не обчислиш відстань між будинками, не дізнаєшся, скільки людей живе в країні і скільки продуктів потрібно купити, щоб приготувати певну страву. Математика – це одна з найважливіших наук у сучасному світі, хоч і багато людей не цінують її. Можна часто почути від учнів: «Нащо мені та математика?». А відповідь проста і всі ми знаємо її. Математика важлива в будь-якій професії.

Я спробувала пошукати в Інтернеті, що ж говорять учні про математику і мені сподобалось декілька їхніх цитат:

«Математика – цікава і необхідна в житті наука. Математику використовували ще в давні часи для складання календаря і підрахунку пори року.»

«Цифри з нами з самого нашого народження. Одразу після народження мамі вже повідомляють ріст і вага малюка. Потім дитина вчиться рахувати і порівнювати предмети за розміром і формою».

«Математика потрібна, для пригоування смачних страви, щоб порахувати потрібну кількість продуктів».

«Під час ремонту математика виявилась однією з найпотрібніших. Адже варто порахувати скільки потрібно шпалер, клею і фарби для наших кімнат по їх площі, для того щоб не переплатити зайвих коштів».

«Математика – це складова будь-якої професії. Її використовують економісти і бухгалтери, інженери і архітектори, музиканти та художники».

«Математику використовують для розкладу уроків або руху поїздів».

І справді це все дуже важливо. Якщо задуматись математика потрібна і для найважливіших професій. Математику використовують медики, військові, пожежники та інші представники професій.

Тепер математика є обов'язковим предметом на зовнішньому незалежному оцінюванні. Учнів це може лякати, проте якщо дійсно постаратись зрозуміти математику, а не завчити формули, як вірш, то й насправді не має нічого складного. Я спробую допомогти пояснити, що математика навкруги нас і що застосовування її може дуже спростити життя усім.

НАВІЩО НАМ МАТЕМАТИКА?

Спробую пояснити це за допомогою декількох пунктів.

1. Математика розвиває розумові здібності.

Математика допомагає розвинути певні здібності, а саме:

- аналітичні;
- дедуктивні;
- критичні;
- прогностичні.

Дана наука покращує можливості абстрактного мислення, здатність концентруватися, тренувати пам'ять і збільшувати швидкість мислення.

Якщо ж узагальнити, то скажемо, які інтелекнуальні навички зможе розвинути людина:

- Уміння узагальнювати.
- Уміння знаходити закономірності.
- Уміння логічно мислити і міркувати.
- Уміння грамотно і чітко сформульовувати думки, робити правильні висновки.
- Можливість логічно міркувати і приймати швидкі рішення.
- Здатність послідовно мислити.
- Поява навичок абстрактного мислення.

2. Математика створює порядок у думках та наяву.

Математика розвиває розумові якості, які є основою мислення. Перш за все – це логічні здібності. Логіка допомагає нам відслідкувати зв’язок між думками та різними мисленнєвими питаннями.

Саме математика впорядковує наш розум. Не дарма є вислів «на ясну голову», тобто повинен бути природній порядок в думках. На мою думку, без математики – це неможливо.

Без математики в усіх будемо спостерігати явище «каші в голові», тобто заплутаність міркуваннях та неможливість висловити свої думки.

3. Математика не дає вас обдурити

Математика – це рахунок. Кожен має вміти рахувати свої прибутки, свої кошти, вміти відстояти свою думку з можливістю її аргументувати.

Що ж спробуємо показати, де саме ми застосовуємо математику у повсякденному житті.

ЩО ТАКЕ ПРИКЛАДНА ЗАДАЧА? ЧИМ ВІДРІЗНЯЮТЬ ЗАДАЧІ: ПРИКЛАДНІ І ПРАКТИЧНІ?

Прикладна – це задача, яка зводиться до побудови математичної моделі, коли є всі математичні дані.

Прикладні задачі – це тип навчальних задач. Завдання задачі мають бути відповідні до програми навчального курсу. Зміст задачі має бути наближений до дійсності. Для розв'язування прикладних задач використовують практичні прийоми і методи.

Практична – це задача, дані для якої потрібно знайти самостійно, а дано лише питання.

Практичні задачі використовуються у таких навчальних предметах, як фізика, хімія чи біологія.

ФУНКЦІЇ ПРИКЛАДНИХ ЗАДАЧ

Прикладні задачі на уроці виконують кілька функцій. Задачі показують зв'язок між думками, логічним мисленням та викладом всього цього на папері або ж вголос. Задачі показують нам зв'язок між різними предметами.

Ми можемо зробити висновок, що прикладні задачі мають такі функції:

- **Освітня** – функція використання, якої спрямоване на систематизацію набутих знань учнями;
- **Розвиваюча –** функція, що вчить аналізувати результати, розуміти зміст понять, застосовувати ці поняття та знання на практиці;
- **Виховна –** функція, що допомагає зрозуміти важливість усіх предметів, тобто показує взаємозв'язки між шкільними предметами, та висвітлює зв'язок між теорією та практикою.

ВИМОГИ ДО ПРИКЛАДНИХ ЗАДАЧ

- Задача має бути з використанням реального змісту, що показує важливість здобутих математичний навичок.
- Задача має бути сформульована відносно шкільної програми. Та відповідати підручнику у таких критеріях, як: формулювання та метод розв’язування.
- Умова задачі має бути доступна, не вимагати додаткових роз’яснень.
- Числові дані мають справжніми та відповідати дійсним у практиці.
- Задача має бути змістовна та містити особистий досвід учнів.
- Задачі повинні містити в собі дані та ситуації різних суспільних тем: економіки, сільського господарства, будівництва, торгівлі, математичні приклади у різних професіях.
- Задачі дозволяють розв’язувати використовуючи обчислювальні прилади, оскільки числові дані наближені до реальних.

ПОЄДНАННЯ МАТЕМАТИКИ З ІНШИМИ НАУКАМИ

Для того щоб легше вивчати математику потрібно зрозуміти, наскільки вона важлива для вивчення інших предметів. Дуже важливим є проведення інтегровних уроків, тобто таких уроків де тісно показано міжпредметні зв'язки. Такі уроки допомагають усвідомити учням важливість кожного навчального предмета. Для того щоб порахувати скільки тканини потрібно купити, щоб пошити постіль або як правильно зробити викрійку для плаття. Математика потрібна, щоб порахувати відстань між перешкодами, при здаванні нормативів з фізкультури. Для того щоб порахувати відстань, яку потрібно пройти в горах, під час походу. Щоб визначити масштаб карти. Тобто насправді математика міститься у будь-якому шкільному предметі і не тільки. Зараз зможемо побачити як саме математика «розташовується» на інших шкільних заняттях.

Навчальний предмет	Завдання предмета	Математична складова
Фізика	Рівномірний рух, рівнозмінний рух	Арифметична прогресія, лінійна і квадратична функція
	Шлях при рівноприскореному русі, вільне падіння	Квадратні рівняння, графік квадратичної функції
	Закон додавання швидкостей	Рух за течією і проти течії, нерівності, алгебраїчні рівняння
	Переведення одиниць вимірювання швидкості, густини	Одиниці вимірювання часу і довжини, маси і об'єму

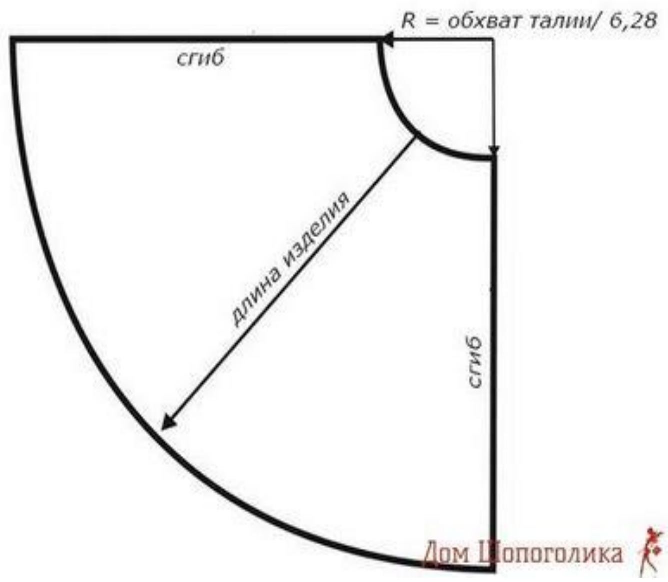
	Об’єм і маса тіл	Обчислення об’ємів
	Коефіцієнт корисної дії. Вологість повітря	Відсотки
	Паралельне з’єднування провідників,конденсаторів. Формула тонкої лінзи Ізохорний процес. Ізобарний процес.	Додавання дробів із різними знаменниками
	Залежність питомого опору металів від температури	Пряма пропорційність
	Правило важеля. Рух рідини по трубах.	Обернена пропорційність
	Правила Кіргофа для замкненого кола	Додавання додатних і від’ємних чисел
Хімія	Задачі на розчини та сплави.	Відсоткові розрахунки
	Задачі на змішування розчинів	Відсоткові розрахунки, алгебраїчні рівняння
	Відносна атомна маса елемента. Періодична таблиця Менделєєва	Округлення десяткових дробів
Географія	Приріст населення	Прогресії

Біологія	Розмноження живих організмів	Геометрична прогресія
Історія	Літочислення (до н.е. і н.е.), Задачі на час визначення тривалості, початку чи кінця події	Додавання чисел
Географія	Географічні координати (довгота, широта,рельєф, читання карт)	Вимірювання кутів Додатні і від’ємні числа
Економіка	Продуктивність праці	Системи нелінійних рівнянь
	Собівартість	Нерівності, геометрична прогресія
Астрономія	Карта зоряного неба	Вимірювання кутів
Музика	Ритмічне ділення	Звичайні дроби

УРОКИ МАТЕМАТИКИ З УРОКАМИ ТРУДОВОГО НАВЧАННЯ

Задача 1. Кравчині потрібно пошити на замовлення спідницю фасону «сонце» для дитини з обхватом талії 45 см? Приміткою до замовлення було: довжина спідниці — 30 см.

Розв'язання



Нам потрібно знати, викрійку яку має спідниця «сонце».

Довжина внутрішнього кола дорівнює 45 см, то його діаметр

AB = 45 : 3,14 = 14,3 (см).

Тоді діаметр зовнішнього кола

CD = 30 + 30 + 14,3 = 74,3 (см).

Оскільки тканину продають у вигляді квадратної або прямокутної форми, то уявимо, що це сторона квадрата, з якого потрібно виготовити відповідну викрійку, то його площа S = 0.6 м^2.

Відповідь: 0.6 м^2.

Задача 2. На складі є 38 м тканини. На пошиття піжами треба 4 м тканини, а на халат –3 м. Скільки можна пошити піжам і халатів цієї тканини?

Розв'язання

Є декілька способів розв’язання цієї задачі. Все залежить від того,яка ціль перед нами стоїть:

1) пошити приблизно однакову кількість піжам і халатів;

2) пошити максимальну кількість халатів і решту тканини використати на піжами;

3) пошити максимальну кількість піжам і решту тканини використати на халати.

1 спосіб:

1) $3 + 4 = 7$ (м) – потрібно тканини для пошиття халату і піжами;

2) $38 : 7 = 5$ (ост.3) – можна пошити піжам і халатів;

3) $5 \cdot 7 = 35$ (м) – тканини використали;

4) $38 – 35 = 3$ (м) – залишилось тканини і з неї можна пошити ще один халат.

Отже, можна пошити 5 піжам і 6 халатів.

Відповідь: 5, 6.

2 спосіб:

Якщо розв’язувати цю задачу з умовою, що нам потрібно використати всю тканину, то можемо побачити, що 38 не ділиться націло на 3, тому:

1) $38 – 4 = 34$ (м) – залишиться тканини, якщо пошити одну піжаму

34 теж не ділиться на 3, тому:

2) $34 – 4 = 30$ (м) – пошили ще одну піжаму

3) $30 : 3 = 10$ (шт) – кількість халатів

Отже, можна пошити 2 піжами і 10 халатів.

Відповідь: 2, 10.

3 спосіб:

Якщо розв’язувати цю задачу з умовою, що нам потрібно використати всю тканину, то можемо побачити, що 38 не ділиться націло на 4, тому:

1) 38 – 3 = 35 (м) – залишиться тканини, якщо пошити один халат;

35 теж не ділиться на 4, тому:

2) 35 – 3 = 32 (м) – пошили ще один халат;

3) 32 : 4 = 8 (шт) – кількість піжам.

Отже, можна пошити 8 піжам і 2 халати.

Відповідь: 8, 2.

УРОКИ МАТЕМАТИКИ З УРОКАМИ ГЕОГРАФІЇ

Задача 1. Масштабування місцевої карти 1 : 25 000. Знайти відстань між школою та стадіоном, якщо на карті вона становить 2 см?

Розв’язання

1 : 25000, тобто 1 см = 25000 см.

1) $2 \cdot 25000 = 50000$ (см)

2) 50000 : 10000 = 5 (км) – відстань на місцевості

Відповідь: 5 км.

Задача 2. Відстань між містами на карті з масштабом 1 : 10 000 000 дорівнює 4,5 см. Яка відстань між містами на місцевості?

Розв’язання

1 : 10 000 000, тобто 1 см = 10 000 000 см = 100 км на місцевості. Нехай відстань на місцевості дорівнює х.

Запишемо умову задачі у вигляді пропорції:

1 см – 100 км

4,5 см – x км

Відстань на місцевості прямо пропорційна відстані на карті, отже маємо пропорцію:

$1 : 4,5 = 100 : x$

$x = 4,5 \cdot 100$

$x = 450$

Відповідь: 450 км.

Задача 3. Відстань між Львовом та Києвом 650км. Яка відстань між цими містами на карті, масштаб якої 1:20 000?

Розв'язання

Оскільки масштаб карти – 1:20 000 то 1 см карти = 20 000 см = 0,2 км на місцевості. Нехай відстань на карті дорівнює x. Запишемо умову задачі схематично:

1 см – 0,2 км

x см – 650 км

Відстань на місцевості прямо пропорційна відстані на карті, отже маємо пропорцію:

$1 : x = 0,2 : 650$

$0,2 \cdot x = 650$

$x = 3250$

Відповідь: 3250.

Задача 4. Відстань між містами Перемишляни та Старий Самбір дорівнює 270 км. А відстань між цими містами на карті дорівнює 4,5 см. Знайти масштаб карти.

Розв'язання

Нам потрібно знайти скільки см на місцевості відповідають 1 см на карті. Нехай відстань на карті дорівнює x.

Схематична умова задачі:

4,5 см – 270 км

1 см – x км

Тепер складемо пропорцію:

$4{,}5 : 1 = 270 : x$

$4{,}5 \cdot x = 270$

$x = 270 : 4{,}5$

$x = 60$

Переведемо 60 км в см: 60 км = 6 000 000 см

Отже, 1 см на карті відповідає 6 000 000 см на місцевості.

Відповідь: 1 : 6 000 000.

УРОКИ МАТЕМАТИКИ З УРОКАМИ ФІЗИКИ

Задача1. Від Києва до Кривого Рогу 455 км. Водій їхав 1,5 години зі швидкістю 90 км/год. Потім він зробив зупинку на 30 хвилин, після цього поїхав далі зі швидкістю 80 км/год. Скільки всього йому знадобилось часу, щоб приїхати в Кривий Ріг?

Розв'язання

1) 90 · 1,5 = 135 (км) – проїхав до зупинки;

2) 455 – 135 = 320 (км) – залишилось проїхати;

3) 320 : 80 = 4 (год) – витратив на решту шляху.

4) 1,5 + 0,5 + 4 = 6 (год)

Відповідь: 6 годин.

Задача 2. Водієві необхідно подолати шлях з міста Великі Луки до Москви, протяжність якого 470 км. Машина витрачає 10 літрів на 100 км. Скільки потрібно буде бензину для подолання шляху до Москви і назад? Чому дорівнює вартість цієї поїздки, якщо 1 літра бензину коштує 32 гривні?

Розв’язання

1) 470 · 2 = 940 (км) – весь шлях;

2) 940 : 100 · 10 = 94 (л) – потрібно бензину;

3) 94 · 32 = 3008 (грн)

Відповідь: потрібно 94 літри бензину і вартість поїзки 3008 грн.

Задача 3. Під час першої поїзки далекобійник проїхав 250 км, під час другої поїздки в 2 рази більше, ніж під час першої поїздки, але на 30 км менше, ніж під час третьої. Скільки кілометрів він проїхав за три поїздки?

Розв’язання

1) 250 · 2 = 500 (км) – проїхав під час другої поїздки;

2) 500 + 30 = 530 (км) – проїхав під час третьої поїздки;

3) 500 + 530 + 30 = 1060 (км)

Відповідь: 1060 км водій проїхав за три поїздки.

Задача 4. Сім'я має автомобіль. За місяць тато проїхав 3000 км. Вартість бензину у Львові 34,5 грн за літр. Середня витрата бензину на 100 км складає 7 літрів. Скільки гривень витратив тато на бензину цього місяця?

Розв'язання

1) 3000 : 100 · 7 = 210 (л) – заправив бензину;
2) 34,5 · 210 = 7245 (грн)

Відповідь: тато витратив на бензину 7245 грн.

Задача 5. Визначити розміри циліндричної закритої банки, об'єм якої V см, щоб її повна поверхня була найменшою, тобто щоб витрати алюмінію на її виготовлення були найменшими.

Розв'язання.

Складемо математичну модель до задачі. Позначимо діаметр основи банки через x , а висоту через h. Тоді повну поверхню банки виражаємо формулою

$S = 2 \cdot \frac{1}{4}\pi x^2+\pi xh.$

Із формули об'єму банки виражаємо h через x: $V = \frac{1}{4}\pi x^2 h$

Функцію S подаємо через одну змінну x:

$S = 2\frac{1}{2}\pi x^2 + \pi x \cdot \frac{\pi x^3+8v}{2x}$, де $x \geq 0$.

Дослідимо цю функцію, на екстремуми

$S' = \frac{1}{2} \cdot \frac{(\pi x^3+8v)^1 x - x^{1}(\pi x^3+8v)}{x^2} = \frac{1}{2} \cdot \frac{\pi x^3-4v}{x^2}.$

$S' = 0;\ \frac{\pi x^3 - 4v}{x^2} = 0;$

$\pi x^3 - 4v = 0;$

$x = \sqrt[3]{\frac{4v}{\pi}};$

При $x < \sqrt[3]{\frac{4v}{\pi}}$, $S' < 0$, при $x > \sqrt[3]{\frac{4v}{\pi}}$, $S' > 0$.

В точці $x = \sqrt[3]{\frac{4v}{\pi}}$ функція S набуває мінімуму.

Отже, коли $x = \sqrt[3]{\frac{4v}{\pi}}$, то повна поверхня банки буде найменшою, при цьому $h = \sqrt[3]{\frac{4v}{\pi}}$, тобто висота банки дорівнює діаметру основи. Це означає, що коли осьовий переріз банки квадрат, то при заданому об'ємі витрата алюмінію на виготовлення банки буде найменшою.

Відповідь: $\sqrt[3]{\frac{4v}{\pi}}$ — діаметр основи і висота банки.

Задача 6. Радіус колеса одного автомобіля дорівнює 16 см, а радіус колеса другого автомобіля — 20 см. Під час руху колесо першого автомобіля обертається зі швидкістю 30 об/с, а колесо другого — 25 об/с. Який автомобіль першим подолає відстань у 100 км?

Розв'язання

Довжина кола колеса першого автомобіля дорівнює 100,48 см. Отже, за 1 с він долає відстань 100,48 · 30 = 3014,4 (см).

Довжина кола колеса другого автомобіля дорівнює 125,6 см. Отже, за 1 с він долає відстань 125,6 · 25 = 3140 (см).

Оскільки швидкість другого автомобіля більша за швидкість першого, то він першим подолає відстань 100 км.

Відповідь: Другий автомобіль.

Задача 7. Діаметр велосипедного колеса дорівнює 8 дм. Скільки обертів зробить колесо, якщо велосипед проїде 1км?

Розв'язання

Позначимо кількість обертів – n, за умовою задачі діаметр d = 8дм, а відстань, що проїде велосипед s = 1км. За один оберт колесо проїде c = d

c = 3,14 · 8дм = 25,12 дм = 2,512м

n = s : c = 1км : 2,512м = 1000 : 2,512 = 398 (обертів)

Відповідь: 398 обертів.

Задача 7. З двох сіл одночасно назустріч один одному виїхали дві вантажівки. Перша вантажівка рухалась зі швидкістю 30 км/год, що в 3 рази менше від швидкості другої вантажівки. Знайти відстань між селами, якщо вантажівки зустрілись через 4 год після початку руху.

Розв'язання

1 спосіб:

1) 30 · 3 = 90 (км/год) – швидкість другої вантажівки;
2) 30 + 90 = 120 (км/год) – швидкість наближення двох вантажівок;
3) 120 · 4 = 480 (км) – відстань між селами.

2 спосіб:

1) 30 · 3 = 90 (км/год) – швидкість другої вантажівки;
2) 30 · 4 = 120 (км) – проїхала перша вантажівка;

3) 90 · 4 = 360 (км) – проїхала друга вантажівка;
4) 120 + 360 = 480 (км) – відстань між селами.

Відповідь: 480 -км.

Задача 8. З міста до села виїхав мотоцикліст, і одночасно йому назустріч з села виїхав скутерист. Мотоцикліст їхав зі швидкістю 45 км/год, а скутерист – 20 км/год. Через 2 год вони зустрілися. Яка відстань між насесеними пунктами?

Розв'язання

1 спосіб:

45 · 2 = 90 (км) – проїхав мотоцикліст за 2 год;

20 · 2 = 40 (км) – проїхав скутерист за 2 год;

90 + 40 = 130 (км) – відстань між населеними пунктами.

2 спосіб:

45 + 20 = 65 (км/год) – швидкість обох транспортів;

65 · 2 = 130 (км) – відстань між населеними пунктами.

Відповідь: 130 км – відстань між населеними пунктами.

УРОКИ МАТЕМАТИКИ З УРОКАМИ ПРИРОДОЗНАВСТВА

Задача 1. Перед посівом соняшників у підприємців виникло питання щодо вибору найбільш врожайного сорту. Один з багатьох запропонованих сортів дає можливість виростити соняшники діаметром 30 см (у середньому), а другий — соняшники діаметром 20 см (у середньому). При цьому чисельність на 1 га рослин першого сорту вдвічі менша від чисельності на 1 га рослин другого сорту. Який сорт соняшнику вибрали підприємці? (Вважати, що густина наповнення і розмір насіння у соняшників однаковий).

Розв'язання

Нехай чисельність соняшників першого сорту дорівнює x штук на 1 га, тоді чисельність соняшників другого сорту дорівнює 2x штук на 1 га. Тоді площа, яку мають корзинки соняшників першого сорту, на 1 га дорівнює 706,5x см^2, а корзинки соняшників другого сорту — 628m см^2. Отже, підприємці вибрали перший сорт.

Відповідь: Перший сорт.

УРОКИ МАТЕМАТИКИ З УРОКАМИ ЕКОНОМІКИ

Задача 1. Від продажу товару з 1386 гривень одержано 10% прибутку. Знайти собівартість товару.

Розв'язання

Собівартість товару приймаємо за 100%. Вартість товару 1386 гривень при продажі становить 100% + 10% = 110% собівартості. Тоді собівартість дорівнює $\frac{1368}{110\%} \cdot 100\% = 1260$ (грн)

Відповідь: 1260 гривень.

Задача 2. Антикварний магазин купив два предмети за 255 гривень, потім продав їх, отримавши 40% прибутку. Скільки грошей отримав магазин після продажу цих предметів і скільки коштує магазину кожен, предмет, якщо за перший предмет було отримано 25% прибутку, а за другий 50%?

Розв'язання

Відсоток прибутку становить 40%. Отже, загальна сума виручки буде $1{,}4 \cdot 225 = 315$ (грн)

Нехай перший предмет купили за x гривень, тоді другий за (225-x) гривень. Від продажу першого предмета одержали 1,25x грн, за другий предмет отримали 1,5(225 - x) грн.

Складаємо рівняння:

$1{,}25x + 1{,}5(\ 225 - x\ ) = 315.$

Звідки одержимо $x = 90$, $225 – x = 135$.

Відповідь: 315 грн, 90 грн, 135 грн.

Задача 3.Через інфляцію ціни виросли на 30%. На скільки відсотків треба знизити ціни, щоб повернутися до початкових ?

Розв'язання

Нехай початкова ціна x гривень. Ціни виросли на 30 %, тобто на 0,3x грн.

Нова ціна стала $x + 0{,}3x = 1{,}3x$(грн).

Щоб повернутися до початкової ціни треба її знизити на 0,3x грн. Тобто $\frac{0{,}3x}{1{,}3x} \cdot 100\% = 23$ (грн).

Відповідь: 23%

Задача 4. Банк нараховує 10% річних. Якщо вкласти 2000 гривень, скільки буде через 2 роки?

Розв'язання

$A_n = A_o(1+ \frac{P}{100})^n$, де A_o=2000, n=2, p=10.

$A_2 = 2000(1+ \frac{10}{100})^2 = 2000 \cdot (\frac{11}{10})^2 = 2000 \cdot \frac{121}{100} = 20 \cdot 121 = 2420$ (грн)

Відповідь. 2420 гривень.

Задача 5. Робітник за зміну виготовляв 250 деталей, а тепер виготовляє 20 таких деталей. На скільки відсотків зросла його продуктивність праці?

Розв’язання

1 спосіб:

(270 : 250) · 100 = 108%

108% - 100% = 8%

Відповідь: на 8%.

2 спосіб:

270 – 250 = 20 (деталей)

$(20 : 250) \cdot 100\% = 8\%$

Відповідь: на 8%.

Задача 6. У січні робітник заводу одержав зарплату 6800 грн., а в лютому – на 8% більше, ніж у січні. Зарплата лютого становила 80% від зарплати березня. Скільки грошей одержав робітник за ці три місяці?

Розв'язання

6800 грн. – це 100%

А 1% це: $6800 : 100 = 68$ (грн)

8% це: $68 \cdot 8 = 544$ (грн)

Зарплата робітника у лютому становить: $6800 + 544 = 7944$ (грн)

$80\% = 80 : 100 = 0{,}8$

x (грн) – зарплата у березні

$0{,}8 \cdot x = 7944$

$x = 7944 : 0{,}8$

$x = 9930$

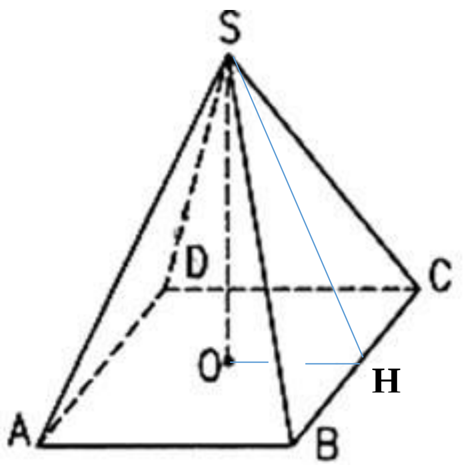
9930грн зарплата робітника у березні.

За три місяці робітник одержав: $6800+7944+9930=24674$ (грн)

Відповідь: 24674 грн.

УРОКИ МАТЕМАТИКИ З УРОКАМИ ІСТОРІЇ

Задача 1. Піраміда Хеопса спочатку мала висоту 147м. і займала площу 34225м^2. Скільки тонн речовини потрібно було для облицювання споруди, якщо на 1м^2 використовували її 160кг. Вважати, що це правильна чотирикутна піраміда.



Дано:

SO = 147 м.

S(ABCD) = 34225м^2.

1м^2 використовували 160кг речовини

Знайти: скільки тонн речовини потрібно.

Розв'язання

Потрібно знайти площу бічної поверхні, для того щоб знайти скільки потрібно речовини.

Скористаємось теоремою про площу бічної поверхні правильної піраміди:

Площа бічної поверхні правильної піраміди дорівнює половині добутка периметра основи на апофему.

$$S_{\text{біч}} = \frac{1}{2} P_{\text{осн}} \cdot l$$

Знайдемо сторону основи. Оскільки піраміда правильна, то в основі лежить квадрат. *S(ABCD)* = 34225м^2. Добудемо корінь. Це і буде наша сторона

$AB = BC = CD = AD = \sqrt{34225} = 185$ м.

Одразу обчислимо периметр основи, $P_{\text{осн}} = 185 \cdot 4 = 740$ м

$OH = \frac{1}{2}AB$, бо O – точка перетину діагоналей квадрата.

$OH = 92{,}5$ м

Обчислимо SH – апофему, за допомогою теореми Піфагора: $SH^2 = SO^2 + OH^2$

SH^2= 21609 + 8556,25

SH^2=30165,25

$SH \approx 174$ м

Шукаємо площу бічної поверхні:

$S_{\text{біч}}$=0,5 $\cdot 740 \cdot 174 = 64380$ м^2

Після того, як ми знайшли площу бічної поверхні, ми зможемо обчислити скільки речовини нам потрібно було для облицювання споруди

64380 · 160 = 10 300 800 кг

Переведемо кілограми у тонни: 1 т = 1000 кг.

10 300 800 : 1000 = 10300,8 т

Відповідь: 10300,8 т.

ПРИКЛАДНІ ЗАДАЧІ У РЕАЛЬНОМУ ЖИТТІ

Задача 1. Яку найбільшу кількість однакових букетів можна зробити з 320 лілій, 280 піонів і 200 троянд.

Розв'язання

Знайдемо найбільший спільний для усіх чисел.

НСД (320, 280, 200) = 2 · 2 · 2 · 5 = 40,

320 = 32 ·10 = 2 · 2 · 2 · 2 · 2 · 2 · 5

280 = 28 · 10 = 2 · 2 · 7 · 2 · 5

200 = 20 · 10 = 2 · 2 · 5 · 2 · 5

Можна зробити 40 букетів.

Відповідь: 40 .

Задача 2. З автобусної станції починаються три туристичні подорожі, перша з них має тривалість 30 діб, друга – 12 діб і третя – 15 діб. Коли автобуси повертаються на станцію, то одразу їдуть назад. Сьогодні автобуси виїхали у подорож. Через скільки діб вони знову разом поїдуть у подорож?

Розв'язання

НСК (30, 12, 15) = $3 \cdot 5 \cdot 2 \cdot 2 = 60$

$30 = 2 \cdot 3 \cdot 5$

$12 = 2 \cdot 2 \cdot 3$

$15 = 3 \cdot 5$

Через 60 діб автобуси знову вирушать у подорож.

Відповідь: 60 діб.

Задача 3. До магазину завезли 300 кг яблук і груш. Груш було у 5 разів менше ніж яблук. Скільки кілограмів яблук завезли до магазину?

Розв'язання

Нехай x кг груш завезли до магазину, тоді яблук завезли 5x кг. За умовою задачі до магазину завезли 300 кг яблук і груш.

Складемо і розв'яжемо рівняння:

$5x + x = 300$

$6x = 300$

$x = 300 : 6$

$x = 50$

Яблук у 5 разів більше, тобто 250 кг.

Відповідь: 250 кг.

Задача 4. У пароплаві, на якому розміщено 50 людей підготували шестимісні та чотиримісні шлюпки. Скільки було яких шлюпок, якщо всі люди можуть поміститись в 10 шлюпках? Вільних місць бути не має.

Розв'язання

Нехай було x 6-тимісних шлюпок, тоді (10 – x) – 4-місних. Відповідно у 6-місних шлюпках буде – 6x людей, а в 4-місних – 4(10 – x) людей. Всього було 50 місць .

Складаємо рівняння:

$6x + 4(10 - x) = 50$

$6x + 40 - 4x = 50$

$2x = 50 - 40$

$2x = 10$

$x = 5$

Отже, було 5 шестимісних і 5 чотиримісних шлюпки.

Відповідь: 5, 5.

Задача 5. У двох ящиках 53 кг яблук. Скільки яблук у кожному ящику, якщо в першому ящику на 5 кг більше яблук, ніж у другому?

Розв'язання

1) 53 – 5 = 48 (кг) – у двох ящиках порівну;

2) 48 : 2 = 24 (кг) – у ящику з меншою масою яблук;

3) 24 + 5 = 29 (кг) – у ящику з більшою масою яблук.

Відповідь: у ящиках 24 кг і 29 кг яблук.

Задача 6. З 0,3т свіжих яблук вийшло 57кг сушених. Скільки можна одержати сушених яблук з 210 кг свіжих?

Розв'язання

Короткий запис умови задачі:

0,3т свіжих яблук - 57кг сушених яблук

2,1т свіжих яблук - х кг сушених яблук

Величини, які виражають кількість сушених і свіжих яблук, перебувають у прямій пропорційній залежності. Звідси х буде в стільки разів більший від 57, у скільки разів 2,1 більше ніж 0,3.

Складаємо пропорцію:

$x : 57 = 2{,}1 : 0{,}3$

$x = 57 \cdot 2{,}1 : 0{,}3$

$x = 399$ (кг) – сушених яблук.

Відповідь: 399 кг.

Задача 7. Перший верстат виробляє 960 детале за 32 хв, а другий верстат - за 48 хв. За скільки хвилин ці верстати виготовлять 1000 деталей, якщо працюватимуть разом?

Розв'язання

960 : 32 = 30 (д.) – продуктивність праці за 1 хв першого верстата;

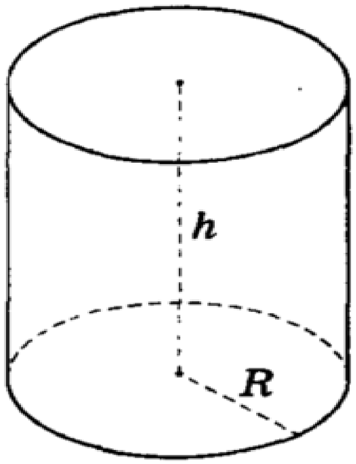
960 : 48 = 20 (д.) – продуктивність праці за 1 хв другого верстата;

1000 : (30 + 20) = 20 (хв) – час виготовлення верстатами 1000 деталей.

Відповідь: за 20 хв.

Задача 8. Знайдіть масу десятиметрової труби діаметром 1420 мм, яку зроблено зі стального листа завтовшки 22 мм. Маса 1 м^3 сталі 7600 кг.

Розв'язання



R_1 – радіус зовнішнього циліндра;

R_2 – радіус внутрішнього циліндра.

$V_1 = \pi R_1^2 H$,

$R_1 = \frac{1420}{2} = 710$(мм) = 0,71 (м)

$V_2 = \pi R_2^2 H$,

$R_2 = 0{,}71 - 0{,}022 = 0{,}688$ (м).

Тоді об'єм труби дорівнює:

$V = V_1 - V_2$,

$V = \pi R_1^2 H - \pi R_2^2 H = \pi H(R_1^2 - R_2^2) = \pi H(R_1 - R_2)(R_1 + R_2)$,

$V = 3{,}14 \times 10 \times 0{,}022 \times 1{,}442 \approx 0{,}996 \approx 1$ (м^3).

$M = 7600 \times 1 = 7600$ (кг) = 7,6 (т).

Відповідь: 7,6 т.

Задача 9. Мідна заготовка довжиною 270мм і діаметром 25мм витягується в дріт довжиною 75см. Знайдіть діаметр цього дроту.

Розв'язання

d_1 – діаметр заготовки,

h_1 – її довжина;

h_2 –довжина дроту;

d_2 – його діаметр.

$V_1 = \frac{\pi d_1^2 h_1}{4}$, $V_2 = \frac{\pi d_2^2 h_2}{4}$

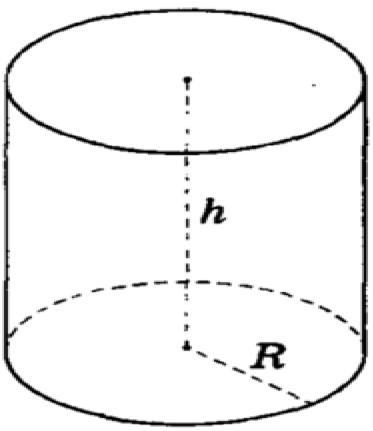
Оскільки $V_1 = V_2$, то

$d_2^2 = \frac{d_1^2 h_1}{h_2}$, $d_2 = d_1\sqrt{\frac{h_1}{h_2}}$. $d_2 = 25\sqrt{\frac{270}{7500}} = 15$ (мм).

Відповідь: 15 мм.

Задача 10. Мідний циліндр, радіус основи якого дорівнює 12 см, треба обточити так, щоб його маса стала вдвічі меншою. Якої товщини треба взяти мідний циліндр?

Розв'язання



Нехай радіус мідного циліндра дорівнює R, а стального – r, тоді $V = \pi R^2 H$,

$V_1 = \pi r^2 H$.

Оскільки маса циліндра стала вдвічі меншою, то

$\frac{V}{V_1} = 2, \frac{\pi R^2 H}{\pi r^2 H} = 2, \frac{R^2}{r^2} = 2,$

$r^2 = \frac{R^2}{2}$, $r = \frac{R}{\sqrt{2}}$,

$r = \frac{12}{\sqrt{2}} \times \frac{\sqrt{2}}{\sqrt{2}} = 6\sqrt{2}$(см).

$R - r = 12 - 6\sqrt{2} = 1208{,}58 \approx 3{,}5\ (см)$.

Відповідь: 3,5 см.

Задача 11. Рівносторонній циліндр розплавили і виготовили куб. як змінилася при цьому площа поверхні?

Розв'язання

За умовою H = 2R (циліндр – рівносторонній).

$V_ц = V_к$,

$V_ц = \pi R^2H = 2\pi R^3$,

$V_к = a$(a – довжина ребра куба),

$2\pi R^3 = a^3$, $a = \sqrt[3]{2\pi \times R}$.

$S_п = 2\pi R^2R + 2\pi RH$,

$S_ц = 2\pi R^2 + 4\pi R^2 = 6\pi R^2$,

$S_к = 6a^2$, $S_к = 6(3\sqrt[3]{2\pi})^2\ R^2$.

$$\frac{S_п}{S_к} = \frac{6\pi R^2}{6\sqrt[3]{4\pi^2}R^2} = \frac{\pi}{\sqrt[3]{4\pi^2}} = \sqrt[3]{\frac{\pi^3}{4\pi^2}} = \sqrt[3]{\frac{\pi}{4}} < L$$

Відповідь: Площа поверхні куба стала більшою.

Задача 12. 25 м стрічки завтовшки 0,1 мм намотали щільно на картонну трубку – отримали валик діаметром 1 дм. Який діаметр трубки?

Розв'язання

Площа поперечного перерізу валика дорівнює 25π см^2, стрічка заповнює площу 25 см^2, тому серцевина має площу 25(π – 1) см^2. Позначимо діаметр трубки — d (без стрічки); тоді з рівняння $\pi \frac{d^2}{4} = 25(\pi - 1)$

Отримуємо: $d = 10\sqrt{\frac{\pi-1}{\pi}}$ см $\approx$ 8,26 см.

Відповідь: 8,26 см

Задача 13. Знайдіть місткість сараю, який має форму прямокутного паралелепіпеда, з двопологим дахом і прямим кутом між кроквою, якщо довжина сараю a=12,5 м, ширина b=7,6 м, висота усього приміщення h=7,3 м.

Розв'язання

$V_c = a \cdot b \cdot c$, $\quad \mathbf{V}_c = 7{,}6 \cdot 12{,}5 \cdot 3{,}5 = 332{,}5\,(м^3)$.

Дах – трикутна призма, основою якої є прямокутний рівнобедрений трикутник. Тоді висота призми 12,5 м, довжина гіпотенузи основи 7,6 м, а висота, що проведена до гіпотенузи, дорівнює 7,3-3,5=3,8 (м)

$$V_Д = \frac{1}{2} 3{,}8 \cdot 2 \cdot 3{,}8 \cdot 12{,}5 = 180{,}5\ (м^3)$$

Тоді об'єм усього приміщення :

$V = V_Д + V_c$,

$V = 180{,}5 + 332{,}5 = 513\ (м^3)$.

Відповідь: 513 $м^3$

Задача 14. Силосна вежа має форму правильної восьмикутної призми, сторона основи якої дорівнює 2,9 м, висота призми 8,2м. Скільки тонн силосу може вмістити вежа? (Питома вага силосу 0,8)

Розв'язання

$a_8 = 2R\sin\frac{180^\circ}{8}$,

$a_8 = 2R\sin 22^\circ 30$,

$R = \frac{2{,}9}{2\sin 22^\circ 30} = \frac{2{,}9}{2\cdot 0{,}3827} = 3{,}7883 \approx 3{,}8$ (м)

$S_{осн} = \frac{1}{2}R^2\cdot n\sin\frac{360^\circ}{n}$,

$S_{осн} = \frac{1}{2}3{,}8^2\sin 45^\circ\cdot 8 = \frac{1}{2}\cdot\frac{\sqrt{2}}{2}\cdot 8\cdot 3.8^2 = 4\cdot 1.4\cdot 14.44 = 40.43(м^2)$

$V = S_{осн}\cdot H$,

H=8,2м,

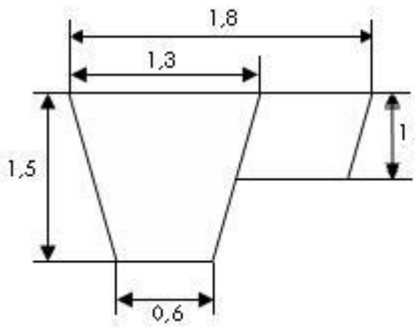
$V = 40{,}43\cdot 8{,}2 = 331{,}526\,(м^3)$

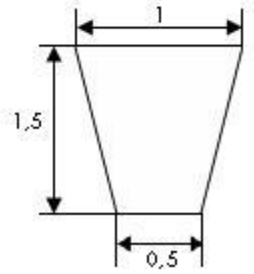
m=pV,

$m = 0{,}8\cdot 331{,}526 = 265{,}024 \approx 265(т)$

Відповідь: 265т

Задача 15. Скільки потрібно солдат для того, щоб викопати за 8 год. траншею довжиною 25м хід сповіщання такої самої довжини, враховуючи, що кожний солдат за годину має викопати 0,75м^3? Профіль траншеї і ходу сповіщання і розміри в метрах дані на рисунках.





Розв'язання

Одна частина траншеї має вигляд призми, основою якої є трапеція:

$V_1 = S_{ТР.} \cdot H$,

$V_1 = (1.3+0.6) / 2) \cdot 1.5 = 1.425($ м$^3)$,

V=1.42

5·25= 35.625(м^3).

Друга частина траншеї має вигляд призми, основою якої є паралелограм:

$V_2 = S_{ПАР.} * H$,

$S_{ПАР..} = (1.8 - 1.3) \cdot 1 = 0.5($м$^3)$,

$V_2 = 0.5 \cdot 25 = 12.5($м$^3)$.

Хід сповіщання має вигляд призми, в основі якої лежить трапеція:

$V_3 = S$тр. $\cdot H$,

$S_{ТР.} = ((1+0.5) / 2) \cdot 1.5 = 1.125$ (м^3),

$V_3 = 1.125 \cdot 25 = 28.125($м$^3)$.

$V = V_1 + V_2 + V_3$,

$V = 36.625+12.5+28.125 = 76.25($м$^3)$.

За 8 годин: 8·0.75 м^3= 6м^3, тоді 76.25 / 6=13(солдат).

Відповідь: Потрібно 13 солдат

Задача 16. На молокозаводі резервуар для молока складається з циліндра радіус основи якого 35см і півкулі з таким самим радіусом як і радіус основи циліндра. Щоб об'єм усього резервуара дорівнював 167 літрів, якої висоти повинна бути його циліндрична частина?

Розв'язання

Розглянемо резервуар –циліндр радіусом R і висотою H, його об'єм дорівнює V1= πR^2H.

Розглянемо півкулю, її об'єм дорівнює V=$\frac{2}{3}\pi R^3$

Об'єм резервуара дорівнює сумі об'ємів циліндра та півкулі.

V=$\pi R^2 H + \frac{2}{3}\pi R^3$;

πR^2H=V − πR^3,

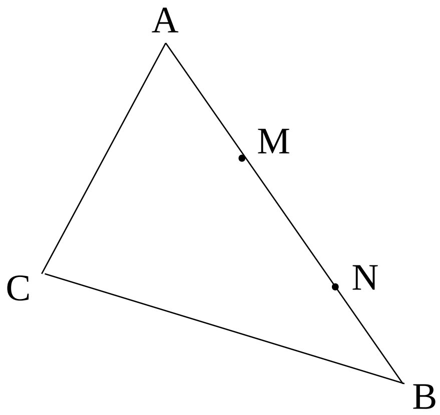
$\pi R^2 H = 167000 - \frac{85750 \cdot 3{,}14}{3} = \frac{501000 - 269255}{3} = \frac{231745}{3}$;

H=$\frac{231745}{3 \cdot \pi R}$;

$H = \frac{231745}{3 \cdot 3{,}14 \cdot 35} \approx 20$ (см)

Відповідь: 20 см.

Задача 17. На будівництві залізниці потрібно на ділянці AB прокласти тунель MN. Обчисліть довжину тунелю, якщо AB = 375м, CB = 400м, AM =73м, NB = 146м, $\angle C = 92°$.



Дано:

AB = 375м, CB = 400м,

AM = 73м, NB = 146м

Знайти: MN.

Розв'язання

Використовуючи теорему косинусів маємо:

$AB^2 = AC^2 + CB^2 – 2\ AC \cdot CB \cos C$

$AB^2 = 375^2 + 400^2 – 2 \cdot 375 \cdot 400 \cdot \cos 92°$

$\cos 92° = \cos(90°+ 2°) = \sin 2° = 0{,}349$

$AB^2 = 195925$

$AB \approx 443$м

$MN \approx 443 - (73 + 146) \approx 224$(м)

Відповідь: 224м.

ВИСНОВКИ

При використанні на уроках прикладних задач в учнів покращується уява і вони з легкістю можуть розуміти зміст задачі.

Задачі допомають дати відповідь на запитання: «Навіщо мені математика?».

Математика – потрібна наука в усіх сферах. Звичайно, що якщо ти будівельник, то не доведеться застосовувати інтеграли чи похідну функції, але потрібні будуть лінійні рівняння, пропорції і арифметика. І так в кожній професії, хочеш того чи ні, але кожен день ми зустрічаємось з математикою.

Метою моєї роботи було донести учням, що алгебра та геометрія кожен день оточує нас і не потрібно протестувати проти них та проти того, що ЗНО з математики тепер обов'язкове.

Підсумувавши все вище сказане, хочу запевнити: «Математика – не настільки складна наука, як нам здається». Адже ми всі зустрічаємось з нею завжди навіть не задумуючись про це. Я помітила одну особливість учнів, якщо ти просиш обчислити якийсь математичний вираз, то це займає декілька хвилин, але якщо перевести його в грошовий еквівалент, то часто учні справляються з ним за секунди часу.

З цього можна зробити зробити висновки, що практичне застосування математики та прикладні задачі даються учням краще, ніж чітко поставлена математична задача. Також своєю роботою я старалась показати, що математика є складовою всіх предметів в школі. І дуже цінно, якщо вчителі показують цей міжпредметний зв'язок, тоді не виникатиме питання цінності математики.

Дійсно, математика – це «цариця всіх наук» і без неї в сучасному світі нам не обійтись.

СПИСОК ВИКОРИСТАНОЇ ЛІТЕРАТУРИ

1. Бевз Г.П. Методика розв'язування алгебраїчних задач у 6 -8 класах. К. «Радянська школа» , 1975.

2. Збірник приклажних задач для 5-6-х класів «Математика навколо нас» – https://naurok.com.ua

3. Стельмах І. В. Екологічне виховання учнів на уроках математики. Математика в школах України, №30, 2004.

4. Формування життєвих вмінь та навичок учнів на уроках математики шляхом використання прикладних задач – https://schoolv.ucoz.ru

5. Математика в повсякденному житті людини – https://naurok.com.ua

6. Сисоєнко В.М. Розв'язування задач на відсотки. Математика в школах України, №№10, 11. 2006.

7. Панішева О.В. Зацікавимо учнів математикою. Математика в школах України, Jф35, 200б.

8. Саломатнікова О.М. Застосування похідної до розв'язування прикладних задач. Математика в школах України, №30, 2006.

9. Горох О.О. Комп’ютер на уроці математики. // Математика. – 2007. - № 2.

10. Зімановська А.А. Проведення практичних робіт з математики. // Вісник. – 2008.

11. Навіщо потрібна математика? – http://fizmat.ndu.edu.ua

12. Практичні роботи по геометрії у 5 класі. – http://www.uchportal.ru

13. Теоретичні основи проведення практичних робіт на уроках математики. – http://www. school3207.ucoz.ru

14. Г.М.Возняк. Взаємоз’вязок теорії з практикою в процесі вивчення математики. Київ. 1989р.

15. Практичне спрямування – http://mathematicsofstanislav.blogspot.com