МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ

Львівський національний університет імені Івана Франка

Механіко-математичний факультет

Кафедра теорії функцій і функціонального аналізу

**Затверджено**

на засіданні кафедри теорії функцій і

функціонального аналізу

механіко-математичного факультету

Львівського національного університету імені Івана Франка

(протокол № 1 від 25 серпня 2022 року)



Завідувач кафедри: проф. Скасків О.Б.

\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_\_

Силабус з навчальної дисципліни

**“Математичний аналіз ІІ: функції багатьох змінних”,**

що викладається в межах ОПП
*“Комп’ютерна алгебра, криптологія і теорія ігор”,
“Комп’ютерний аналіз математичних моделей”,
“Математика. Математична економіка та економетрика”,
“Середня освіта (Математика)”*

першого (бакалаврського) рівня вищої освіти

 для здобувачів із спеціальностей 111 – Математика та

 014 – Середня освіта (Математика)

**Львів 2022**

|  |  |
| --- | --- |
| **Назва дисципліни** | **Математичний аналіз ІІ: функції багатьох змінних** |
| **Адреса викладання дисципліни** | Львівський національний університет імені Івана Франка,м. Львів, вул. Університетська 1 |
| **Факультет та кафедра, за якою закріплена дисципліна** | Механіко-математичний факультет Кафедра теорії функцій і функціонального аналізу  |
| **Галузь знань, шифр та назва спеціальності** | Галузь знань: 11 Математика і статистикаСпеціальність: 111 – МатематикаГалузь знань: 01 Освіта/педагогікаСпеціальність:014 – Середня освіта (Математика) |
| **Викладачі дисципліни** | **Притула Ярослав Григорович**, доцент кафедри теорії функцій і функціонального аналізу,**Микитюк Ярослав Володимирович**, доцент кафедри теорії функцій і функціонального аналізу,**Кудрик Тарас Степанович**, доцент кафедри теорії функцій і функціонального аналізу |
| **Контактна інформація викладачів** | yaroslav.prytula@lnu.edu.ua<https://new.mmf.lnu.edu.ua/employee/prytula-ya-h>yaroslav.mykytyuk@lnu.edu.ua<https://new.mmf.lnu.edu.ua/employee/mykytyuk-ya-v>taras.kudryk@lnu.edu.ua<https://new.mmf.lnu.edu.ua/employee/kudryk-t-s> |
| **Консультації з питань навчання по дисципліні відбуваються** | Консультації в день проведення лекцій/практичних занять (за попередньою домовленістю) за адресою: м. Львів, вул. Університетська 1, ауд.374. Також можливі он-лайн консультації на платформі ZOOM. Для погодження часу консультацій слід писати на електронну пошту викладача. |
| **Сторінка дисципліни**  | <https://new.mmf.lnu.edu.ua/course/matematychnyy-analiz-mtm-mto-mta-mtk-2kurs> |
| **Інформація про дисципліну** | Дисципліна “Математичний аналіз ІІ: функції багатьох змінних” є нормативною навчальною дисципліною зі спеціальностей 111 – Математика та 014 – Середня освіта (Математика) для освітніх програм *“Комп’ютерна алгебра, криптологія і теорія ігор”, “Комп’ютерний аналіз математичних моделей”, “Математика. Математична економіка та економетрика”, “Середня освіта (Математика)”*, яка викладається в 3-му семестрі в обсязі 8 кредитів (за Європейською Кредитно-Трансферною Системою ECTS). |
| **Коротка анотація дисципліни** | Курс спрямований на оволодіння класичними методами математичного аналізу, теоретичними положеннями та основними застосуваннями математичного аналізу в різноманітних задачах математики, механіки та прикладної математики, їх використання в подальших курсах з математики та прикладної математики, сприянню розвитку логічного та аналітичного мислення студентів. |
| **Мета та цілі дисципліни** | Оволодіти класичними методами математичного аналізу для функцій багатьох змінних, теоретичними положеннями та основними застосуваннями математичного аналізу в різноманітних задачах математики, механіки та прикладної математики, їх використання в подальших курсах з математики та прикладної математики, сприянню розвитку логічного та аналітичного мислення студентів.  |
| **Література для вивчення дисципліни** | 1. Дороговцев А. Я. Математичний аналіз Т. 2. Київ Либідь 1994.2. Дороговцев А. Я. Математичний аналіз Київ Факт 2004.3. Дороговцев А. Я. Математичний аналіз. Збірник задач.4. Демидович Б.П. Збірник задач і вправ з математичного аналізу5. Радченко О. М. Математичний аналіз Ч. 2. Київ ТВіМС, 2000.6. Притула Я. Г. Лекції з математичного аналізу (рукопис)  |
| **Обсяг курсу** | Загальний обсяг: 240 годин. Аудиторних занять: 128 годин, з них 64 години лекцій та 64 години лабораторних робіт. Самостійна робота: 112 годин. Кредитів – 8. |
| **Очікувані результати навчання** | Після завершення цього курсу студент повинен**знати:**теоретичний матеріал, який стосується векторної алгебри, поняття бази простору та координат вектора в заданій базі; афінні системи координат, координати точок в заданій системі координат; перетворення координат; прямі на площині; прямі та площини в просторі; лінії та поверхні другого порядку; афінні відображення та їх інваріанти.**вміти:**застосовувати теоретичний матеріал до розвʼязування задач, а також застосовувати методи аналітичної геометрії в інших галузях математики та фізики.Після успішного завершення курсу студент має набути такі **загальні компетентності (ЗК)** та **спеціальні** (фахові) **компетентності (СК):**ЗК-1 Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу; ЗК-2 Здатність застосовувати знання у практичних ситуаціях; ЗК-3 Знання й розуміння предметної області та професійної діяльності;ЗК-7 Здатність учитися і оволодівати сучасними знаннями;ЗК-9 Здатність приймати обґрунтовані рішення.СК-1 Здатність формулювати проблеми математично та в символьній формі з метою спрощення їхнього аналізу й розв’язання;СК-2 Здатність подавати математичні міркування та висновки з них у формі, придатній для цільової аудиторії, а також аналізувати та обговорювати математичні міркування інших осіб, залучених до розв’язання тієї самої задачі;СК-3 Здатність здійснювати міркування та виокремлювати ланцюжки міркувань у математичних доведеннях на базі аксіоматичного підходу, а також розташовувати їх у логічну послідовність, у тому числі відрізняти основні ідеї від деталей і технічних викладок;СК-4 Здатність конструювати формальні доведення з аксіом та постулатів і відрізняти правдоподібні аргументи від формально бездоганних;СК-6 Здатність розробляти і досліджувати математичні моделі явищ, процесів та систем;СК-8 Здатність до аналізу математичних структур, у тому числі до оцінювання обґрунтованості й ефективності використовуваних математичних підходів.і **програмні результати навчання (РН):**РН-1 Знати основні етапи історичного розвитку математичних знань і парадигм, розуміти сучасні тенденції в математиці;РН-3 Знати принципи modus ponens (правило виведення логічних висловлювань) та modus tollens (доведення від супротивного) і використовувати умови, формулювання, висновки, доведення та наслідки математичних тверджень;РН-4 Розуміти фундаментальну математику на рівні, необхідному для досягнення інших вимог освітньої програми;РН-7 Пояснювати математичні концепції мовою, зрозумілою для нефахівців у галузі математики;РН-10 Розв’язувати задачі придатними математичними методами, перевіряти умови виконання математичних тверджень, коректно переносити умови та твердження на нові класи об’єктів, знаходити й аналізувати відповідності між поставленою задачею й відомими моделями;РН-11 Розв’язувати конкретні математичні задачі, які сформульовано у формалізованому вигляді; здійснювати базові перетворення математичних моделей;РН-13 Знати теоретичні основи і застосовувати методи математичного аналізу для дослідження функцій однієї та багатьох дійсних змінних. |
| **Ключові слова** | Функції багатьох змінних, часткові похідні, кратні інтеграли, криволінійні і поверхневі інтеграли, ряди Фур’є. |
| **Формат курсу** | Очний, дистанційний Проведення лекцій, практичних робіт і консультацій. |
| **Теми** | Див. **Схема курсу**. |
| **Підсумковий контроль, форма** | Іспит у кінці семестру.  |
| **Пререквізити** | Для вивчення курсу студенти потребують базових знань з шкільного курсу математики, достатніх для сприйняття основних ідей та методів математичного аналізу, а також знання курсу “Математичний аналіз І: функції однієї змінної”. |
| **Навчальні ме­тоди та тех­ніки, які будуть ви­користовува­тися під час викладання курсу** | Презентації, лекціїІндивідуальні завданняПрактичні заняття з розв’язування задач |
| **Необхідне об­ладнання** | Аудиторія обладнана дошкою та засобами написання для аудиторних занять.Комп’ютер/ планшет/ смартфон із загально вживаним програмним забезпеченням, доступ до Internet мережі, Zoom.  |
| **Критерії оці­нювання (окремо для кожного виду навчальної діяль­ності)** | Оцінювання проводиться за 100-бальною шкалою. Бали нараховуються за наступним співвідношенням: * написання двох контрольних робіт – 24 бали;
* здача двох колоквіумів – 26 балів;
* виконання екзаменаційного завдання і співбесіда –50 балів.

Підсумкова максимальна кількість балів – 100.**Письмові роботи:** Очікується, що студенти виконають письмові роботи: дві контрольні роботи і екзаменаційне завдання.**Академічна доброчесність**: Очікується, що роботи студентів будуть їх оригінальними дослідженнями чи міркуваннями. Відсутність посилань на використані джерела, фабрикування джерел, списування, втручання в роботу інших студентів становлять, але не обмежують, приклади можливої академічної недоброчесності. Виявлення ознак академічної недоброчесності в письмовій роботі студента є підставою для її незарахуванння викладачем, незалежно від масштабів плагіату чи обману.**Відвідання занять** є важливою складовою навчання. Очікується, що всі студенти відвідають усі лекції та практичні зайняття курсу. Студенти повинні інформувати викладача про неможливість відвідати заняття. У будь-якому випадку студенти зобов’язані дотримуватися термінів виз­начених для виконання всіх видів письмових робіт та індивідуальних завдань, передбачених курсом.**Література.** Уся література, яку студенти не зможуть знайти самостійно, буде надана викладачем виключно в освітніх цілях без права її передачі третім особам. Студенти заохочуються до використання також й іншої літератури та джерел, яких немає серед рекомендованих.**Політика виставлення балів.** Враховуються бали набрані при поточному тестуванні, самостійній роботі та бали підсумкового тестування. При цьому обов’язково враховуються присутність на заняттях та активність студента під час практичного заняття; недопустимість пропусків та запізнень на заняття; користування мобільним телефоном, планшетом чи іншими мо­більними пристроями під час заняття в цілях не пов’язаних з навчанням; списування та плагіат; несвоєчасне виконання поставленого завдання і т. ін.Жодні форми порушення академічної доброчесності не толеруються. |
| **Питання до екзамену.** | На екзамени виносяться усі теми курсу. Питання до екзаменів включають:* формулювання означень основних понять курсу та подання прикладів, які ілюструють ці поняття;
* формулювання теорем, викладених в цьому курсі;
* знання і розуміння доведень тверджень, поданих в цьому курсі;
* знання методів розв’язування задач;
* вміння застосувати теоретичні знання до розв’язування практичних задач з тем, які викладені в курсі.
 |
| **Опитування** | Анкету-оцінку з метою оцінювання якості курсу буде надано по завершенню курсу. |

**Схема курсу**

*А. Теоретична частина*

*(лекції)*

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Тиждень, год. | Тема, план, короткі тези | Форма діяльності ((заняття)\*\*лекція, самостійна, дискусія, групова робота) | Література(Ресурси в інтернеті) | Завдання, год. | Термін виконання |
| Перший, 4 год. | **Тема 1.** Основні поняття математичного аналізу в просторах $R^{2}, R^{3}.$**Тема 2.** Часкові похідні. | лекція | див. пункт Література для вивчення дисципліни | (8 год.) | Один тиждень |
| Другий,4 год. | **Тема 3.** Похідні вищих порядків, диференціали формула Тейлора. **Тема 4.** Екстремум функцій багатьох змінних. | лекція |  | (8 год.) | Один тиждень |
| Третій,4 год. | **Тема 5.** Неявні функції. Умовний екстремум.**Тема 6.** Простір $R^{n}$. Лінійні операції, скалярний добуток. Норми. | лекція |  | (8 год.) |  |
| Четвертий,4 год. | **Тема 7.** Метричний простір. Відкриті і замкнені множини**. Тема 8.** Границя послідовності і функції. Простори $R^{n}, C\left[a, b\right].$ | лекція |  | (8 год.) |  |
| П’ятий,4 год. | **Тема 9.** Неперервні функції в метричних просторах. Критерій неперервності. Повні простори.**Тема 10.** Теорема Банаха про нерухому точку. Застосування | лекція |  | (8 год.) |  |
| Шостий,4 год. | **Тема 11.** Компактні множини. Теорема Больцано-Вайєрштраса. Критерій компактності в $R^{n}$. **Тема 12.** Властивості неперервних функцій на компактних множинах. Зв’язність і неперервність. | лекція |  | (8 год.) |  |
| Сьомий,4 год. | **Тема 13.** Властиві інтеграли залежні від параметра.**Тема 14.** Невластиві інтеграли залежні від параметра. | лекція |  | (8 год.) |  |
| Восьмий,4 год. | **Тема 15.** Інтеграли Ейлера**Тема 16.** Подвійний інтеграл та зведення його до повторного. | лекція |  | (8 год.) |  |
| Дев’ятий,4 год. | **Тема 17.** Міра Жордана в $R^{n}$. Кратний інтеграл Рімана. **Тема 18.** Критерій інтегровності функцій. | лекція |  | (8 год.) |  |
| Десятий,4 год. | **Тема 19.** Заміна змінних в кратних інтегралах.**Тема 20.** Зведення кратних інтегралів до повторних. | лекція |  | (8 год.) |  |
| Одинадцятий,4 год. | **Тема 21.** Обчислення потрійних інтегралів, зведення до повторних, заміна змінних.**Тема 22.** Криволінійні інтеграли І роду**.** | лекція |  | (8 год.) |  |
| Дванад-цятий,4 год. | **Тема 23.** Криволінійні інтеграли ІІ роду. Орієнтовані криві. Формула Гріна.**Тема 24.** Зв’язок криволінійних інтегралів І і ІІ роду. Незалежність криволінійних інтегралів від шляху інтегрування. | лекція |  | (8 год.) |  |
| Тринадцятий,4 год. | **Тема 25.** Поняття про поверхню. Площа поверхні.**Тема 26.** Поверхневі інтеграли І і ІІ роду | лекція |  | (8 год.) |  |
| Чотирнадцятий,4 год. | **Тема 27.** Формула Гауса-Остроградського і формула Стокса.**Тема 28.** Елементи теорії поля | лекція |  | (8 год.) |  |
| П’ятнадцятий,4 год | **Тема 29.** Ортогональні системи функцій. Ряд Фур’є, нерівність Бесселя. **Тема 30.** Інтеграл Діріхле. Лема Рімана. | лекція |  | (8 год.) |  |
| Шістнадцятий,4 год | **Тема 31.** Ознака рівномірної збіжності ряду Фур’є. Теореми Вейєрштрасса про наближення функцій. **Тема 32.** Огляд курсу “Математичний аналіз ІІ” | лекція |  | (8 год.) |  |

*Б. Практичні заняття*

|  |  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- | --- |
| Тиждень, год. | Тема, план, короткі тези | Форма діяльності ((заняття)\*\*лекція, самостійна, дискусія, групова робота) | Література(Ресурси в інтернеті) | Завдання, год. | Термін виконання |
| Перший,4 год. | **Тема 1.** Функції двох, трьох змінних.Область визначення.Лінії рівня. Графіки.**Тема 2.** Границі функцій двох, трьох змінних.Повторні і подвійні границі. | практичне | 3. Дороговцев А. Я. Математичний аналіз. Збірник задач.4. Демидович Б.П. Збірник задач і вправ з математичного аналізу | (8 год.) | Один тиждень |
| Другий,4 год. | **Тема 3.** Неперервні і рівномірно неперервні функції.**Тема 4.** Частинні похідні. Диференційовні функції. | практичне | [3], [4] | (8 год.) | Один тиждень |
| Третій,4 год. | **Тема 5.** Похідні та диференціали складних функцій. **Тема 6.** Диференціювання неявних функцій. | практичне | [3], [4] | (8 год.) | Один тиждень |
| Четвертий,4 год. | **Тема 7.** Формула Тейлора. Геометричні застосування диференціального числення.**Тема 8.** Дослідження на екстремум функцій багатьох змінних. | практичне | [3], [4] | (8 год.) | Один тиждень |
| П’ятий,4 год. | **Тема 9.** Задачі на знаходження екстремумів функцій. **Тема 10.** Умовний екстремум. | практичне | [3], [4] | (8 год.) | Один тиждень |
| Шостий,4 год. | **Тема 11.** Метричні простори. Відкриті і замкнені множини в метричних просторах.**Тема 12.** Повні простори. Компактні множини. Функції на компактних множинах. | практичне | [3], [4] | (8 год.) | Один тиждень |
| Сьомий4 год. | **Тема 13.**Властивості означених інтегралів, залежних від параметра.**Тема 14.**Невластиві інтеграли, залежні від параметра. | практичне | [3], [4] | (8 год.) | Один тиждень |
| Восьмий,4 год. | **Тема 15.** Обчислення невластивих інтегралів.**Тема 16.** Інтеграли Ейлера. | практичне | [3], [4] | (8 год.) | Один тиждень |
| Дев’ятий,4 год. | **Тема 17.** Означення подвійного інтеграла. Інтегральні суми. **Тема 18.** Зведення подвійних інтегралів до повторних. Зміна порядку інтегрування | практичне | [3], [4] | (8 год.) | Один тиждень |
| Десятий,4 год. | **Тема 19.** Заміна змінних в подвійних інтегралах. **Тема 20.** Обчислення подвійних інтегралів. | практичне | [3], [4] | (8 год.) | Один тиждень |
| Одинадцятий,4 год. | **Тема 21.** Обчислення площ і об'ємів за допомогою подвійних інтегралів**Тема 22.** Обчислення потрійних інтегралів | практичне | [3], [4] | (8 год.) | Один тиждень |
| Дванад-цятий,4 год. | **Тема 23.**Обчислення потрійних інтегралів. Заміна змінних**Тема 24.**Обчислення криволінійних інтегралів І і ІІ роду | практичне | [3], [4] | (8 год.) | Один тиждень |
| Тринадцятий,4 год. | **Тема 25.** Незалежність криволінійних інтегралів від шляху інтегрування. Формула Гріна**Тема 26.** Обчислення площ поверхонь | практичне | [3], [4] | (8 год.) | Один тиждень |
| Чотирнадцятий,4 год. | **Тема 27.** Обчислення поверхневих інтегралів І і ІІ роду **Тема 28.** Формула Стокса. Формула Остроградського. Теорія поля. | практичне | [3], [4] | (8 год.) | Один тиждень |
| П’ятнадцятий,4 год | **Тема 29.** Ряди Фур’є **Тема 30.** Ряди Фур’є. Інтеграли Фур’є. | практичне | [3], [4] | (8 год.) | Один тиждень |
| Шістнадцятий,4 год  | **Контрольна робота****Аналіз контрольних робіт** | практичне |  |  |  |