МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

Львівський національний університет імені Івана Франка

Механіко-математичний факультет

Кафедра теорії функцій і функціонального аналізу

**Затверджено**

На засіданні кафедри теорії функцій і

функціонального аналізу

механіко-математичного факультету

Львівського національного університету імені Івана Франка

(протокол № 1 від 25 серпня 2022 р.)



Завідувач кафедри проф. Скасків О. Б.

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

**Силабус з навчальної дисципліни**

“Математичний аналіз ІІ: функції багатьох змінних”,

що викладається в межах ОПП “Математика і статистика”

першого (бакалаврського) рівня вищої освіти

для здобувачів з спеціальності 111 – Математика,

ОПП “Освіта” спеціальності 014.04 – Середня освіта (Математика)

Львів 2022 р.

|  |  |
| --- | --- |
| **Назва дисципліни** | Математичний аналіз ІІ: функції багатьох змінних |
| **Адреса викладання дисципліни** | Головний корпус ЛНУ ім. І. Франкам. Львів, вул. Університетська 1 |
| **Факультет та кафедра, за якою закріплена дисципліна** | Механіко-математичний факультет Кафедра теорії функцій і функціонального аналізу  |
| **Галузь знань, шифр та назва спеціальності** | 11 Математика та статистика 111 – Математика,01 Освіта/педагогіка014.04 – Середня освіта (Математика) |
| **Викладачі дисципліни** | Притула Ярослав Григорович, доцент кафедри теорії функцій і функціонального аналізу,Микитюк Ярослав Володимирович, доцент кафедри теорії функцій і функціонального аналізу,Кудрик Тарас Степанович, доцент кафедри теорії функцій і функціонального аналізу |
| **Контактна інформація викладачів** | yaroslav.prytula@lnu.edu.ua<https://new.mmf.lnu.edu.ua/employee/prytula-ya-h>yaroslav.mykytyuk@lnu.edu.ua<https://new.mmf.lnu.edu.ua/employee/mykytyuk-ya-v>taras.kudryk@lnu.edu.ua<https://new.mmf.lnu.edu.ua/employee/kudryk-t-s>м. Львів, вул. Університетська, 1, к. 373. |
| **Консультації з питань навчання по дисципліні відбуваються** | Консультації в день проведення лекцій/практичних занять (за попередньою домовленістю) за адресою: м. Львів, вул. Університетська 1, ауд.374. Також можливі он-лайн консультації на платформі ZOOM. Для погодження часу консультацій слід писати на електронну пошту викладача. |
| **Сторінка дисципліни**  | <https://new.mmf.lnu.edu.ua/course/matematychnyy-analiz-mtm-mto-mta-mtk-2kurs> |
| **Інформація про дисципліну** | Дисципліна “Математичний аналіз ІІ: функції багатьох змінни ” є нормативною навчальною дисципліною з спеціальності 111 – математика для освітньої програми “Математика і статистика” та 014.04 – середня освіта (математика), яка викладається в 3-му семестрі в обсязі 8 кредитів (за Європейською Кредитно-Трансферною Системою ECTS). |
| **Коротка анотація дисципліни** | Курс спрямований на оволодіння класичними методами математичного аналізу, теоретичними положеннями та основними застосуваннями математичного аналізу в різноманітних задачах математики, механіки та прикладної математики, їх використання в подальших курсах з математики та прикладної математики, сприянню розвитку логічного та аналітичного мислення студентів. |
| **Мета та цілі дисципліни** | Оволодіти класичними методами математичного аналізу для функцій багатьох змінних, теоретичними положеннями та основними застосуваннями математичного аналізу в різноманітних задачах математики, механіки та прикладної математики, їх використання в подальших курсах з математики та прикладної математики, сприянню розвитку логічного та аналітичного мислення студентів.  |
| **Література для вивчення дисципліни** | 1. Дороговцев А. Я. Математичний аналіз Т. 2. Київ Либідь 1994.2. Дороговцев А. Я. Математичний аналіз Київ Факт 2004.3. Дороговцев А. Я. Математичний аналіз. Збірник задач.4. Демидович Б.П. Збірник задач і вправ з математичного аналізу5. Радченко О. М. Математичний аналіз Ч. 2. Київ ТВіМС, 2000.6. Притула Я. Г. Лекції з математичного аналізу (рукопис)  |
| **Обсяг курсу** | Загальний обсяг: 240 годин. Аудиторних занять: 128 год., з них 64 години лекцій та 64 години лабораторних робіт. Самостійна робота: 112 год.  |
| **Очікувані результати навчання** | Після завершення цього курсу студент буде: Знати:- основні поняття математичного аналізу функцій багатьох змінних, зокрема:- частинні похідні, властивості диференційовних функцій, достатні умови диференційовності, частинні похідні вищих порядків, диференціали вищих порядків, формула Тейлора для функцій декількох змінних, локальні екстремуми функцій декількох змінних, необхідні умови локального екстремуму, достатні умови локального екстремуму для функцій багатьох змінних, означення і достатні умови умовного екстремуму,- метричні простори, відкриті та замкнені множини у метричних просторах, границя послідовності у метричному просторі, повнота метричного простору, границя функції в метричному просторі, неперервність в метричному просторі відображення, теорема Банаха про стискуючі відображення, компактність в метричному просторі рівномірна неперервність, теорема Кантора, - інтеграли залежні від параметра, неперервність, диференціювання та інтегрування інтегралів залежних від параметра, невластиві інтеграли залежні від параметра, рівномірна збіжність невластивих інтегралів залежних від параметра, інтеграли Ейлера та їх властивості, - суми Дарбу і їх властивості, інтегральні суми, верхній і нижній інтеграли для обмеженої функції, означення кратного інтегралу по вимірній множині, сферична та циліндрична системи координат.- криволінійні інтеграли першого та другого роду та їх властивості, формула Гріна,- поняття поверхні, площа поверхні, поверхневі інтеграли першого та другого роду та їх властивості, формула Стокса, формула Гаусса-Остроградського,- поняття ряду Фур'є, мінімальна властивість коефіцієнтів Фур'є, ряди Фур'є за тригонометричною системою, властивості коефіцієнтів Фур'є, лема Рімана, умови збіжності та рівномірної збіжності рядів Фур'є,- інтеграл Фур'є та його властивості,Вміти:- знаходити часткові похідні та диференціали функцій багатьох змінних, знаходити часткові похідні та диференціали функцій заданих неявно, досліджувати на екстремум та умовний екстремум функції багатьох змінних,- зводити кратний інтеграл до повторного, виконувати заміну змінних у кратних інтегралах, обчислювати кратні інтеграли, обчислювати площі та об'єми за допомогою кратних інтегралів,- досліджувати на неперервність, диференціювати та інтегрувати інтеграли залежні від параметра, досліджувати на збіжність та рівномірну збіжність а також диференціювати та інтегрувати невластиві Інтеграли залежні від параметра, обчислювати Інтеграли Ейлера,- обчислювати криволінійні інтеграли, застосовувати формулу Гріна,- обчислювати поверхневі інтеграли, застосовувати формулу Стокса, формулу Гаусса-Остроградського,- розкладати функції ряди Фур'є та досліджувати їх на збіжність, використовувати ряди Фур'є для обчислення сум числових рядів.  |
| **Ключові слова** | Функції багатьох змінних, часткові похідні, кратні інтеграли, криволінійні і поверхневі інтеграли, ряди Фур’є. |
| **Формат курсу** | Очний, дистанційний Проведення лекцій, практичних робіт і консультацій. |
| **Теми** | Перелік тем подано в додатку у формі схеми курсу. |
| **Підсумковий контроль, форма** | Іспит у кінці семестру.  |
| **Пререквізити** | Для вивчення курсу студенти потребують базових знань з шкільного курсу математики достатніх для сприйняття основних ідей та методів математичного аналізу, а також знання курсу “Математичний аналіз І: функції однієї змінної” |
| **Навчальні ме­тоди та тех­ніки, які будуть ви­користовува­тися під час викладання курсу** | Презентації, лекціїІндивідуальні завданняПрактичні заняття з розв’язування задач |
| **Необхідне об­ладнання** | Аудиторія обладнана дошкою та засобами написання для аудиторних занять.Комп’ютер/ планшет/ смартфон із загально вживаним програмним забезпеченням, доступ до Internet мережі, Zoom.  |
| **Критерії оці­нювання (окремо для кожного виду навчальної діяль­ності)** | Оцінювання проводиться за 100-бальною шкалою. Бали нараховуються за наступним співвідношенням: * написання двох контрольних робіт – 24 бали;
* здача двох колоквіумів – 26 балів;
* виконання екзаменаційного завдання і співбесіда –50 балів;

Підсумкова максимальна кількість балів – 100.**Письмові роботи:** Очікується, що студенти виконають письмові роботи: дві контрольні роботи і екзаменаційне завдання.**Академічна доброчесність**: Очікується, що роботи студентів будуть їх оригінальними дослідженнями чи міркуваннями. Відсутність посилань на використані джерела, фабрикування джерел, списування, втручання в роботу інших студентів становлять, але не обмежують, приклади можливої академічної недоброчесності. Виявлення ознак академічної недоброчесності в письмовій роботі студента є підставою для її незарахуванння викладачем, незалежно від масштабів плагіату чи обману.**Відвідання занять** є важливою складовою навчання. Очікується, що всі студенти відвідають усі лекції та практичні зайняття курсу. Студенти повинні інформувати викладача про неможливість відвідати заняття. У будь-якому випадку студенти зобов’язані дотримуватися термінів виз­начених для виконання всіх видів письмових робіт та індивідуальних завдань, передбачених курсом.**Література.** Уся література, яку студенти не зможуть знайти самостійно, буде надана викладачем виключно в освітніх цілях без права її передачі третім особам. Студенти заохочуються до використання також й іншої літератури та джерел, яких немає серед рекомендованих.**Політика виставлення балів.** Враховуються бали набрані при поточному тестуванні, самостійній роботі та бали підсумкового тестування. При цьому обов’язково враховуються присутність на заняттях та активність студента під час практичного заняття; недопустимість пропусків та запізнень на заняття; користування мобільним телефоном, планшетом чи іншими мо­більними пристроями під час заняття в цілях не пов’язаних з навчанням; списування та плагіат; несвоєчасне виконання поставленого завдання і т. ін.Жодні форми порушення академічної доброчесності не толеруються. |
| **Питання до екзамену.** | На екзамени виносяться усі теми курсу (див. пункт Теми). Питання до екзаменів включають:* формулювання означень основних понять курсу та подання прикладів, які ілюструють ці поняття;
* формулювання теорем, викладених в цьому курсі;
* знання і розуміння доведень тверджень, поданих в цьому курсі;
* знання методів розв’язування задач;
* вміння застосувати теоретичні знання до розв’язування практичних задач з тем, які викладені в курсі.
 |
| **Опитування** | Анкету-оцінку з метою оцінювання якості курсу буде надано по завершенню курсу. |

*Схема курсу*

*А. Теоретична частина*

*(лекції)*

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Тиждень, год. | Тема, план, короткі тези | Форма діяльності ((заняття)\*\*лекція, самостійна, дискусія, групова робота) | Література(Ресурси в інтернеті) | Завдання, год. | Термін виконання |
| Перший, 4 год. | **Тема 1.** Основні поняття математичного аналізу в просторах $ℝ^{2}, ℝ^{3}.$**Тема 2.** Часкові похідні. | лекція | див. пункт Література для вивчення дисципліни | (8 год.) | Один тиждень |
| Другий,4 год. | **Тема 3.** Похідні вищих порядків, диференціали формула Тейлора. **Тема 4.** Екстремум функцій багатьох змінних. | лекція |  | (8 год.) | Один тиждень |
| Третій,4 год. | **Тема 5.** Неявні функції. Умовний екстремум.**Тема 6.** Простір $ℝ^{n}$. Лінійні операції, скалярний добуток. Норми. | лекція |  | (8 год.) |  |
| Четвертий,4 год. | **Тема 7.** Метричний простір. Відкриті і замкнені множини**. Тема 8.** Границя послідовності і функції. Простори $ℝ^{n}, C\left[a, b\right].$ | лекція |  | (8 год.) |  |
| П’ятий,4 год. | **Тема 9.** Неперервні функції в метричних просторах. Критерій неперервності. Повні простори.**Тема 10.** Теорема Банаха про нерухому точку. Застосування | лекція |  | (8 год.) |  |
| Шостий,4 год. | **Тема 11.** Компактні множини. Теорема Больцано-Вайєрштраса. Критерій компактності в $ℝ^{n}$. **Тема 12.** Властивості неперервних функцій на компактних множинах. Зв’язність і неперервність. | лекція |  | (8 год.) |  |
| Сьомий,4 год. | **Тема 13.** Властиві інтеграли залежні від параметра.**Тема 14.** Невластиві інтеграли залежні від параметра. | лекція |  | (8 год.) |  |
| Восьмий,4 год. | **Тема 15.** Інтеграли Ейлера**Тема 16.** Подвійний інтеграл та зведення його до повторного. | лекція |  | (8 год.) |  |
| Дев’ятий,4 год. | **Тема 17.** Міра Жордана в $ℝ^{n}$. Кратний інтеграл Рімана. **Тема 18.** Критерій інтегровності функцій. | лекція |  | (8 год.) |  |
| Десятий,4 год. | **Тема 19.** Заміна змінних в кратних інтегралах.**Тема 20.** Зведення кратних інтегралів до повторних. | лекція |  | (8 год.) |  |
| Одинадцятий,4 год. | **Тема 21.** Обчислення потрійних інтегралів, зведення до повторних, заміна змінних.**Тема 22.** Криволінійні інтеграли І роду**.** | лекція |  | (8 год.) |  |
| Дванад-цятий,4 год. | **Тема 23.** Криволінійні інтеграли ІІ роду. Орієнтовані криві. Формула Гріна.**Тема 24.** Зв’язок криволінійних інтегралів І і ІІ роду. Незалежність криволінійних інтегралів від шляху інтегрування. | лекція |  | (8 год.) |  |
| Тринадцятий,4 год. | **Тема 25.** Поняття про поверхню. Площа поверхні.**Тема 26.** Поверхневі інтеграли І і ІІ роду | лекція |  | (8 год.) |  |
| Чотирнадцятий,4 год. | **Тема 27.** Формула Гауса-Остроградського і формула Стокса.**Тема 28.** Елементи теорії поля | лекція |  | (8 год.) |  |
| П’ятнадцятий,4 год | **Тема 29.** Ортогональні системи функцій. Ряд Фур’є, нерівність Бесселя. **Тема 30.** Інтеграл Діріхле. Лема Рімана. | лекція |  | (8 год.) |  |
| Шістнадцятий,4 год | **Тема 31.** Ознака рівномірної збіжності ряду Фур’є. Теореми Вейєрштрасса про наближення функцій. **Тема 32.** Огляд курсу “Математичний аналіз ІІ” | лекція |  | (8 год.) |  |

*Б. Практичні заняття*

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Тиждень, год. | Тема, план, короткі тези | Форма діяльності ((заняття)\*\*лекція, самостійна, дискусія, групова робота) | Література(Ресурси в інтернеті) | Завдання, год. | Термін виконання |
| Перший,4 год. | **Тема 1.** Функції двох, трьох змінних.Область визначення.Лінії рівня. Графіки.**Тема 2.** Границі функцій двох, трьох змінних.Повторні і подвійні границі. | практичне | 3. Дороговцев А. Я. Математичний аналіз. Збірник задач.4. Демидович Б.П. Збірник задач і вправ з математичного аналізу | (8 год.) | Один тиждень |
| Другий,4 год. | **Тема 3.** Неперервні і рівномірно неперервні функції.**Тема 4.** Частинні похідні. Диференційовні функції. | практичне | [3], [4] | (8 год.) | Один тиждень |
| Третій,4 год. | **Тема 5.** Похідні та диференціали складних функцій. **Тема 6.** Диференціювання неявних функцій. | практичне | [3], [4] | (8 год.) | Один тиждень |
| Четвертий,4 год. | **Тема 7.** Формула Тейлора. Геометричні застосування диференціального числення.**Тема 8.** Дослідження на екстремум функцій багатьох змінних. | практичне | [3], [4] | (8 год.) | Один тиждень |
| П’ятий,4 год. | **Тема 9.** Задачі на знаходження екстремумів функцій. **Тема 10.** Умовний екстремум. | практичне | [3], [4] | (8 год.) | Один тиждень |
| Шостий,4 год. | **Тема 11.** Метричні простори. Відкриті і замкнені множини в метричних просторах.**Тема 12.** Повні простори. Компактні множини. Функції на компактних множинах. | практичне | [3], [4] | (8 год.) | Один тиждень |
| Сьомий4 год. | **Тема 13.**Властивості означених інтегралів, залежних від параметра.**Тема 14.**Невластиві інтеграли, залежні від параметра. | практичне | [3], [4] | (8 год.) | Один тиждень |
| Восьмий,4 год. | **Тема 15.** Обчислення невластивих інтегралів.**Тема 16.** Інтеграли Ейлера. | практичне | [3], [4] | (8 год.) | Один тиждень |
| Дев’ятий,4 год. | **Тема 17.** Означення подвійного інтеграла. Інтегральні суми. **Тема 18.** Зведення подвійних інтегралів до повторних. Зміна порядку інтегрування | практичне | [3], [4] | (8 год.) | Один тиждень |
| Десятий,4 год. | **Тема 19.** Заміна змінних в подвійних інтегралах. **Тема 20.** Обчислення подвійних інтегралів. | практичне | [3], [4] | (8 год.) | Один тиждень |
| Одинадцятий,4 год. | **Тема 21.** Обчислення площ і об'ємів за допомогою подвійних інтегралів**Тема 22.** Обчислення потрійних інтегралів | практичне | [3], [4] | (8 год.) | Один тиждень |
| Дванад-цятий,4 год. | **Тема 23.**Обчислення потрійних інтегралів. Заміна змінних**Тема 24.**Обчислення криволінійних інтегралів І і ІІ роду | практичне | [3], [4] | (8 год.) | Один тиждень |
| Тринадцятий,4 год. | **Тема 25.** Незалежність криволінійних інтегралів від шляху інтегрування. Формула Гріна**Тема 26.** Обчислення площ поверхонь | практичне | [3], [4] | (8 год.) | Один тиждень |
| Чотирнадцятий,4 год. | **Тема 27.** Обчислення поверхневих інтегралів І і ІІ роду **Тема 28.** Формула Стокса. Формула Остроградського. Теорія поля. | практичне | [3], [4] | (8 год.) | Один тиждень |
| П’ятнадцятий,4 год | **Тема 29.** Ряди Фур’є **Тема 30.** Ряди Фур’є. Інтеграли Фур’є. | практичне | [3], [4] | (8 год.) | Один тиждень |
| Шістнадцятий,4 год  | **Контрольна робота****Аналіз контрольних робіт** | практичне |  |  |  |