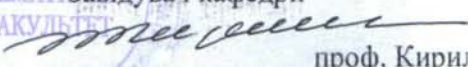


**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ**  
**Львівський національний університет імені Івана Франка**  
**Механіко-математичний факультет**  
**Кафедра математичної економіки, економетрії,**  
**фінансової та страхової математики**

**Затверджено**  
на засіданні кафедри математичної  
економіки, економетрії, фінансової  
та страхової математики  
механіко-математичного факультету  
Львівського національного університету  
імені Івана Франка  
(протокол № 1 від 28.08.2021 р.)



Завідувач кафедри  
  
проф. Кирилич В. М.

**Силабус з навчальної дисципліни**  
**«Вища математика для економістів»,**  
**що викладається в межах ОПП першого (бакалаврського) рівня**  
**вищої освіти для здобувачів з спеціальності 051 «Економіка»**  
**спеціалізація "Економічна кібернетика" 051(К)**

<b>Назва курсу</b>	Вища математика для економістів
<b>Адреса викладання курсу</b>	вул. Проспект Свободи, 18 м. Львів, 79000 Економічний факультет, Львівський національний університет імені Івана Франка
<b>Факультет та кафедра, за якою закріплена дисципліна</b>	Механіко-математичний факультет, кафедра математичної економіки, економетрії, фінансової та страхової математики
<b>Галузь знань, шифр та назва спеціальності</b>	галузь знань 051 “Економіка” спеціальність “ Економічна кібернетика”
<b>Викладачі курсу</b>	Флюд В.М. кандидат фіз.-мат. наук, доцент, доцент кафедри математичної економіки, економетрії, фінансової та страхової математики Червінка К.А. кандидат фіз.-мат. наук, доцент, доцент кафедри математичної економіки, економетрії, фінансової та страхової математики
<b>Контактна інформація викладачів</b>	volodymyr.flyud@lnu.edu.ua kostiantyn.tchervinka@lnu.edu.ua
<b>Консультації по курсу відбуваються</b>	Консультації в день проведення лекцій/практичних занять (за попередньою домовленістю). Для погодження часу он-лайн консультацій слід писати на електронну пошту викладача.
<b>Сторінка курсу</b>	<a href="https://new.mmf.lnu.edu.ua/course/vyshcha-matematyka-dlia-ekonomistiv-051k-kibernetyka">https://new.mmf.lnu.edu.ua/course/vyshcha-matematyka-dlia-ekonomistiv-051k-kibernetyka</a>
<b>Інформація про курс</b>	Курс розроблено таким чином, щоб надати учасникам необхідні знання, обов'язкові для того, щоб використовувати його у процесі вивчення фахових дисциплін. Тому у курсі представлено як огляд концепцій вищої математики, так і процесів та інструментів, які потрібні для її застосування.
<b>Коротка анотація курсу</b>	Дисципліна “Вища математика для економістів” є нормативною дисципліною з спеціальності 051 “Економіка”, яка викладається в першому семестрі в обсязі 8 кредитів (за Європейською Кредитно-Трансферною Системою ECTS).
<b>Мета та цілі курсу</b>	Метою вивчення нормативної дисципліни “Вища математика для економістів” є забезпечити належну базову математичну підготовку студентів та сформувати у них вміння застосовувати її для аналізу різноманітних явищ у професійній діяльності.
<b>Література для вивчення дисципліни</b>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Барабаш Г. М. Збірник-довідник з курсу “Вища математика для економістів” / Барабаш Г.М., Кирилич В.М., Пелюшкевич О.В. // Львів: Видавничий центр ЛНУ імені Івана Франка, 2018. – 257 с.</li> <li>2. Тріщ Б.М. Вища математика для економістів. Підручник. Львів. Видавничий центр ЛНУ імені Івана Франка. – 2011. – 552 с.</li> <li>3. Тріщ Б.М. Основи вищої математики. Теорема, приклади і задачі. Навчальний посібник. – Львів. Видавничий центр ЛНУ імені Івана Франка. – 2008. – 403 с.</li> <li>4. Тріщ Б.М. Збірник індивідуальних завдань з вищої математики. Навчальний посібник. Львів. Видавничий центр ЛНУ імені Івана Франка. – 2017. – 318 с.</li> </ol>

	5. Бабенко В.В., Зіневич А.Г., Кічура С.М., Трищ Б.М., Цаповська Ж.Я. Збірник задач з вищої математики. – Львів. Видавничий центр ЛНУ імені Івана Франка. – 2005. – 255 с.
<b>Тривалість курсу</b>	240 год.
<b>Обсяг курсу</b>	У першому семестрі 5 годин аудиторних занять, з них 2 години лекцій, 3 години практичних занять і 2,5 години самостійної роботи у тиждень, у другому семестрі 4 годин аудиторних занять, з них 2 години лекцій, 2 години практичних занять і 3,5 години самостійної роботи
<b>Очікувані результати навчання</b>	Після завершення цього курсу студент буде : <ul style="list-style-type: none"> <li>- Знати основні поняття вищої математики.</li> <li>- Вміти застосовувати вищу математику для вирішення теоретичних та практичних задач, змістовно інтерпретувати отримані результати, надавати аргументацію, критично оцінювати логіку та формувати висновки.</li> <li>- Застосовувати відповідні економіко-математичні методи та моделі для вирішення економічних задач.</li> <li>- Вміти використовувати дані, у т.ч. у векторній та матричній формі, розраховувати економічні показники.</li> <li>- Вміти абстрактно мислити, застосовувати аналіз та синтез для виявлення ключових показників систем.</li> </ul> <p>Очікувані результати навчання покликані забезпечити набуття компетентностей: ЗК03, ЗК04, ЗК08, ЗК10, ЗК11, СК04, СК06, СК09, СК10; результатів навчання: РН08, РН07, РН12, РН13, РН16, РН21, РН23, визначених освітньою програмою</p>
<b>Ключові слова</b>	Лінійна алгебра, аналітична геометрія, математичний аналіз, диференціальні рівняння
<b>Формат курсу</b>	Очний, дистанційний
	Проведення лекцій, практичних занять та консультації для кращого розуміння тем.
<b>Теми</b>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Предмет і метод математики</li> <li>2. Комплексні числа та дії з ними</li> <li>3. Матриці та дії з ними</li> <li>4. Визначники квадратних матриць</li> <li>5. Обернена матриця. Ранг матриці</li> <li>6. Системи лінійних рівнянь та їх застосування в економіці</li> <li>7. Векторні простори</li> <li>8. Власні числа і власні вектори матриці.</li> <li>9. Вектори на площині і в просторі та дії з ними</li> <li>10. Пряма на площині</li> <li>11. Лінії другого порядку на площині</li> <li>12. Площина і пряма у просторі</li> <li>13. Функція однієї змінної</li> <li>14. Границя числової послідовності</li> <li>15. Границя функції</li> <li>16. Похідні та диференціали першого порядку</li> <li>17. Похідні та диференціали вищих порядків. Основні теореми та формули диференціального числення функції однієї змінної</li> <li>20. Застосування диференціального числення до дослідження функцій</li> <li>21. Застосування диференціального числення функцій однієї змінної до задачі моделей економіки</li> <li>22. Невизначений інтеграл, його властивості і методи обчислення</li> </ol>

	<p>23. Визначений інтеграл, його властивості, обчислення і застосування</p> <p>24. Невластиві інтеграли</p> <p>25. Поняття функції багатьох змінних, її границя та неперервність</p> <p>26. Диференціальне числення функцій багатьох змінних</p> <p>27. Екстремум функції багатьох змінних</p> <p>28. Кратні інтеграли</p> <p>29. Числові ряди та їх збіжність</p> <p>30. Степеневі ряди</p> <p>31. Диференціальні рівняння першого порядку</p> <p>32. Диференціальні рівняння вищих порядків. Системи рівнянь. Застосування до задач та моделей економіки</p>
<b>Підсумковий контроль, форма</b>	Іспит в кінці першого семестру; іспит в кінці другого семестру.
<b>Пререквізити</b>	Для вивчення курсу студенти потребують базових знань з шкільного курсу математики.
<b>Навчальні методи та техніки, які будуть використовуватися під час викладання курсу</b>	Презентації, лекції.
<b>Необхідне обладнання</b>	Вивчення курсу не потребує використання програмного забезпечення, крім загально вживаних програм і операційних систем.
<b>Критерії оцінювання (окремо для кожного виду навчальної діяльності)</b>	<p>Оцінювання екзамену проводиться за 100-бальною шкалою. Бали нараховуються за наступним співвідношенням:</p> <p>– у 1-му семестрі</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• практичні/самостійні тощо : 20% семестрової оцінки; максимальна кількість балів 20.</li> <li>• контрольні заміри (модулі): 40% семестрової оцінки; максимальна кількість балів 40.</li> <li>• підсумковий екзаменаційний контроль: 40% семестрової оцінки; максимальна кількість балів 40</li> </ul> <p>Підсумкова максимальна кількість балів 100</p> <p>– у 2-му семестрі</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• практичні/самостійні тощо : 10% семестрової оцінки; максимальна кількість балів 10.</li> <li>• контрольні заміри (модулі): 50% семестрової оцінки; максимальна кількість балів 50.</li> <li>• підсумковий екзаменаційний контроль: 40% семестрової оцінки; максимальна кількість балів 40</li> </ul> <p>Підсумкова максимальна кількість балів 100</p> <p><b>Письмові роботи:</b> Очікується, що студенти виконають декілька видів письмових робіт. <b>Академічна доброчесність:</b> Очікується, що роботи студентів будуть їх оригінальними дослідженнями чи міркуваннями. Відсутність посилань на використані джерела, фабрикування джерел, списування, втручання в роботу інших студентів становлять, але не обмежують, приклади можливої академічної недоброчесності. Виявлення ознак академічної недоброчесності в письмовій роботі студента є підставою для її незарахування викладачем, незалежно від</p>

	<p>масштабів плагіату чи обману. <b>Відвідання занять</b> є важливою складовою навчання. Очікується, що всі студенти відвідають усі лекції і практичні заняття курсу. Студенти мають інформувати викладача про неможливість відвідати заняття. У будь-якому випадку студенти зобов'язані дотримуватися усіх строків визначених для виконання усіх видів письмових робіт, передбачених курсом. <b>Література.</b> Уся література, яку студенти не зможуть знайти самостійно, буде надана викладачем виключно в освітніх цілях без права її передачі третім особам. Студенти заохочуються до використання також й іншої літератури та джерел, яких немає серед рекомендованих.</p> <p><b>Політика виставлення балів.</b> Враховуються бали набрані на поточному тестуванні, самостійній роботі та бали підсумкового тестування. При цьому обов'язково враховуються присутність на заняттях та активність студента під час практичного заняття; недопустимість пропусків та запізнь на заняття; користування мобільним телефоном, планшетом чи іншими мобільними пристроями під час заняття в цілях не пов'язаних з навчанням; списування та плагіат; несвоєчасне виконання поставленого завдання і т. ін.</p> <p>Жодні форми порушення академічної доброчесності не толеруються.</p>
<b>Питання до екзамену.</b>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Матриці. Дії над матрицями.</li> <li>2. Визначники. Обернена матриця. Ранг матриці.</li> <li>3. Системи лінійних алгебричних рівнянь і методи їх розв'язування</li> <li>4. Лінія на площині. Пряма на площині. Кут між прямими.</li> <li>5. Криві другого порядку.</li> <li>6. Числова послідовність і її границя. Границя функції. Невизначеності. Визначні границі.</li> <li>7. Неперервність. Похідна. Правила диференціювання. Похідні вищих порядків. Диференціал</li> <li>8. Теореми про середнє значення. Формула Тейлора.</li> <li>9. Екстремум функції. Дослідження функції за допомогою похідної. Побудова графіка</li> <li>10. Поняття функції багатьох змінних. Частинні похідні. Екстремум функції двох змінних</li> <li>11. Невизначений інтеграл. Метод заміни змінної та інтегрування частинами</li> <li>12. Інтегрування раціональних функцій. Інтегрування ірраціональних та тригонометричних функцій.</li> <li>13. Визначений інтеграл і його застосування.</li> <li>14. Поняття числового ряду. Ознаки збіжності додатних рядів. Знакозмінні ряди. Абсолютна та умовна збіжність. Степеневі ряди.</li> <li>15. Диференціальні рівняння першого порядку.</li> <li>16. Лінійні однорідні диференціальні рівняння зі сталими коефіцієнтами.</li> </ol>
<b>Опитування</b>	<p>Анкету-оцінку з метою оцінювання якості курсу буде надано по завершенню курсу.</p>

## Схема курсу. Перший семестр

Тижні, Семестр	Лекційний курс		Практичні (семінарські) заняття	
	Номер, назва і зміст теми	К-ть годин	Номер, назва і зміст теми	К-ть годин
1	Предмет і методи вищої математики. Вихідні поняття. Елементи математичної логіки. Множини. Множини натуральних, дійсних і комплексних чисел. Форми комплексних чисел та дії над ними.	2	Дії над множинами. Операції з комплексними числами (КЧ). Знаходження коренів з КЧ. Розв'язування рівнянь.	4
2	Поняття матриці та її використання в економіці. Види матриць. Додавання і множення матриць. Визначники другого і третього порядку. Визначник $n$ -го порядку. Властивості визначників.	2	Дії над матрицями. Обчислення визначників.	2
3	Мінори та алгебраїчні доповнення. Методи обчислення визначників. Обернена матриця. Ранг матриці. Теорема Кронекера-Капеллі.	2	Обчислення оберненої матриці. Розв'язування матричних рівнянь. Обчислення рангу матриці	4
4	Система лінійних рівнянь і її запис у матричній формі. Система $n$ лінійних рівнянь з $n$ невідомими. Метод Крамера. Метод оберненої матриці. Система $n$ лінійних рівнянь з $m$ невідомими. Метод Гауса. Системи лінійних однорідних рівнянь.	2	Розв'язування систем лінійних рівнянь методом Крамера, методом оберненої матриці, методом Гауса.	2
5	Вектори на площині і в просторі. Проекція вектора на вісь. Базис. Розклад вектора за базисом. Координати вектора. Скалярний і векторний добутки та їх властивості. Власні вектори і власні значення матриці.	2	Системи незалежних векторів, метод Гауса. Дії над векторами. Визначення власних значень і власних векторів.	4
6	<i>Контрольна робота № 1. (Лінійна алгебра):</i> Компл. числа; матриці; визначники; матр.р-ння; СЛАР	2	Задачі на скалярний, векторний та мішаний добутки, їх геометричний зміст	2
7	Підмножини прямої та площини. Криві на площині. Пряма на площині. Різні види рівнянь прямої. Кут між прямими. Умови паралельності і перпендикулярності двох прямих. Відстань від точки до прямої. Криві другого порядку.	2	Рівняння прямої на площині. Кут між прямими. Взаємне розташування прямих. Криві другого порядку	4
8	Застосування кривих до деяких моделей економіки. Аналітична геометрія у просторі. Площина і пряма. Різні види рівняння площини. Кут між площинами. Рівняння прямої у просторі. Різні види рівняння прямої. Взаємне розташування прямої та площини.	2	Рівняння площини і прямої у просторі, їх взаємне розташування.	2
9	Числові послідовності і їх границі. Нескінченно малі і нескінченно великі послідовності. Основні теореми про границі послідовностей. Елементи математики фінансів. Прості і складні відсотки. Розрахунки накопичення. Розрахунки ренти. Погашення боргу	2	<i>Контрольна робота № 2. (Аналітична геометрія):</i> вектори (кут, площа трик. і паралелограма, об'єми); різні види рівняння прямої; криві другого порядку; площина; пряма в просторі; пряма і площина Нескінченна числова послідовність	2 2
10	Поняття функції однієї змінної. Способи задання функції. Обернена функція. Складна функція. Основні елементарні функції і їх властивості. Застосування функцій в економіці. Границя функції неперервного аргументу. Невизначеності.	2	Обчислення границь числової послідовності.	2
11	Теореми про границі. Нескінченно малі і нескінченно великі функції. Чудові границі. Задача про неперервне нарахування відсотків. Поняття неперервності функції. Точки розриву функції і їх класифікація. Основні властивості неперервних функцій.	2	Обчислення границь функцій однієї змінної. Застосування границь	4

12	Поняття похідної функції одного аргументу і її геометричний, механічний та економічний зміст. Односторонні похідні. Поняття диференціала функції. Правила диференціювання. Таблиця похідних.	2	Контрольна робота № 3. (Математичний аналіз 1): границя послідовності та функції; неперервність	2
13	Похідні вищих порядків. Диференціювання функцій, які задані параметрично і неявно. Розкриття невизначеностей за правилом Лопітала. Формула Тейлора. Формула Маклорена.	2	Обчислення похідних та диференціалів функцій однієї змінної. Обчислення похідних функцій, які задані параметрично та неявно.	4
14	Зростання і спадання функцій. Точки локального екстремуму. Випуклість і точки перегину графіку функції. Асимптоти графіка. Схема дослідження функції. Граничні показники в мікроекономіці. Максимізація прибутку.	2	Обчислення похідних вищих порядків. Наближення функції у точці. Розкриття невизначеностей за правилом Лопітала.	2
15	Контрольна робота № 4. (Математичний аналіз 2): похідна та її застосування	2	Дослідження функцій і побудова їхніх графіків. Застосування похідної до розв'язування задач.	4
16	Первісна і невизначений інтеграл. Основні властивості невизначеного інтеграла. Таблиця невизначених інтегралів. Інтегрування методом підстановки та частинами. Інтегрування раціональних дробів.	2	Обчислення найпростіших невизначених інтегралів	2
<b>Всього</b>		<b>32</b>		<b>48</b>

## Схема курсу. Другий семестр

Тижні, Семестр	Лекційний курс		Практичні (семінарські) заняття	
	Номер, назва і зміст теми	К-ть годин	Номер, назва і зміст теми	К-ть годин
1	Інтегрування тригонометричних функцій. Універсальна тригонометрична підстановка. Інтегрування ірраціональних функцій.	2	Обчислення інтегралів методом підстановки та частинами	2
2	Поняття визначеного інтеграла. Класи інтегрованих функцій. Головні властивості визначених інтегралів.	2	Інтегрування раціональних дробів.	2
3	Теорема про середнє. Визначений інтеграл зі змінною верхньою межею та його похідна. Теорема Ньютона-Лейбніца. Методи підстановки та інтегрування частинами визначеного інтеграла. Геометричні застосування визначеного інтеграла.	2	Інтегрування тригонометричних функцій. Інтегрування ірраціональних функцій.	2
4	Невластиві інтеграли. Інтеграл Ейлера-Пуассона. Застосування визначеного інтеграла до розв'язування задач з економічним змістом.	2	Обчислення визначених інтегралів. Геометричні застосування визначених інтегралів.	2
5	Евклідов простір $E^m$ (Евклідова площина та евклідов простір. Поняття $m$ -вимірного координатного простору та $m$ -вимірного евклідового простору). Множини точок евклідового простору $E^m$ (Приклади множин. Послідовності точок у просторі). Поняття функції декількох змінних. Границя функції декількох змінних. Нескінченно малі функції. Поняття неперервності функції декількох змінних. Неперервність функції по кожній змінній.	2	Обчислення невластивих інтегралів. Дослідження збіжності. Застосування визначених інтегралів до розв'язування задач з економічним змістом.	2
6	Властивості неперервних функцій. Неперервність складеної функції. Лінії рівня. Часткові похідні функції декількох змінних. Похідна за напрямом. Градієнт.	2	Контрольна робота (інтегральне числення функцій однієї змінної)	2

7	Часткові похідні вищих порядків. Диференціали вищих порядків. Формула Тейлора для функції декількох змінних. Визначення та необхідні умови локального екстремум. Достатні умови екстремуму функцій багатьох змінних.	2	Знаходження області визначення функції багатьох змінних. Границя функції. Неперервність. Диференціювання функцій багатьох змінних.	2
8	Максимальне і мінімальне значення функції у замкненій області. Поняття неявної функції. Диференціювання неявних функцій. Поняття і постановка задачі на умовний екстремум. Зведення до задачі на безумовний екстремум.	2	Похідна за напрямом. Градієнт. Обчислення диференціалів. Обчислення часткових похідних. Знаходження максимального і мінімального значення функції у замкнутій множині	2
9	Метод множників Лагранжа. Достатні умови умовного екстремуму. Метод найменших квадратів. Застосування функцій багатьох змінних до розв'язування задач економіки.	2	Диференціювання неявних функцій. Розв'язування задач на умовний екстремум методом множників Лагранжа.	2
10	Поняття про подвійний інтеграл. Властивості подвійних інтегралів. Зведення подвійного інтеграла до повторного. Заміна змінних у подвійному інтегралі.	2	Застосування методу найменших квадратів. Обчислення подвійних інтегралів.	2
11	Поняття числового ряду. Збіжність числових рядів. Необхідна умова збіжності числового ряду. Достатні ознаки збіжності числових рядів з додатними членами. Ознаки порівняння. Знакопозапержні ряди. Абсолютна та умовна збіжність.	2	Дослідження збіжності числових рядів.	2
12	Степеневі ряди. Теорема Абеля. Радіус збіжності. Область збіжності. Розвинення функцій у степеневий ряд.	2	Дослідження збіжності степеневих рядів. Розвинення функцій у ряд Маклорена.	2
13	Поняття диференціального рівняння. Диференціальні рівняння першого порядку. Задача Коші. Теорема існування і єдиності розв'язку. Диференціальні рівняння з відокремлюваними змінними. Однорідні диференціальні рівняння. Лінійні диференціальні рівняння першого порядку.	2	Розв'язування диференціальних рівнянь з відокремлюваними змінними та однорідних рівнянь. Розв'язування лінійних рівнянь першого порядку.	
14	Диференціальні рівняння вищих порядків, які допускають пониження порядку. Лінійні диференціальні рівняння другого порядку з сталими коефіцієнтами.	2	Розв'язування диференціальних рівнянь вищих порядків. Розв'язування лінійних однорідних диференціальних рівнянь зі сталими коефіцієнтами.	2
15	Системи лінійних диференціальних рівнянь. Лінійні диференціальні рівняння вищих порядків.	2	Розв'язування лінійних неоднорідних диференціальних рівнянь зі сталими коефіцієнтами. Розв'язування систем лінійних диференціальних рівнянь.	2
16	Лінійні різницеві рівняння. Розв'язування лінійних різницевих рівнянь з сталими коефіцієнтами. Застосування диференціальних та різницевих рівнянь в економіці. Модель природного росту випуску продукції. Ріст випуску продукції в умовах конкуренції. Динамічна модель Кейнса. Неокласична модель зростання. Застосування диференціальних рівнянь другого порядку.	2	Контрольна робота (функції багатьох змінних, числові та степеневі ряди, диференціальні рівняння)	2
<b>Всього</b>		<b>32</b>		<b>32</b>