Міністерство освіти та науки України
Львівський національний університет імені Івана Франка
Механіко-математичний факультет
Кафедра математичної економіки, економетрики, фінансової та актуарної математики

Магістерська кваліфікаційна робота

Застосування моделі Курно в мікроекономічному аналізі

Виконала
студентка групи МТЕМ – 61
спеціальності 111 – Математична економіка та економетрика
Зінчук Марія
Науковий керівник
канд. ф.-м. н., доц. Барабаш Г.М.

Львів – 2021

Зміст

Вступ 3

Розділ 1

1.1. Ігри в нормальній формі 4
1.2. Домінуючі стратегії 6
1.3. Рівновага за Нешем 7
1.4. Рівновага за Нешем в змішаних стратегіях 9
1.5. Ігри з нульовою сумою 12
1.6. Монополістична конкуренція 14
1.7. Модель дуополії Курно 19

Розділ 2

2.1. Модель 25

Висновки 32

Список використаної літератури 33

Вступ

Теорія некоаліційних ігор – це спосіб моделювання і аналізу ситуацій, в яких рішення кожного учасника залежить від його уявлень про гру опонента. Важливим моментом теорії вважається акцент на те, що гравці не повинні притримуватись довільних уявлень про гру опонентів. Навпаки, кожен гравець повинен намагатись передбачити гру супротивників, використовуючи свої знання правил гри.

Є два способи задання гри.

Перший–позиційна форма гри. Позиційна форма гри задає:

1) порядок ходів

2) альтернативи (вибір)

3) інформація (яку гравець має на кожному своєму ході)

4) виграші всіх гравців, як функцію вибраних ходів

Позиційну форму можна представити "деревом гри", яке розглядають як узагальнення дерева прийняття рішень, яке використовується в теорії прийняття рішень на випадок декількох гравців.

Другий – нормальна чи стратегічна форма, яка "сумує" позиційну гру в трьох елементах: множині гравців , множині стратегій кожного гравця і функцій виграшів, ставлячи у відповідність кожному набору стратегій гравців відповідні виграші гравців.

.

Розділ 1

1.1. Ігри в нормальній формі.

Означення

Гра в нормальній (стратегічній формі) - це трійка

$$\{I,\ S=\Pi_i\{S_i\}_{i\in I},\ ,\ u=(u_1,\ \ldots,u_n)\},$$

де $I=\{1,\ \ldots,\ n\}$ *- кількість гравців,* S_i *– кількість стратегій (ходів) доступних гравцю* $i = 1,\ldots, n$ *,* $u_i : S= \Pi_{i\in I}S_i \rightarrow R^1$ *– функція виграшів гравця i, яка ставить у відповідність кожному набору стратегій* $s = (s_1,\ldots,s_n)$ *виграш цього гравця.*

Стандартний приклад тут – дуополія Курно.

Стратегії – це ціни чи об'єми випуску, а виграші - це прибуток. Розглянемо випадок, коли I={1, 2} і кількість стратегій кожного гравця скінченна. В такому випадку гру можна зобразити:

$$\begin{array}{cc} & \begin{array}{ccc} S_2^1 & \quad\quad & S_2^{(K)} \end{array} \\ \begin{array}{c} s_1^1 \\ \vdots \\ s_2^{(M)} \end{array} & \begin{pmatrix} (a_{11}, b_{11} & \cdots & (a_{1K}, b_{1K}) \\ \vdots & \ddots & \vdots \\ (a_{M1}, b_{M1}) & \cdots & (a_{MK}, b_{MK}) \end{pmatrix} \end{array},$$

де $M = |S_1|$ - можливі стратегії гравця 1 ,

$K = |S_2|$ - можливі стратегії гравця 2 ,

$a_{mk} = u_1(s_1^{(m)}, s_2^{(k)})$, $b_{mk} = u_2(s_1^{(m)}, s_2^{(k)})$, $k = 1,\ldots, K$, $m = 1,\ldots, M$.

Цю гру можна представити у вигляді двох матриць (тому такі ігри часто називають біматричними) , елементами яких є a_{mk} і b_{mk} , відповідно.

Для гри з нульовою сумою двох гравців , такої , що

$u_1(s_1,s_2) = - u_2(s_1,s_2)$ для всіх $s_1 \in S_i$, i=1, 2, справедливо:

$$a_{mk} = - b_{mk}\ , \forall\ m, k\ .$$

Така гра задається лише однією матрицею $(a_{mk})_{m,k=1}$, тому такі ігри називаються матричними.

Змішана стратегія σ_1 – це ймовірнісний розподіл на множині чистих стратегій S_1. Рандомізація кожним гравцем своїх стратегій статистично незалежна від рандомізації його опонентів, а виграші, що відповідають набору змішаних стратегій, - це очікуване значення виграшів відповідних чистих стратегій.

Позначимо простір змішаних стратегій і- го гравця через Σ_i , а $\sigma_i(s_i)$ – ймовірність того, що вибирається стратегія σ_i. Якщо S_i – кінцева кількість чистих стратегій гравця і, то змішана стратегія $\sigma_i : S_i \rightarrow [0,1]$ ставить у відповідність кожній чистій стратегії $s_1 є S_i$ ймовірність $\sigma_i(s_i) \geq 0$ того, що її зіграють, причому $\Sigma_{Si}\ \sigma_i(s_i) = 1$.

Множина змішаних стратегій гравця і – це $(k_i – 1)$ мірний симплекс, де k_i – число чистих стратегій і-го гравця.

Виграш гравця і, відповідного набору стратегій σ визначається за формулою:

$$u_i(\sigma) = \sum_{s\, є\, S}\left(\prod_{j=1}^{n} \sigma_j(s_j)\right)u_i(s). \quad (1)$$

Важливо, що виграш і-го гравця є лінійна функція від ймовірності σ_i, а тому є неперервним. Чисті стратегії є виродженими змішаними стратегіями , присвоюючи ймовірність 1 даній чистій стратегії і ймовірність 0 - іншим.

Змішаним розширенням гри $\Gamma = \{I,S,u\}$ називається гра $\overline{\Gamma} = \{I,\Sigma,u\}$, де $\Sigma= \Pi_{i\, є\, I}\Sigma_i$, а $u(\sigma)$, де σ є Σ визначається рівністю (1).

1.2. Домінуючі стратегії.

Введемо позначення: нехай і є I, тоді s_{-i} є S_{-i} – набір стратегій гравців з $I\backslash\{i\}$, $(s_i`, s_{-i})$ – набір стратегій $(s_1, \ldots, s_{i-1}, s_i`, s_{i+1}, \ldots, s_n)$. Аналогічно для змішаних стратегій

$$(\sigma_i`, \sigma_{-i}) \text{ – це } (\sigma_1, \ldots, \sigma_{i-1}, \sigma_i`, \sigma_{i+1}, \ldots, \sigma_n).$$

Означення:

Чиста стратегія s_i гравця і в грі Г строго домінована, якщо існує інша чиста стратегія $s_i`$ така, що

$$u_i(s_i`, s_{-i}) > u_i(s_i, s_{-i}),$$

для всіх s_{-i} є S_{-i}.

В цьому випадку говорять, що стратегія $s_i`$ домінує стратегію $s_i$. Змішана стратегія $\sigma_i$ строго домінується в грі $\bar{\Gamma}$, якщо існує інша стратегія $\sigma_i`$ така, що $u_i(\sigma_i`, \sigma_{-i}) > u_i(\sigma_i, \sigma_{-i})$. Стратегія σ_i називається строго домінованою стратегією гравця і в грі $\bar{\Gamma}$, якщо вона строго домінує будь-яку іншу стратегію з Σ_i.

Приклад

Розглянемо гру:

$$\begin{array}{cc} & \begin{array}{cc} L \quad\quad\quad & \quad R \end{array} \\ \begin{array}{c} u \\ D \end{array} & \begin{pmatrix} (20,10) & (15,20) \\ (-100,20) & (40,30) \end{pmatrix} \end{array}$$

Очевидно, що тут стратегія L домінується стратегією R, а тому ситуація (D, R) являється хорошим кандидатом. Програш гравця 1 в ситуації (D, L) надто великий тому цілком можна допустити, що гравець 1 може не ризикнути грати стратегію D (припускаючи можливість випадкової помилки гравця 2).

1.3. Рівновага за Нешем

Означення

Набір стратегій $s = (s_1,\dots,s_n)$ *утворює рівновагу за Нешем (чи ситуація* $s = (s_1,\dots, s_n)$ *є рівноважною за Нешем) в грі* $Г=\{I,\{S_i\},\{u_i\}\}$*, якщо для* $\forall\ i= 1,\dots,n$: $u_i(s_i, s_{-i}) \geq u_i(s_i`, s_{-i})$,
$\forall\ s_i` \in S_i$.

Якщо окремий гравець самотужки вирішує відмовитись від вибраної стратегії, то він погіршить своє становище. В ситуації рівноваги за Нешем вибрана кожним гравцем стратегія є кращою відповіддю на стратегії, які дійсно грають суперники. В цьому є принципова відмінність від раціоналізації, яка випливає із загального знання про раціональність один одного і структури гри, і потребує лише, щоб стратегія гравців була кращою відповіддю на деяку гіпотезу про те, як його суперник буде грати. Рівновага за Нешем додає до вимог, щоб гравці були праві у своїх гіпотезах.

Розглянемо приклад, який відомий багатьом -“**Сімейна суперечка”.** Історія прикладу така. Він і Вона (незалежно) вирішують куди піти - на балет (Б) чи футбол (Ф). Якщо вони разом підуть на Ф, то Він отримає більше задоволення ніж Вона; якщо разом підуть на Б – то навпаки. Якщо вони опиняться в різних місцях, то вони не отримають жодного задоволення. Дана ситуація моделюється такою грою:

$$\begin{array}{ccc} & & \text{Вона} \\ & & \begin{array}{cc} \text{Ф} & \text{Б} \end{array} \\ \text{Він} & \begin{array}{c} \text{Ф} \\ \text{Б} \end{array} & \begin{pmatrix} (2,1) & (0,0) \\ (0,0) & (1,2) \end{pmatrix} \end{array}$$

Бачимо, що тут дві рівноваги за Нешем в чистих стратегіях – (Ф,Ф), (Б,Б). При повторенні такою суперечки сторони мають почергово вступати один одному.

Введемо багатозначне відображення “кращих відповідей”

$b_i : S_{-i} \to S_i$ (в грі Г):

$$b_i(s_{-i}) = \{s_i \epsilon S_i : u_i(s_i, s_{-i}) \geq u_i(s_i`, s_{-i}) \; \forall \; s_i` \epsilon S_i\}.$$

Тоді ситуація $(S_1,\ldots,S_n)$ є рівновагою за Нешем в грі Г, якщо s_i є $b_i(s_{-i})$ $\forall$ i= 1,…,n.

Чому ж потрібно займатись рівновагою за Нешем? Насправді, це одне з проблемних питань в теорії ігор.

1) Рівновага за Нешем, як послідовність раціональних висновків. Наслідок загального знання – це необхідність, щоб грати раціоналізуючи стратегії. Раціональність не обов’язково веде до правильності передбачення.

2) Рівновага за Нешем, як необхідна умова, якщо є єдиний передбачуваний результат гри.

Якщо гравці думають і розділяють думку про те, що існує очевидний спосіб зіграти гру, то це повинна бути рівновага за Нешем.

3) Фокальні точки.

Інколи стається так, що певний результат є тим, що Шеллінг називає фокальним результатом (двох людей просять назвати будь-яке місце зустрічі, і якщо їх вибір співпадає, то вони отримують виграш).

4) Рівновага за Нешем, як стійка соціальна угода. Певний спосіб грати в гру може виникнути з часом, якщо гра розігрується повторно і утворюється деяка стійка соціальна угода.

Якщо це так, то для гравців може бути очевидним, що ця угода буде мати підтримку. Ця угода стає фокальною точкою.

1.4. Рівновага за Нешем в змішаних стратегіях

Означення

Ситуація (набір змішаних стратегій) $\sigma = (\sigma_1, \ldots, \sigma_n)$ *є рівновагою за Нешем в грі* $\bar{\Gamma} = \{I, \{\Sigma_i\}, \{u_i\}\}$, *якщо* $\forall\ i = 1, \ldots, n$

$$u_i(\sigma_i, \sigma_{-i}) \geq u_i(\sigma_i`, \sigma_{-i}),\ \forall\ \sigma_i` \in \Sigma_i.$$

Запишемо теорему:

Нехай $S_i^+ \in S_i$ - множина чистих стратегій, які гравець i грає з додатною ймовірністю в ситуації $\sigma = (\sigma_1, \ldots, \sigma_n)$. Ситуація σ є рівновагою за Нешем в змішаному розширенні $\bar{\Gamma}$ гри Γ тоді і тільки тоді, коли для $\forall\ i = 1, \ldots, n$:

1) $u_i(\sigma_i, \sigma_{-i}) = u_i(\sigma_i`, \sigma_{-i})\ \ \forall\ s_i,\ s_i` \in S_i^+$
2) $u_i(\sigma_i, \sigma_{-i}) \geq u_i(\sigma_i`, \sigma_{-i})\ \ \forall\ s_i \in S_i^+,\ s_i` \notin S_i^+$.

Приклад

Розглянемо таку гру:

$$\begin{array}{cc} & \begin{array}{cc} A & B \end{array} \\ \begin{array}{c} A \\ B \end{array} & \begin{pmatrix} (1000,1000) & (0,0) \\ (0,0) & (100,100) \end{pmatrix} \end{array}$$

Очевидно, що ситуація (A,A) і (B,B) є рівновагою за Нешем (в чистих стратегіях). Знайдемо рівновагу за Нешем в змішаних стратегіях. Припустимо, що в такій рівновазі перший гравець грає змішану стратегію (p, 1-p), а другий – (q, 1-q), причому $p > 0$, $q < 1$.

Тоді, враховуючи дане припущення, ми отримуємо, що очікуваний виграш другого гравця від гри A є $1000p + 0(1\text{-}p)$, а від гри B є $100\cdot(1\text{-}p) + 0p$, а отже,

$$1000p + (1-p)\cdot 0 = 100\cdot(1-p) + 0\cdot p.$$

$$1100p = 100$$

$$p = \frac{1}{11}$$

Аналогічно $q = \frac{1}{11}$, $\begin{cases} \sigma_1 = \left(\frac{1}{11}, \frac{10}{11}\right) \\ \sigma_2 = \left(\frac{1}{11}, \frac{10}{11}\right) \end{cases}$.

Зауважимо, що згідно з теоремою в гравців у даному прикладі немає переваг відносно ймовірностей, які вони приписують своїм стратегіям. Ці ймовірності визначають необхідність зробити *іншого* гравця байдужим відносно *його* стратегії.

Повернемось до **"Сімейної суперечки"**.

Діючи так , як і у попередньому прикладі, ми отримуємо, що Вона граючи "Ф" отримує $1\cdot p + 0\cdot(1-p)$, а граючи "Б": $0\cdot p+2\cdot(1-p)$. Відповідно :

$$2\cdot(1-p) = p$$

$$p= \frac{2}{3}$$

Аналогічно він:

$$2\cdot q + (1-q)\cdot 0 = 0\cdot q+(1-q)\cdot 1$$

$$q= \frac{1}{3}$$

Отож: в змішаній рівновазі Він грає "Ф" з ймовірністю $\frac{2}{3}$, а Вона грає "Ф" з ймовірністю $\frac{1}{3}$, $\begin{cases} \sigma_1 = \left(\frac{2}{3}, \frac{1}{3}\right) \\ \sigma_2 = \left(\frac{1}{3}, \frac{2}{3}\right) \end{cases}$.

Твердження

В змішаному розширенні гри $\bar{\Gamma}$ будь-якої гри Γ з кінцевими множинами стратегій S_1 ,…, S_n існує рівновага за Нешем в змішаних стратегіях. Це твердження випливає з більш загального результату, так як в грі $\bar{\Gamma}$ множини стратегій гравців - симплекси у відповідному просторі R^n.

Теорема

Якщо для кожного $i = 1,…, n$:

1) S_i – непуста, опукла і компактна (в деякому просторі R^n)

2) $u_i(s_1, …, s_n)$ – неперервна по $(s_1, …, s_n)$, то в грі $\Gamma =\{I, \{S_i\}, \{u_i\}\}$ існує рівноваги за Нешем в чистих стратегіях.

Розглянемо приклад **“Голосування”.**

Нехай у нас є три гравці- 1,2,3 та три альтернативи – (A,B,C). Гравці голосують одночасно за одну із альтернатив. Простір стратегій S_i = {A,B,C}. Альтернатива, яка отримала більшість голосів перемагає. Якщо ні одна із альтернатив не отримує більшість, то вибираємо альтернативу А.

Функції виграшів:

$$u_1(A)=u_2(B)=u_3(C)=2$$

$$u_1(B)=u_2(C)=u_3(A)=1$$

$$u_1(C)=u_2(A)=u_3(B)=0$$

В цій грі три рівноважних результати (в чистих стратегіях) : (A,B,C). Тепер поглянемо на рівноваги: якщо гравці 1 і 3 голосують за А, то другий гравець не змінить результат, і голосує за В, то (А, В, А) – рівновага за Нешем.

1.5. Ігри з нульовою сумою

До числа достатньо простих і тому найбільше досліджених ігор відносяться ігри з нульовою сумою.

Згадаємо означення гри з нульовою сумою:

Гра Г = {I, $\{S_i\}$, $\{u_i\}$} називається грою з нульовою сумою, якщо для ∀s є S виконується умова $\sum_{i=1}^{n} u_i\,(s_1, \dots, s_n) = 0$.

Гра Г двох осіб з нульовою сумою також називається антагоністична.

В такій грі інтереси гравців діаметрально протилежні, оскільки $u_1(s_1, s_2) + u_2(s_1, s_2) = 0$. До такого типу антагоністичних ігор відносять гру «Орел і Решка». У цій грі кожний із двох гравців вибирає, незалежно від іншого, монетку, повернуту вверх або «Орлом», або «Решкою». Якщо вибір гравців різний, то гравець 2 платить гравцю один долар. Якщо вибір співпадає, то - навпаки. Матриця виграшів цієї гри:

$$\begin{array}{cc} & \text{“Орел”} \quad \text{”Решка”} \\ \begin{array}{c} \text{“Орел”} \\ \text{”Решка”} \end{array} & \begin{pmatrix} (-1, 1) & (1, -1) \\ (1, -1) & (-1, 1) \end{pmatrix} \end{array}$$

Цю гру називають матричною, так як виграші гравців повністю задаються матрицею виграшів першого гравця:

$$\begin{pmatrix} -1 & 1 \\ 1 & -1 \end{pmatrix}.$$

Гравець i вибирає *максимінну* стратегію, якщо ця стратегія є найкращою для нього в припущенні, що гравець j буде вибирати свою стратегію так, щоб максимально нашкодити гравцю i.

Означення:

Нехай Г – гра з нульовою сумою. Стратегія $s_1^* \epsilon S_1$ *є максимінною для гравця 1 , якщо:*

$$\min_{s_2 \epsilon S_2} u_1(s_1^*, s_2) \geq \min_{s_2 \epsilon S_2} u_1(s_1, s_2), \ \forall s_1 \epsilon \ S_1.$$

Стратегія $s_2^* \epsilon S_2$ *є максимінною для гравця 2 , якщо:*

$$\min_{s_1 \epsilon S_1} u_2(s_1, s_2^*) \geq \min_{s_1 \epsilon S_1} u_2(s_1, s_2), \ \forall s_2 \epsilon \ S_2.$$

Максимінна стратегія для гравця і є стратегією, яка забезпечує йому максимально гарантований виграш. Відповідно, максимінна стратегія гравця 1 вирішує задачу: $\max\limits_{s_1 \epsilon \ S_1} \min\limits_{s_2 \epsilon \ S_2} u_1(s_1, \ s_2)$.

Аналогічно максимінна стратегія гравця 2 вирішує задачу: $\max\limits_{s_2 \epsilon \ S_2} \min\limits_{s_1 \epsilon \ S_1} u_2(s_1, s_2)$.

Лема

Нехай Г = {{1, 2}, {S_i}, {u_i}} – гра з нульовою сумою, тоді $\max\limits_{s_2 \epsilon \ S_2} \min\limits_{s_1 \epsilon \ S_1} u_2(s_1, \ s_2)$ = - $\min\limits_{s_2 \epsilon \ S_2} \max\limits_{s_1 \epsilon \ S_1} u_1(s_1, \ s_2)$.

Дана лема показує, що знаходження максимального серед мінімальних виграшів гравця 2 еквівалентне знаходженню мінімуму серед максимальних виграшів гравця 1.

Теорема про мінімакс

Якщо < {1, 2}, {Σ₁, Σ₂}, {u₁, u₂} > - змішане розширення матричної гри, тоді

$$\max_{\sigma_1 \epsilon \ \Sigma_1} \min_{\sigma_2 \epsilon \ \Sigma_2} u_1(\sigma_1, \ \sigma_2) = \max_{\sigma_2 \epsilon \ \Sigma_2} \min_{\sigma_1 \epsilon \ \Sigma_1} u_1(\sigma_1, \ \sigma_2) \ .$$

Ця теорема фактично стверджує, що для довільної матричної гри існує рівновага за Нешем в змішаних стратегіях.

1.6. Монополістична конкуренція

Фірми, що мають монопольну владу, вибирають ціни та обсяги випуску так, щоб максимізувати свій прибуток. У багатьох галузях, де конкурують кілька фірм, кожна з них певною мірою володіє монопольною владою: вони можуть ставити ціну і вимагати за товар плату, яка перевищує граничні витрати.

Монополістична конкуренція (monopolistic competition) – тип структури ринку, який складається з багатьох маленьких фірм, які випускають диференційовану продукцію і характеризується вільним виходом на ринок і виходом з ринку.

Вперше поняття "monopolistic competition" ввів американський економіст Едвард Чемберлін.

Ринок монополістичної конкуренції та ринок досконалої конкуренції об'єднують два важливі аспекти: і в тому, і в іншому випадку на ринку присутня велика кількість фірм, а вихід на ринок нових фірм не обмежується. Відмінність від досконалої конкуренції полягає в тому, що товари за такої конкуренції є диференційованими: кожна фірма продає торгову марку або різновид товару, який відрізняється за якістю, привабливістю або репутацією, і кожна фірма є єдиним виробником свого власного бренду. Розмір монопольної влади фірми залежить від успіху її продукту. Ось лише деякі приклади ринків з монополістичною конкуренцією — ринок зубної пасти, миючих засобів чи кави.

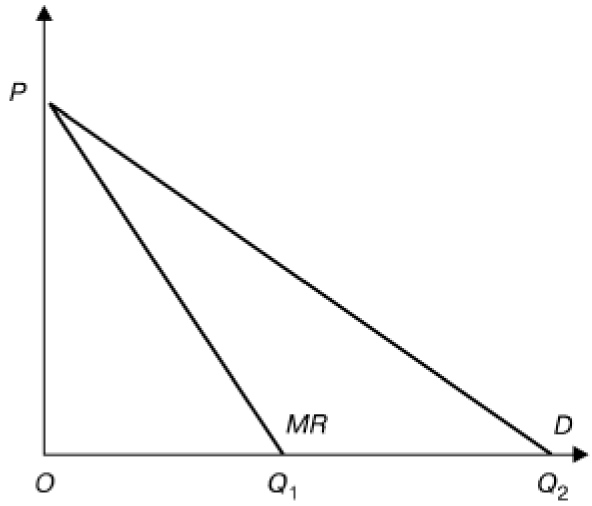
Ринок з монополістичною конкуренцією характеризується такими особливостями:

- Наявність безлічі продавців і покупців (ринок складається з великої кількості незалежних фірм та покупців);

- Вільний вихід на ринок і вихід з нього (відсутність бар'єрів, які стримують нові фірми від виходу на ринок чи перешкод на шляху вже існуючих фірм, які залишають ринок);
- Різноманітність продукції, яка пропонується конкуруючим фірмам. Причому вона може відрізнятися одна від однієї по різним властивостям;
- Досконала поінформованість продавців і покупців про умови ринку;
- Вплив на рівень цін, але в вузьких рамках.

Попит на продукцію відображає крива попиту, яка показує сумарний об'єм продукції, яку постачає фірма при кожному значенні ціни. Крива попиту на продукцію є спадною, але вона більш еластична ніж у фірми - монополіста, оскільки продавець в умовах монополістичної конкуренції зустрічається з відносно більшою кількістю конкурентів, які випускають товари-замінники. Чим більше конкурентів і слабша диференціація продукту, тим більше еластичнішою є крива попиту. В умовах монополістичної конкуренції крива граничного доходу (MR) розташована нижче кривої попиту (D) і її нахил буде становити половину кута нахилу лінії попиту. (рис.1)

Ціна,
граничний дохід

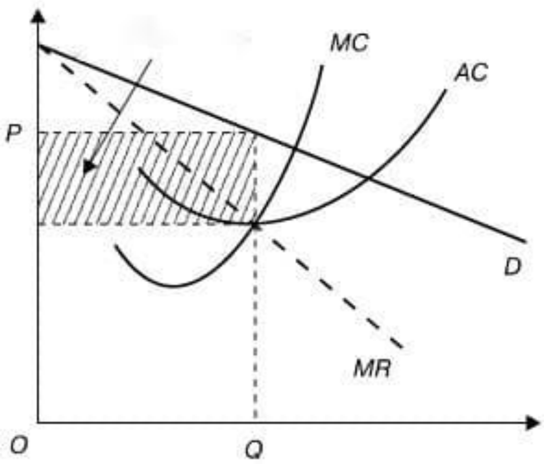


Об'єм випуску

Рис. 1 Попит на продукцію монополістичної фірми

В короткому періоді в умовах монополістичної конкуренції фірма, яка максимізує прибуток, буде прагнути до здійснення виробництва при такій комбінації ціни (OP) і об'єму випуску (OQ), яка вирівнює граничні витрати (MC) і граничний дохід (MR) . В цьому випадку фірма може отримати надприбуток. (рис. 2)

Ціна надприбуток



Об'єм випуску

Рис. 2. Рівновага монополістичної конкуренції

В довгому періоді максимізація прибутку передбачає такий об'єм випуску, при якому граничний дохід рівний довгостроковим граничним витратам. В довгому періоді надприбутки стимулюють нові фірми до виходу на ринок, що викликає зниження кривої попиту для вже існуючих фірм, так як зсуває криву попиту вліво. Це означає зменшення об'єму продаж при кожному рівні цін. Вхід нових фірм буде продовжуватись доти, поки додаткові прибутки не зникнуть. (рис.3).

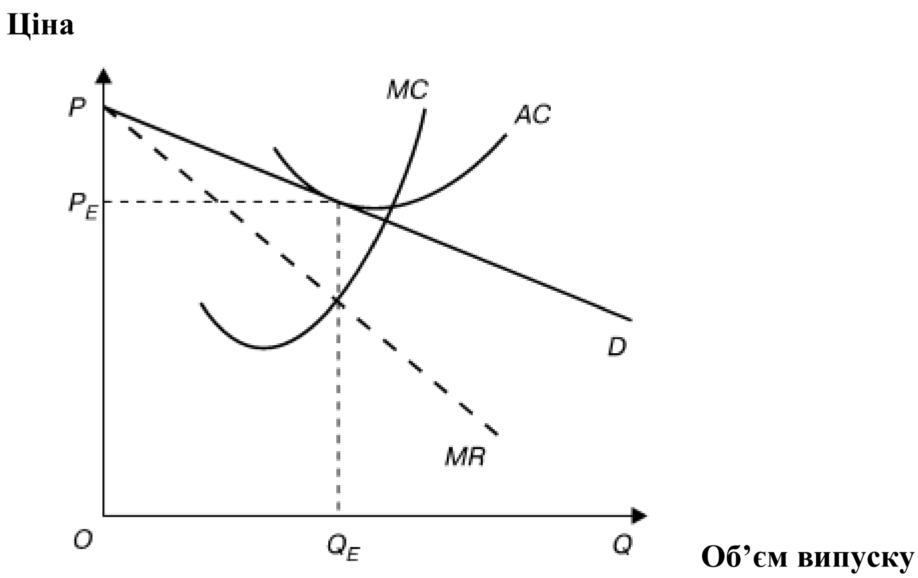


Рис.3. Тривала рівновага монополістичної конкуренції

Фірми максимізують прибуток при такій комбінації ціни (OP_E) і об'єму випуску (OQ_E) , коли граничні витрати дорівнюють граничному доходу. Однак в цьому випадку фірма отримує лише нормальний прибуток. В умовах монополістичної конкуренції фірма випускає менше продукту і реалізує його по більш високій ціні в порівнянні з досконалою конкуренцією. Оскільки крива попиту має від'ємний нахил, то вона дотикається до довготривалої кривої середніх витрат зліва від точки мінімуму кривої середніх витрат. Відповідно розмір випуску кожної фірми менший оптимального, в результаті чого на ринку утворюється надлишкова потужність.

Ринки досконалої конкуренції є привабливими, тому що вони економічно ефективні. До тих пір, поки зовнішні дії відсутні і ніщо не перешкоджає роботі ринку, загальний надлишок виробника та споживача настільки великий, наскільки можливо. Монополістична конкуренція певною мірою нагадує звичайну конкуренцію. Чи є вона ефективною ринковою структурою? Щоб відповісти на це питання, порівняємо довгострокову рівновагу у галузі з монополістичною конкуренцією з довгостроковою рівновагою у галузі з досконалою конкуренцією.

1. На відміну від досконалої конкуренції, за монополістичної конкуренції рівноважна ціна перевищує граничні витрати. Це означає, що цінність додаткової одиниці виробленої продукції споживача перевищує витрати виробництва цієї одиниці.

2. Монополістично конкурентна фірма діє в умовах надлишкових виробничих потужностей: її обсяги виробництва нижчі, ніж ті, які мінімізує середні витрати. Через вихід на ринок нових фірм прибуток прямує до нуля, як на ринку досконалої конкуренції, так і на ринку монополістичної конкуренції. На абсолютно конкурентному ринку крива попиту кожної фірми горизонтальна, тому нульовий прибуток має місце у точці мінімальних середніх витрат. Однак на ринку з монополістичною конкуренцією крива попиту має низхідний нахил, так що точка нульового прибутку перебуває ліворуч від точки мінімальних середніх витрат. Надлишкові виробничі потужності неефективні, оскільки середні витрати були б нижчими у разі більшої кількості фірм.

Для споживачів така неефективність невигідна. У такому разі , чи не варто оголошувати монополістичну конкуренцію суспільно небажаною ринковою структурою, яка підлягає регулюванню?

Відповідь буде негативною через дві наступні причини:

1. У більшості ринків з монополістичною конкуренцією ринкова влада окремої фірми невелика. Зазвичай на них конкурує значна кількість фірм із товарами, які у принципі можуть заміняти один одного, так що жодна фірма не має суттєвої ринкової влади. Отже, чисті втрати від ринкової влади будуть невеликими. А оскільки криві попиту фірм досить еластичні, надлишок потужностей також виявиться незначним.
2. Неефективність компенсується важливою перевагою, що забезпечує монополістична конкуренція: товарною диференціацією.

Більшість споживачів цінують можливість вибору з широкого спектру товарів, що конкурують, і торгових марок, які так чи інакше відрізняються один від одного. Вигоди від товарної диференціації можуть виявитися величезними та переважити витрати неефективності, що виникають через низхідні криві попиту.

1.7. Модель дуополії Курно:

Припустимо, що дві фірми $i = 1,2$ виробляють однорідний продукт, q_1 і q_2 – об’єми виробництва цього продукту. Зворотня функція попиту має вигляд

$$P(Q) = a - Q, \text{ при } Q < a$$

де $$Q = q_1 + q_2, (P(Q) = 0, \text{ при } Q \geq a).$$

Функція витрат $C_i(q_i) = cq_i (c < a)$.

Фірми вибирають q_i одночасно і незалежно. Тут два гравці, стратегії $S_i=[0; +\infty)$. (В дійсності жодна фірма не буде виробляти $q_i > a$).

Фірми максимізують свої прибутки:

$$\pi_i(q_i,q_j)=q_i(P(q_i+q_j) - c)= q_i[a-(q_i+q_j)-c].$$

Якщо пара (q_i^*,q_j^*) - рівновага за Нешем, то q_i^* вирішує задачу

$$max\ \pi_i(q_i,q_j^*).$$

Припустимо, що $q_j^* < a\text{-}c$, тоді $q_i = \frac{1}{2}(a- q_j^*-c)$.

Тоді

$$\begin{cases} q_1^* = \frac{1}{2}(a - q_2^* - c) \\ q_2^* = \frac{1}{2}(a - q_1^* - c) \end{cases} \rightarrow q_1^* = q_2^* = \frac{a-c}{3}$$

Звернемо увагу, що монопольний випуск був би $\frac{a-c}{2}$. При дослідженні дуополії Курно важливу роль відіграють функції кращих відповідей (криві реагування) – це функції вигляду :

$$R_2(q_1) = \frac{1}{2}\ (a-q_1-c)$$

$$R_1(q_2) = \frac{1}{2}\ (a-q_2-c).$$

Таким чином, $R_i(q_j)$ – це об’єм випуску і-ї фірми, максимізуючи її прибуток, при умові, що j-я виробляє q_j. (рис. 4)

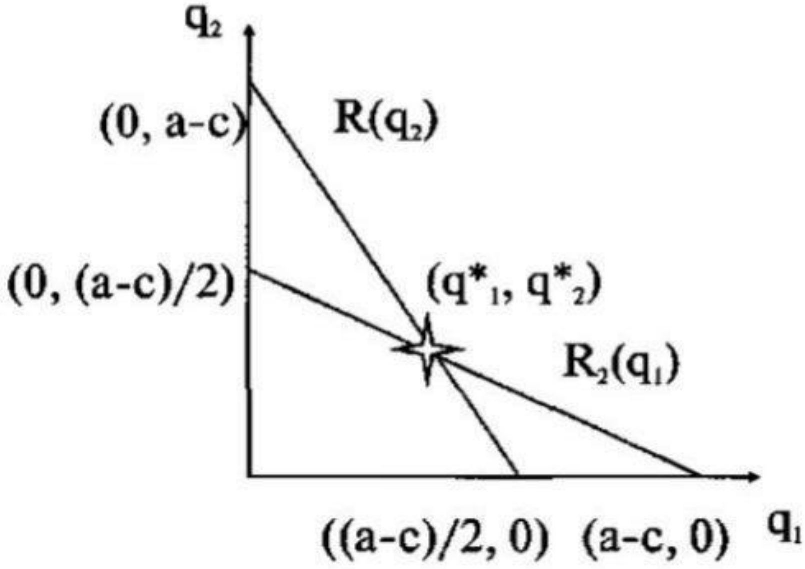


Рис.4

Точка перетину кривих кращих відповідей визначає рівновагу Курно, рівновагу Неша в моделі дуополії Курно.

Припустимо, що гравці пробують передбачити гру своїх противників, "використовуючи свій попередній досвід". Ця ідея походить ще до Курно, який розглядав своєрідний динамічний варіант знаходження рівноваги. При цьому гравці вибирали об'єм випуску по черзі як кращу відповідь, виходячи із вибору супротивника на попередньому кроці, припускаючи ("гіпотеза Курно"), що він (супротивник) залишить свій об'єм випуску без змін.

Точніше, якщо перший гравець робить хід в період 0 і вибирає q_1^0, то випуск другого гравця в період 1 є $q_2^1 = r_2(q_1^0)$, де $r_2(q_1^0)$ – функція кращого вибору другого гравця. Тоді

$$q_1^2 = r_1(q_2^1) = r_1(r_2(q_1^0)).$$

Якщо цей процес збігається до (q_1^*, q_2^*) , то q_2^* = $r_2(q_1^*)$ і q_1^* = $r_1(q_2^*)$, де (q_1^*, q_2^*) – рівновага Неша. Якщо процес збігається до деякого стану

($\overline{q_1}$, $\overline{q_2}$) для будь – якого початкового стану, достатньо близького до нього , то кажуть , що стан ($\overline{q_1}$, $\overline{q_2}$) – асимптотично стійкий.

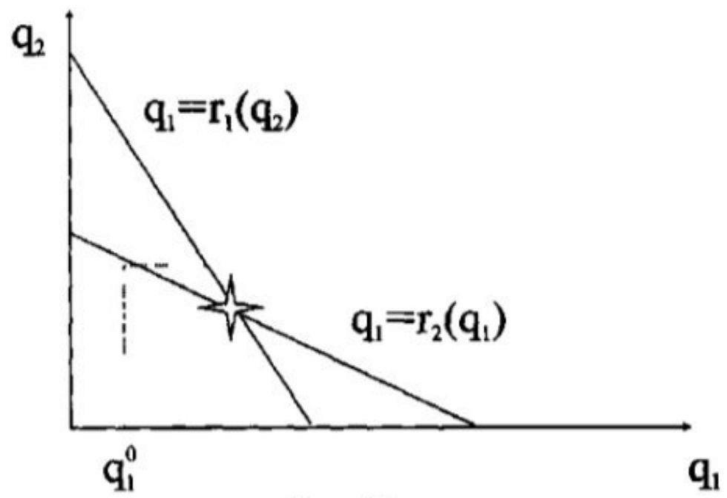


Рис.5

В загальному випадку, малюнок може бути більш складним.

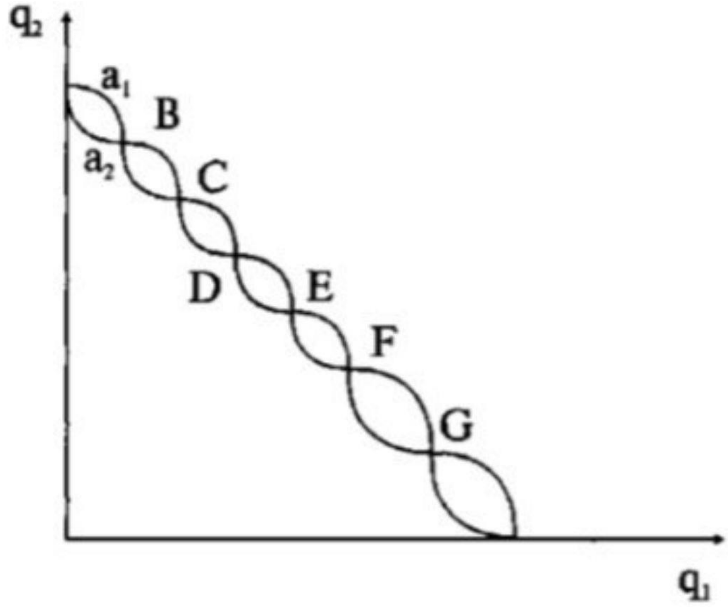


Рис.6

Розділ 2

У роботі розглянемо аналіз моделей олігополії Курно де кожен з конкурентів має можливість використовувати кілька заводів. Особливість полягає в тому, що передбачається, що кожна фірма керує кількома заводами, що можуть працювати окремо або в комбінації. Нехай кожна фірма має два заводи з різними обмеженнями потужності, тобто у кожного є три варіанти вартості, третій – запуск обидвох заводів, розподіляючи навантаження за принципом рівних граничних витрат. Як наслідок, функції граничних витрат поділяються на три компоненти, що не перетинаються, тому реакція функціонує.

Економісти вже багато років цікавляться моделями олігополії. Процес динамічного коригування, запропонований Курно , лінійна модель, яка завжди збігається до єдиної рівноваги (пізніше названої рівновагою Курно). Деякі автори запропонували дуопольні ігри, що характеризуються кусково-гладкими або навіть розривними функціями реакції. У цих випадках, динамічний аналіз може включати виникнення так званих біфуркацій прикордонного зіткнення, які пов'язані з перетином точок рівноваги або циклів через множини, де динамічна система не є диференційованим. Ці роздвоєння можуть викликати раптові перемикання стабільності та зникнення циклів.

Були моделі дуополії Курно з нестійкими рівновагами та розривами, коли може виникнути мультистабільність. Наприклад, випадок з кусково-лінійною функцією попиту типу Робінсона, де еластичність різко зросла при зниженні ціни. Тоді функція граничного доходу стає переривчастою зі стрибками, і відповідна функція реакцій також переривчаста. Більше того, функції реакції можуть перетинатися в кількох точках, рівновагах Курно, що призводить до мультистабільності.

Паландер розробив випадок, коли кожна фірма може керувати кількома виробничими підприємствами, деякі з яких придатні для невеликого виробництва (низькі витрати фірми, високі граничні витрати), інші придатні для великомасштабного виробництва (високі витрати на встановлення, низькі граничні витрати). У цьому випадку функція граничних витрат була переривчаста, і, знову ж таки, може виникнути багатостабільність. Паландер заснував своє дослідження на лінійних функціях.

Однак краще пропустити лінійний формат, використовуючи ізопружну функцію попиту та нелінійні функції вартості з вбудованими обмеженнями потужності.

У нашій моделі ми припустимо, що кожна фірма має два заводи. Однак, фірми можуть керувати кожним з заводів окремо, або обидві в комбінації розподіляючи виробництво між заводами за принципом рівних граничних витрат. Фірми фактично мають три варіанти витрат, і як правило, обраний варіант залежить від обсягу. Припустимо, ми можемо класифікувати заводи відповідно до їх оптимального масштабу роботи: при малому випуску буде обраний масштабний завод, зі збільшенням виробництва вибір переміститься до заводу, який підходить для більшого виробництва, і в кінцевому результаті обидва заводи будуть використовуватися, комбінація представляє найбільший масштаб з усіх.
Розглянемо таку функцію короткострокових витрат:

$$C(q) = \begin{cases} 0, & \text{якщо } q \leq 0 \\ as_i + c\frac{k_i q}{k_i - q}, & \text{якщо } q > 0 \end{cases} \qquad (1)$$

де a, c, k_i, s_i задані додатні параметри.

Параметр s_i зображає витрати на «налагодження» або час введення заводу в експлуатацію. Вони можуть бути спільною частиною для всіх заводів (наприклад, витрати на електроенергію) та деяка конкретна вартість для кожного заводу, яка збільшується з її розміром (якщо $k_i > k_j$, тоді слід очікувати, що $s_i > s_j$). Для зручності вводимо додатній параметр a, який може змінюватися так, щоб усі витрати на встановлення були одночасно пропорційно різноманітні. Другий параметр представляє змінні витрати і сягає нескінченності коли q → k_i (це призводить до обмеження ємності k_i). Постійна функція віддачі від масштабу виробництва не підійде.

Для простоти розглянемо динаміку між двома фірмами, яка характеризується обмеженою раціональністю. Зокрема, розглядаємо коли фірми максимізують лише прибуток з першого періоду. Крім того, як зазначено вище, ми будемо вважати, що обидві мають однаково три варіанти виробництва .

Це приводить нас до вивчення двовимірної моделі з розривами, яка має як зростаючі, так і спадні стрибки. Деякі результати, вже відомі для неперервного випадку, такі як співіснування кількох стабільних циклів, можна поширити на розривний. Зовсім відмінними є також результати з точки зору глобального аналізу структури басейнів. Як ми побачимо, ми отримуємо співіснування різних типів стабільних циклів і навіть ситуацій, в яких немає окремого нестабільного циклу, конкретна ситуація, яка може виникнути лише з розривними системами.

Вводимо модель, розглядаючи простий випадок двох ідентичних фірм (які використовують ідентичні заводи з точки зору меж потужності) і виводимо реакційні функції дуополістів.

2.1.Модель

Оскільки ми обмежуємо наш аналіз випадком дуополії, позначимо через x та y результати, отримані дуополістами. Розглянемо одну фірму, з обсягом виробництвом x. Припускаємо, що два заводи (виробляють x_1 і x_2 відповідно) обмеженої потужності k_1 і k_2, з $k_2 > k_1$. Очевидно, що в одній фірмі обидва заводи можуть працювати одночасно, розподіляючи навантаження на виробництво за принципом рівних граничних витрат. Очевидно

$$x = x_1 + x_2$$

Тоді , мінімізуючи загальні витрати виробництва

$$C(x_1,x_2) = C(x_1)+C(x_2)$$

Використовуючи функцію (1) короткострокових витрат, отримаємо

$$C(x_1,x_2) = as_1 + c\frac{k_1x_1}{k_1-x_1} + as_2 + c\frac{k_2x_2}{k_2-x_2} \qquad (2)$$

відносно x_1, x_2 і фіксованого x, отримуємо

$$\begin{cases} \dfrac{\partial C}{\partial x_1} = 0 \\ \dfrac{\partial C}{\partial x_2} = 0 \end{cases}$$

$$\begin{cases} x_1 = \frac{k_1}{k_1+k_2} x \\ x_2 = \frac{k_2}{k_1+k_2} x \end{cases},$$

який, при підстановці назад у (2), дає

$$C(x) = a(s_1 + s_2) + c\,\frac{(k_1+k_2)x}{(k_1+k_2)-x}\,.$$

Позначимо цю функцію $C_3(x)$, і визначимл $k_3 = (k_1 + k_2)$, $s_3 = (s_1 + s_2)$ - у нас автоматично працює «третій завод». Варіанти для фірми такі:

$$C_i(x) = as_i + c\frac{k_i x}{k_i - x}; \quad i = 1,2,3 \qquad (3)$$

з $k_3 = (k_1 + k_2) > k_2 > k_1$. Як ми бачимо, вибір між трьома варіантами залежить від загальних витрат. Завод з більш високим річним запасом потужності передбачає більш високі витрати на встановлення та нижчі змінні витрати, тому він може бути оптимальним для отримання високого рівня продукції. Більше того, деякі рівні продукції можна виробляти лише з використанням технологій більш високого запасу потужності. Зокрема, якщо фірма хоче виробляти більше ніж k_1, вона не може використовувати нижню межу потужності заводу, тоді як для виробництва вище (k_2) доступний лише варіант більшого обмеження потужності. Графічно ситуація показана на рисунку 7, де x^* є випуск продукції, на який витрати на два заводи працювали окремо.

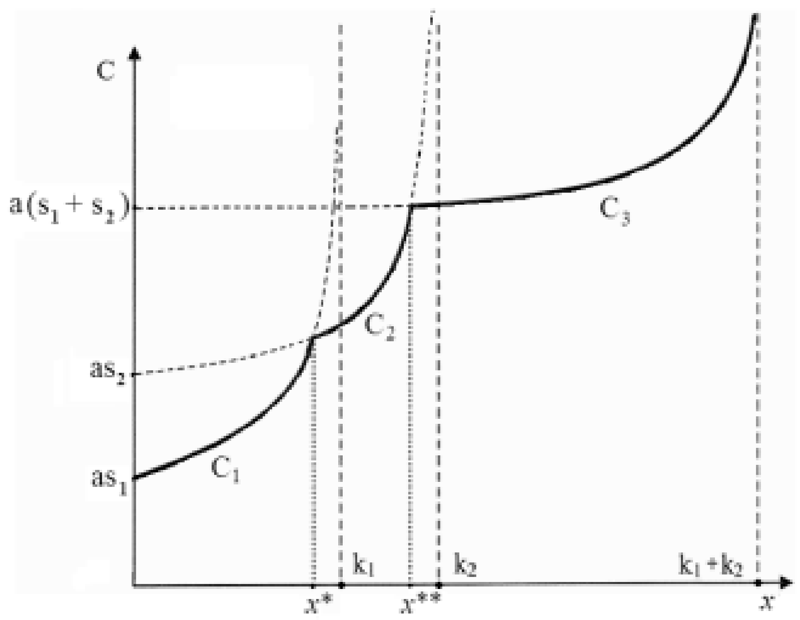


Рис.7

Функція загальних витрат, що відповідає технології нижньої межі потужності, характеризується нижчим значенням витрат на облаштування, тоді як вона дуже швидко зростає з виробництвом, оскільки змінні витрати дуже високі.

Розв'яжемо рівняння

$$C_1(x^*) = C_2(x^*)$$

$$as_1 + c\frac{k_1x^*}{k_1 - x^*} = as_2 + c\frac{k_2x^*}{k_2 - x^*}$$

Отримаємо

$$x^* = \frac{a(k_1 - k_2) - \sqrt{a^2(k_1 + k_2)^2 - 4ak_1k_2\left[a - c\frac{k_1 - k_2}{s_1 - s_2}\right]}}{2\left[a - c\frac{k_1 - k_2}{s_1 - s_2}\right]} \qquad (4)$$

Аналогічно x^{**} означає випуск, для якого витрати на використання окремого заводу більшої потужності виходять з обрахунків при використанні обох заводів у комбінації, заданих розв'язком $C_2(x^{**}) = C_3(x^{**})$, так що отримуємо його з (4) підстановки k_1; k_2; s_1 і s_2 з k_2; k_3; s_2 і s_3; відповідно. Визначимо наступні інтервали для кількості продукту: $J_1 = [0, x^*], J_2 = [x^*, x^{**}], J_3 = [x^{**}, k_3]$.

Якщо оптимальний вибір величини x належить J_i, то застосовується $C_i(x)$. Підсумовуючи, функція витрат задається формулою:

$$C(x) = \left\{ C_i(x) = as_i + c\frac{k_i x}{k_i - x} \right. \text{ якщо } x \in J_i, \qquad i \in \{1,2,3\} \quad (5)$$

Три різні функції загальних витрат породжують три різні функції граничних витрат:

$$MC(x) = \left\{ MC_i(x) = \frac{dC_i(x)}{dx} = c\frac{k_i^2}{(k_i - x)^2} \right. \text{ якщо } x \in J_i, \quad i \in \{1,2,3\} \qquad (6)$$

Графіки цих функцій побудовані на рисунку 8.

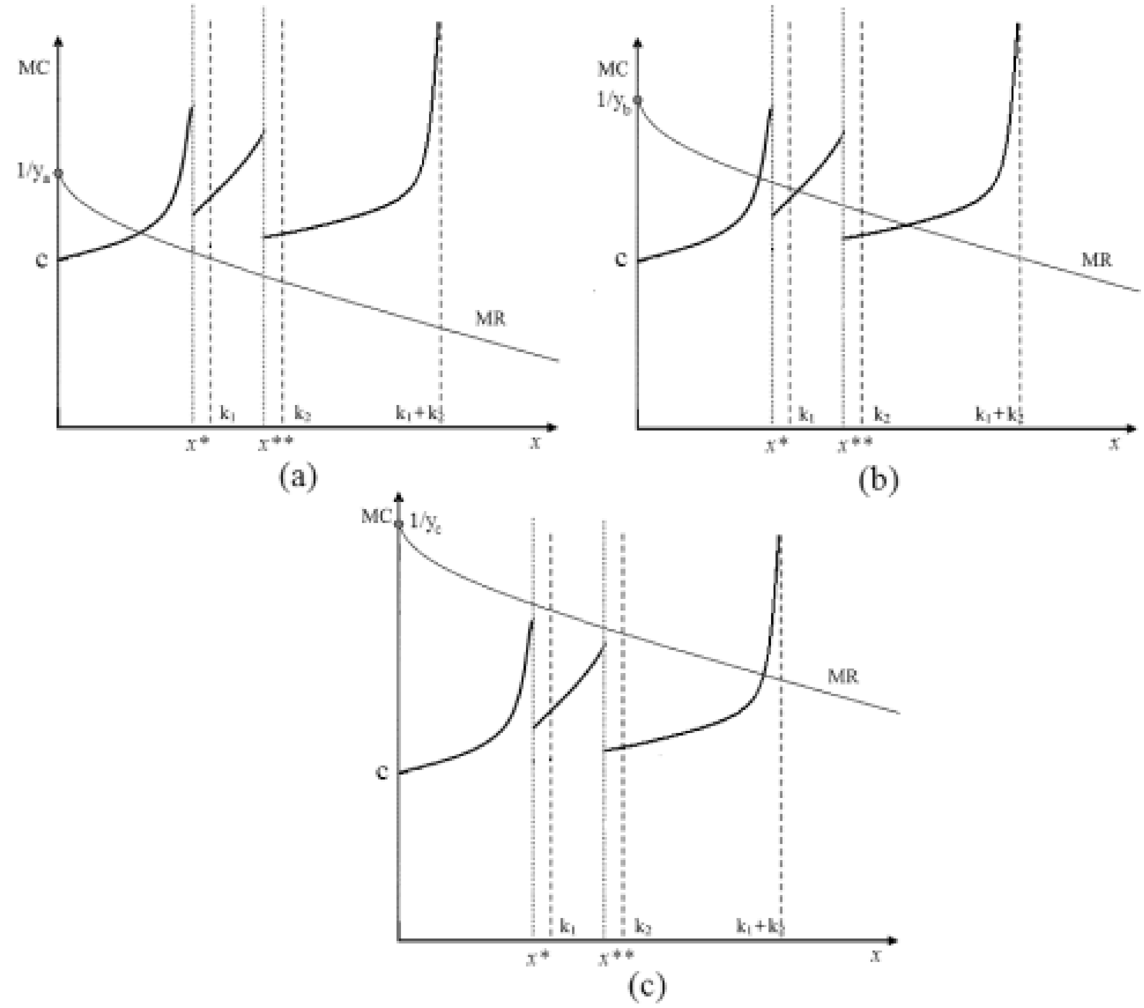


Рис. 8 *Крива граничних витрат утворена трьома гілками (через форму функції загальних витрат на рис.7). Функція граничного доходу (тонка крива) строго*

спадає і починається зі значення 1/y (при x=0). Ми можемо мати від одного (в (а) і (в)) до трьох (в (б)) перетинів.

У точках x^* і x^{**} маємо точки розриву для граничних витрат MC (через різний нахил у точках перелому функції вартості). Припускаючи, що функція попиту має вигляд :

$$p = \frac{1}{Q_{-1} + x} = \frac{1}{y + x}$$

де Q_{-1} позначає залишкову ринкову пропозицію (не контролюється самою фірмою), що в дуополії є просто випуском іншої фірми. Загальний дохід стає:

$$R(x, y) = \frac{x}{y+x} \ , \qquad (7)$$

з якого граничний дохід :

$$MR(x, y) = \frac{y}{(y+x)^2} \qquad (8)$$

Це спадна функція по відношенню до x (показано на рисунку 8). Шукаємо максимальний прибуток .

Обчислення прибутку, $\Pi(x, y) = R(x, y) - C(x)$, при будь-якому фіксованому значенні y (y^e), скажімо, очікуваний рівень виробництва конкурента (оскільки вони не знають, який буде обсяг виробництва (іншої фірми). Прибуток першої фірми визначається як функція

$$\Pi^e(x) = max\{\Pi_i^e(x), i = 1,2,3\}$$

з трьох функцій прибутку (пов'язаних із трьома варіантами заводів) отримаємо

$$\Pi_i^e(x) = R(x, y^e) - C_i(x), \quad i = 1,2,3.$$

Кожна з трьох функцій прибутку

$$\Pi_i^e(x) = R(x, y^e) - C_i(x)$$

є функцією з однією локальною точкою максимуму.

Враховуючи умови існування локального максимуму, отримаємо:

$$\frac{y}{(y+x)^2} = c\,\frac{k_i^2}{(k_i - x)^2} \ . \qquad (9)$$

Якщо $0< y < 1/c^4$ ми отримуємо точки $x_i^* \in J_i$:

$$x_i^*(y^e) = k_i \frac{\sqrt{\frac{y^e}{c}} - y^e}{k_i + \sqrt{\frac{y^e}{c}}}, \quad i = 1,2,3 \tag{10}$$

Оскільки $k_1 < k_2 < k_3$ і $x^* < x^{**}$, ми також маємо $x_1^*(y^e) < x_2^*(y^e) < x_3^*(y^e)$. У нашому випадку огинаюча функція x, $\Pi^e(x) = \max \Pi_i^e(x)$ є неперервною, але не диференційованою у всіх точках. Зауважимо, що локальний екстремум $x_i^*(y^e)$ ніколи не може бути в точці негладкості (бо це означало б рівні константи k_i для двох різних заводів), ми можемо сказати, що локальні екстремуми огинаючої функції прибутку обов'язково знаходяться в точках, в яких функція гладка. В залежності від величини y^e, локальних максимумів в кожному періоді часу вибирають серед таких значень які дають максимально очікуваний прибуток. Отож, щоб отримати «найкращий розв'язок», ми повинні порівняти очікувані прибутки у нашому випадку:

$$\Pi_{x,i}^e(y^e) = \frac{x_i^*(y^e)}{y^e + x_i^*(y^e)} - as_i - c\frac{k_i x_i^*(y^e)}{k_i - x_i^*(y^e)}, i \in \{1,2,3\} \tag{11}$$

вибираючи максимальне значення, і отже "завод i ", $i \in \{1,2,3\}$, що дає максимум.

Залежно від параметрів моделі та очікуваного значення y^e ми можемо мати одну, дві або навіть три точки локальних максимумів, які графічно представлені перетинами між функцією граничних витрат (яка є розривною, з точками розриву в x^* та x^{**}) і граничних доходів.

Зазначимо, що кількість точок перетину MR і MC може динамічно змінюватися, оскільки це є функцією виробництва у конкурента: наприклад, починаючи з ситуації на рис.2(b) з трьома точками перетину, коли y зменшується, крива MR зміщується вгору, як на рис.2(c), тоді якщо конкурент збільшує вироблений випуск, то крива MR зміщується вниз, як на мал.2(a). Коли y занадто велике, так що $\frac{1}{y}$ наближається до c, тоді прибуток стає від'ємним, і виробництво припиняється.

Позначимо максимальний очікуваний прибуток першої фірми Π_x^e, маємо

$$\Pi_x^e = max\left\{\Pi_{x,i}^e(y), i \in \{1,2,3\}\right\}$$

ми отримуємо

$$x' = \begin{cases} x_i^*(y) & \text{якщо } \Pi_x^e > 0 \\ 0 & \text{якщо } \Pi_x^e \leq 0 \end{cases} \tag{12}$$

де $'$ позначає оператор просування за одиницю часу.

Аналогічно для іншого виробника $k_{x,i}$, $k_{y,i}$ однакові. Однак, щоб спростити виклад і аналіз, припустимо симетричний випадок, тобто два конкуренти мають однакову кількість заводів і однакові обмеження потужності, тому ми припустимо, що параметри k_i є однаковими для двох фірм. Одержимо найкращу відповідь $y' = y_i^*(x^e)$, з формули (10), обмінюючись позначеннями x і y, обчислюючи очікувані прибутки в трьох можливих випадках $\Pi_{y,i}^e(x^e)$ як в (11) та вибір максимального очікуваного прибутку

$\Pi_y^e = max\left\{\Pi_{y,j}^e(x), j \in \{1,2,3\}\right\}$ для другого дуополіста.

Висновки

Можна розрізняти два види висновків: економічно чи математично релевантні. З економічної точки зору, в цій роботі розглянуто дуополію Курно за ізоеластичною функцією попиту та функціями вартості з вбудованими обмеженнями потужності. Особливість полягає в тому, що передбачається, що кожна фірма керує кількома заводами. Кожна фірма має два заводи з різними обмеженнями потужності, які можна використовувати один за одним або в комбінації. Він має три варіанти витрат, третій полягає у запуску обох заводів, розподіляючи виробниче навантаження за принципом рівних граничних витрат. Отримано аналітичний вигляд функції граничних витрат , що поділяються на три частини. Отож, ми стикаємося з неперервними, кусково гладкими функціями реакції.

Проаналізувано випадок ідентичних фірм, що характеризуються симетричною двовимірною картою. Однією з особливостей моделі дуополії є те, що зміни в співіснуючих атракторах ніколи не відбуваються через те, що деякий стабільний цикл стає нестабільним. Натомість усі роздвоєння виникають через зіткнення кордонів; злиття деякого циклу з точками розриву. Ми бачили, що кілька стабільних циклів можуть співіснувати. Інша властивість полягає в тому, що з будь-якої точки фазового простору траєкторія сходиться до деякої стабільної ситуації, враховуючи повну відсутність нестабільних циклів. Це, можливо, відображає важливу реалістичну ситуацію. Тобто на ринку (або реальній ситуації), в якій беруть участь обидва конкуренти, не існує нестабільної рівноваги (яку також може бути важко виправдати), а лише кілька різних стабільних конфігурацій (або в точках рівноваги, або в стабільна циклічна виникнення).

Аналіз обмежений моделлю з двома ідентичними конкурентами. Однак варто зазначити, що подібне дослідження може бути виконано з двома неідентичними фірмами або більшими фірмами, що збільшує аналітичну складність моделі.

Список використаної літератури

1. Печерский С. Л. , Беляева А. А. “Теория игр для экономистов. Вводный курс. Учебное пособие”- СПб Изд-во Ун – та в С – Петербурге, 2001 – 342 с.
2. Козицький В.А. Математична теорія кооперативних ігор. Львів: ЛНУ імені Івана Франка, 2006. – 419 с.
3. Вечканов Г. С., Вечканова Г. Р. “ Микроэкономика: Учебник для вузов, 4-е изд.”- СПб. : Питер,2012 – 464 с.
4. Agiza, H.N., G.I. Bischi and M. Kopel, 1999, Multistability in a dynamic Cournot Game with Three Oligopolysts, Mathematics and Computers in Simulation, 51, 63-90
5. Puu, T., 2007a, On the Stability of Cournot Equilibrium when the Number of Competitors Increases, Journal of Economic Behavior and Organization
6. Bischi, G.I. and M. Kopel, 2001, Equilibrium Selection in a Nonlinear Duopoly Game with Adaptive Expectations, Journal of Economic Behavior and Organization, 46, 73-100.