

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
Львівський національний університет імені Івана Франка
Механіко-математичний факультет
Кафедра теорії функцій і функціонального аналізу

Затверджено

На засіданні
кафедри теорії функцій і
функціонального аналізу
механіко-математичного факультету
Львівського національного
університету імені Івана Франка
(протокол № 1 від 28 серпня 2023р.)

Завідувач кафедри Скасків О. Б.

Силабус з навчальної дисципліни

“Математичний аналіз II : функції багатьох змінних”,

що викладається в межах ОПП “Комп’ютерна алгебра, криптологія і теорія ігор”, “Комп’ютерний аналіз математичних моделей”, “Математика. Математична економіка та економетрика”, “Середня освіта (Математика)” першого (бакалаврського) рівня вищої освіти для здобувачів із спеціальностей

111 – Математика та 014 – Середня освіта

Львів 2023 р.

Назва дисципліни	Математичний аналіз
Адреса викладання дисципліни	Головний корпус ЛНУ ім. І. Франка м. Львів, вул. Університетська 1
Факультет та кафедра, за якою закріплена дисципліна	Механіко-математичний факультет Кафедра теорії функцій і функціонального аналізу
Галузь знань, шифр та назва спеціальності	11 — математика та статистика: 111 – математика 02 — освіта/педагогіка: 014.04 — середня освіта (математика)
Викладачі дисципліни	Християнин Андрій Ярославович, доцент кафедри теорії функцій і функціонального аналізу
Контактна інформація викладачів	andriy.khrystyanyn@lnu.edu.ua Головний корпус ЛНУ ім. І. Франка, каб. 373. м. Львів, вул. Університетська, 1
Консультації з питань навчання по дисципліні відбуваються	Консультації в день проведення лекцій/практичних занять (за попередньою домовленістю).
Сторінка курсу	http://e-learning.lnu.edu.ua/course/view.php?id=3053
Інформація про дисципліну	Курс спрямований на оволодіння класичними методами математичного аналізу, теоретичними положеннями та основними застосуваннями математичного аналізу в різноманітних задачах математики, механіки та прикладної математики, їх використання в подальших курсах з математики та прикладної математики, сприянню розвитку логічного та аналітичного мислення студентів.
Коротка анотація дисципліни	Дисципліна “Математичний аналіз 2: функції багатьох змінних” є нормативною дисципліною зі спеціальності 111 Математика для освітніх програм “Комп’ютерна алгебра, криптологія і теорія ігор”, “Комп’ютерний аналіз математичних моделей”, “Математика. Математична економіка та економетрика”, а також зі спеціальності 014 – Середня освіта для освітньої програми “Середня освіта (Математика)”. Вона викладається в 3-му

	семестрі в обсязі 8 кредитів (за Європейською Кредитно-Трансферною Системою ECTS).
Мета та цілі дисципліни	Оволодіти класичними методами математичного аналізу, теоретичними положеннями та основними застосуваннями математичного аналізу в різноманітних задачах математики, механіки та прикладної математики, їх використання в подальших курсах з математики та прикладної математики, сприянню розвитку логічного та аналітичного мислення студентів.
Література для вивчення дисципліни	Заболоцький М.В., Сторож О.Г., Тарасюк С.І. Математичний аналіз, Київ:Знання, 2008 Заболоцький М.В., Фединяк С.І., Філевич П.В., Червінка К.А. Практикум з математичного аналізу, Львів:Видавничий центр ЛНУ імені Івана Франка, 2009. Дороговцев А.Я., Математичний аналіз, Т.1, Київ: Либідь, 1993. Ляшко І.І., Ємельянов В.Ф., Боярчук О.К., Математичний аналіз,, Київ, 1992. Lebl J., Introduction to Real Analysis, Vol. I, II, Oklahoma State University, 2022.
Обсяг курсу	Загальний обсяг: 240 годин. Аудиторних занять: 128 год., з них 64 годин лекцій та 64 годин практичних робіт. Самостійної роботи: 112 годин
Очікувані результати навчання	Після завершення цього курсу студент буде : <ul style="list-style-type: none"> - Знати: основні поняття математичного аналізу функцій багатьох змінних, зокрема: - границі, неперервність, частинні похідні, властивості диференційовних функцій, достатні умови диференційовності, частинні похідні вищих порядків, диференціали вищих порядків, формула Тейлора для функцій декількох змінних, локальні екстремуми функцій декількох змінних, необхідні умови локального екстремума, достатні умови локального екстремума, достатні умови локального екстремума для функцій двох змінних, означення диференційовності достатні умови умовного екстремуму, - метричні простори, відкриті та замкнені множини у метричних просторах, границя послідовності у метричному просторі, повнота метричного простору, границя функції в метричному просторі, неперервність в метричному просторі, теорема Банаха про стискуючі відображення, компактність в метричному просторі, рівномірна неперервність, теорема Кантора.

- інтеграли залежні від параметра, неперервність, диференціювання та інтегрування інтегралів залежних від параметра, невластиві інтеграли залежні від параметра, рівномірна збіжність невластивих інтегралів залежних від параметра, інтеграли Ейлера та їх властивості.
- суми Дарбу і їх властивості, інтегральні суми, верхній і нижній інтеграл для обмеженої функції, означення кратного інтегралу по вимірній множині, сферична та циліндрична системи координат.
- криволінійні інтеграли першого та другого роду та їх властивості, формула Гріна
- поняття поверхні, площа поверхні, поверхневі інтеграл першого та другого роду та їх властивості, формула Стокса, формула Гаусса-Остроградського.
- поняття ряду Фур'є, мінімальна властивість коефіцієнтів Фур'є, ряди Фур'є за тригонометричною системою, властивості коефіцієнтів Фур'є, лема Рімана, умови збіжності та рівномірної збіжності рядів Фур'є
- інтеграл Фур'є та його властивості

Вміти:

- знаходити границі функцій багатьох змінних, досліджувати на неперервність та рівномірну неперервність функції багатьох змінних.
- знаходити часткові похідні та диференціали функцій багатьох змінних, знаходити часткові похідні та диференціали функцій заданих неявно, досліджувати на екстремум та умовний екстремум функції багатьох змінних.
- зводити кратний інтеграл до повторного, виконувати заміну змінних у кратних інтегралах, обчислювати кратні інтегралі, обчислювати площі та об'єми за допомогою кратних інтегралів
- досліджувати на неперервність, диференціювати та інтегрувати інтегралі залежні від параметра, досліджувати на збіжність та рівномірну збіжність а також диференціювати та інтегрувати невластиві інтегралі залежні від параметра, обчислювати інтегралі Ейлера
- обчислювати криволінійні інтегралі, застосовувати формулу Гріна
- обчислювати поверхневі інтегралі, застосовувати формулу Стокса, формулу Гаусса-Остроградського
- розкладати функції ряди Фур'є та досліджувати їх на

	<p>збіжність, використовувати ряди Фур'є для обчислення сум числових рядів</p> <p>- знаходити зображення функцій інтегралом Фур'є, використовувати інтеграли Фур'є для обчислення інтегралів залежних від параметра</p>
Ключові слова	<p>Функція, послідовність, границя послідовності, границя функції, неперервні функції, часткова похідна, повний диференціал функції, формула Тейлора, екстремум, умовний екстремум, метрика, компактність, замкненість, стискуючі відображення, кратні інтеграли, інтеграли залежні від параметра, бета-функція, гамма-функція, криволінійний інтеграл, формула Гріна, поверхневий інтеграл, формула Стокса, формула Гаусса-Остроградського, ряд Фур'є, інтеграл Фур'є</p>
Формат курсу	<p>Очний.</p> <p>Проведення лекцій, практичних занять і консультацій.</p>
Теми	<ol style="list-style-type: none"> 1. Простір \mathbb{R}^n. 2. Функції багатьох змінних. Поняття відстані (метрики). 3. Границя функції багатьох змінних. 4. Неперервні функції багатьох змінних. 5. Поняття часткової похідної функції багатьох змінних. 6. Диференційовність та повний диференціал функції багатьох змінних. 7. Диференціювання складених функцій багатьох змінних. 8. Часткові похідні та диференціали вищих порядків функцій багатьох змінних. 9. Диференціювання неявно заданих функцій багатьох змінних. 10. Формула Тейлора для функції багатьох змінних. 11. Екстремуми функцій багатьох змінних. 12. Умовний екстремум функції багатьох змінних. 13. Метричні простори. Відкриті та замкнені множини. 14. Границя послідовності в метричному просторі. Повні метричні простори. 15. Повнота і замкненість. 16. Функції в метричних просторах. 17. Границя функції в метричних просторах. Неперервні функції в метричних просторах. 18. Стискуючі відображення. Теорема Банаха. 19. Компактні множини. Теорема Больцано-Вейєрштрасса. 20. Компактність і замкненість. 21. Критерій компактності. 22. Компактність та неперервність. Рівномірно неперервні функції в метричних просторах. Теорема Кантора. 23. Інтеграли залежні від параметра. Рівномірна збіжність. Граничний перехід під знаком інтегралу залежного від

	<p>параметра.</p> <p>24. Неперервність інтеграла залежного від параметра.</p> <p>25. Диференціювання інтеграла залежного від параметра.</p> <p>26. Невластиві інтеграли залежні від параметра.</p> <p>27. Ознаки рівномірної збіжності невластивих інтегралів залежних від параметра.</p> <p>28. Неперервність, інтегрування, диференціювання невластивого інтеграла залежного від параметра.</p> <p>29. Інтеграли Ейлера (бета- та гамма- функції)</p> <p>30. Площа плоскої фігури. Критерії вимірності.</p> <p>31. Поняття подвійного інтеграла. Суми Дарбу. Властивості сум Дарбу.</p> <p>32. Критерій інтегровності. Класи інтегровних функцій.</p> <p>33. Зведення подвійного інтеграла до повторного.</p> <p>34. Заміна змінних у подвійному інтегралі.</p> <p>35. Потрійні та n-кратні інтеграли.</p> <p>36. Сферична та циліндрична системи координат.</p> <p>37. Невластиві кратні інтеграли. Абсолютна збіжність.</p> <p>38. Криволінійні інтеграли першого та другого роду.</p> <p>39. Формула Гріна.</p> <p>40. Незалежність криволінійних інтегралів від шляху інтегрування.</p> <p>41. Поняття поверхні. Орієнтовані поверхні. Дотична площина та нормаль.</p> <p>42. Площа поверхні.</p> <p>43. Поверхневі інтеграли першого та другого роду.</p> <p>44. Формула Гаусса-Остроградського.</p> <p>45. Формула Стокса.</p> <p>46. Характеристики векторних та скалярних полів.</p> <p>47. Ортогональні системи функцій. Ряди Фур'є.</p> <p>48. Тригонометричні ряди Фур'є. Властивості коефіцієнтів Фур'є. Лема Рімана.</p> <p>49. Ядро Діріхле та інтеграл Діріхле. Принцип локалізації.</p> <p>50. Умови Гьольдера. Збіжність рядів Фур'є в точці.</p> <p>51. Нерівність Бесселя та рівність Парсеваля.</p> <p>52. Підсумовування рядів Фур'є методом середніх арифметичних. Суми Фейєра. Ядро Фейєра. Рівномірна збіжність рядів Фур'є.</p> <p>53. Інтегрування та диференціювання рядів Фур'є.</p> <p>54. Інтеграл Фур'є.</p>
Підсумковий контроль, форма	Екзамен в кінці семестру
Пререквізити	Для вивчення курсу студенти потребують базових знань зі

	шкільного курсу математики достатніх для сприйняття основних ідей та методів математичного аналізу, а також знання курсу “Математичний аналіз I: функції однієї змінної”
Навчальні методи та техніки, які будуть використовуватися під час викладання курсу	Презентації, лекції, індивідуальні завдання.
Необхідне обладнання	Аудиторія обладнана дошкою та засобами написання для аудиторних занять.
Критерії оцінювання (окремо для кожного виду навчальної діяльності)	<p>Оцінювання проводиться за 100-бальною шкалою. Бали нараховуються за наступним співвідношенням:</p> <p>практичні модульні контрольні роботи : 30% семестрової оцінки</p> <p>теоретичні колоквиуми : 20% семестрової оцінки</p> <p>екзамен: 50% семестрової оцінки; максимальна кількість балів 50</p> <p>Підсумкова максимальна кількість балів 100.</p> <p>Академічна доброчесність: Очікується, що роботи студентів будуть їх оригінальними дослідженнями чи міркуваннями. Відсутність посилань на використані джерела, фабрикування джерел, списування, втручання в роботу інших студентів становлять, але не обмежують, приклади можливої академічної недоброчесності. Виявлення ознак академічної недоброчесності в письмовій роботі студента є підставою для її незарахування викладачем, незалежно від масштабів плагіату чи обману.</p> <p>Відвідання занять є важливою складовою навчання. Очікується, що всі студенти відвідають усі лекції та практичні заняття курсу. Студенти повинні інформувати викладача про неможливість відвідати заняття. У будь-якому випадку студенти зобов’язані дотримуватися термінів визначених для виконання всіх видів письмових робіт та індивідуальних завдань, передбачених курсом.</p> <p>Література. Уся література, яку студенти не зможуть знайти самостійно, буде надана викладачем виключно в освітніх цілях без права її передачі третім особам. Студенти заохочуються до використання також й іншої літератури та джерел, яких немає серед рекомендованих.</p> <p>Політика виставлення балів. Враховуються бали набрані при поточному тестуванні, самостійній роботі та бали підсумкового тестування. При цьому обов’язково враховуються присутність</p>

	на заняттях та активність студента під час практичного заняття; недопустимість пропусків та запізнь на заняття; користування мобільним телефоном, планшетом чи іншими мобільними пристроями під час заняття в цілях не пов'язаних з навчанням; списування та плагіат; несвоєчасне виконання поставленого завдання і т. ін. Жодні форми порушення академічної доброчесності не толеруються.
Питання до заліку чи екзамену.	На екзамені виносяться усі теми курсу (див. пункт Теми).
Опитування	Анкету-оцінку з метою оцінювання якості курсу буде надано по завершенню курсу.

Схема курсу

Тиждень	Тема	Форма діяльності	Література	Завдання	Термін виконання
1-3	Функції багатьох змінних: границі, неперервність, диференційовність, дослідження на екстремум. (теми 1-12)	Лекції та практичні заняття	Література зі списку рекомендованої літератури (див.вище)	Опрацювання лекційного та практичного матеріалу. Виконання домашніх завдань	Три тижні
4-6	Метричні простори. (теми 13-22)	Лекції та практичні заняття	Література зі списку рекомендованої літератури (див.вище)	Опрацювання лекційного та практичного матеріалу. Виконання домашніх завдань. Модуль №1	Три тижні
7-9	Інтеграли залежні від параметра. (теми 23-29)	Лекції та практичні заняття	Література зі списку рекомендованої літератури (див.вище)	Опрацювання лекційного та практичного матеріалу. Виконання домашніх завдань. Колоквіум №1	Три тижні

10-13	Кратні, криволінійні та поверхневі інтеграли. (теми 30-46)	Лекції та практичні заняття	Література зі списку рекомендован ої літератури (див.вище)	Опрацювання лекційного та практичного матеріалу. Виконання домашніх завдань. Модуль №2	Чотири тижні
14-15	Ряди Фур'є (теми 47-53)	Лекції та практичні заняття	Література зі списку рекомендован ої літератури (див.вище)	Опрацювання лекційного та практичного матеріалу. Виконання домашніх завдань. Модуль №3	Два тижні
16	Інтеграл Фур'є. (тема 54)	Лекції та практичні заняття	Література зі списку рекомендован ої літератури (див.вище)	Опрацювання лекційного та практичного матеріалу. Виконання домашніх завдань	Один тиждень