

**Завдання Першого (дистанційного) туру Всеукраїнської
Олімпіади Львівського національного університету імені Івана
Франка з математики 2022 року для вступників на
механіко-математичний факультет**

Кожне завдання оцінюється за 10-бальною шкалою

Завдання 1 Дано трикутник зі сторонами 26, 28 і 30 см. Обчислити добуток радіусів вписаного та описаного кіл.

Завдання 2 Розв'язати рівняння $\frac{x-1}{\sqrt{x-1}} + \sqrt{x} = 7$.

Завдання 3 Обчислити $\frac{\cos 21\alpha - \sin 21\alpha}{\cos 7\alpha + \sin 7\alpha}$, якщо $\sin(\frac{\pi}{4} - 7\alpha) = 0,7$.

Завдання 4 У рівнобічній трапеції діагональ ділить її гострий кут навпіл. Обчислити середню лінію трапеції, якщо її периметр дорівнює 27 а більша основа 9.

Завдання 5 Розв'язати рівняння $2^{\log_3 x+2} - 3 \cdot x^{\log_3 2} = 32$.

Завдання 6 Кожного року завод збільшував випуск продукції на 9 відсотків. Яке збільшення (у відсотках) продукції буде через 2 роки?

Завдання 7 Сума n перших членів арифметичної прогресії виражається формулою $S_n = n^2 + 63n$. Обчислити різницю прогресії.

Завдання 8 Площа бічної поверхні правильної чотирикутної піраміди дорівнює 8, а площа основи – 4. Обчислити кут (у градусах) між бічною гранню й основою піраміди.

Завдання 9 Розв'язати нерівність $(x+2)^2(x-3)(2-x)^3 \geq 0$.

Завдання 10 При якому найбільшому цілому значенні параметра a корені рівняння $(a+4)x^2 - 2ax + a+2 = 0$ є раціональними?