

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ**  
**Львівський національний університет імені Івана Франка**  
**Факультет Механіко-математичний**  
**Кафедра Вищої математики**

**Затверджено**  
на засіданні кафедри вищої математики  
механіко-математичного факультету  
Львівського національного університету  
імені Івана Франка  
(протокол № 9 від 28 травня 2021 р.)

Завідувач кафедри доц. Гаталевич А.І.

**Силабус**

**з навчальної дисципліни «Вища математика для економістів»,**

**що викладається в межах**

**ОПП першого (бакалаврського) рівня вищої освіти**

**для здобувачів з спеціальності**

**галузь знань**  
**спеціальність**

**051 “Економіка”**  
**“Економіка та правове регулювання в бізнесі”**

<b>Назва курсу</b>	Вища математика для економістів
<b>Адреса викладання курсу</b>	вул. Проспект Свободи, 18 м. Львів, 79000 Економічний факультет, Львівський національний університет імені Івана Франка
<b>Факультет та кафедра, за якою закріплена дисципліна</b>	Механіко-математичний факультет, кафедра Вищої математики
<b>Галузь знань, шифр та назва спеціальності</b>	галузь знань 051 “Економіка” спеціальність “Економіка та правове регулювання в бізнесі”
<b>Викладачі курсу</b>	Колінько М.О., кандидат фіз.-мат. наук, доцент, доцент кафедри вищої математики
<b>Контактна інформація викладачів</b>	mariya.kolinko@lnu.edu.ua
<b>Консультації по курсу відбуваються</b>	Консультації в день проведення лекцій/практичних занять (за попередньою домовленістю). Для погодження часу он-лайн консультацій слід писати на електронну пошту викладача.
<b>Сторінка курсу</b>	<a href="https://new.mmf.lnu.edu.ua/course/vyshcha-matematyka-dlia-ekonomistiv">https://new.mmf.lnu.edu.ua/course/vyshcha-matematyka-dlia-ekonomistiv</a>
<b>Інформація про курс</b>	Курс розроблено таким чином, щоб надати учасникам необхідні знання, обов'язкові для того, щоб використовувати його у процесі вивчення фахових дисциплін. Тому у курсі представлено як огляд концепцій вищої математики, так і процесів та інструментів, які потрібні для її застосування.
<b>Коротка анотація курсу</b>	Дисципліна “Вища математика” є нормативною дисципліною з спеціальності 051 “Економіка та правове регулювання в бізнесі”, яка викладається в першому та другому семестрі в обсязі 8 кредитів (за Європейською Кредитно-Трансферною Системою ECTS).
<b>Мета та цілі курсу</b>	Метою вивчення нормативної дисципліни “Вища математика для економістів” є забезпечити належну базову математичну підготовку студентів та сформувати у них вміння застосовувати її для аналізу різноманітних явищ у професійній діяльності.
<b>Література для вивчення дисципліни</b>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Б.М. Тріщ. Вища математика для економістів. Підручник. Львів. Видавничий центр ЛНУ імені Івана Франка. 2011. 552 с.</li> <li>2. Б.М. Тріщ. Основи вищої математики. Навчальний посібник.– Львів. Видавничий центр ЛНУ імені Івана Франка. 2006. 385 с.</li> <li>3. Б.М. Тріщ. Основи вищої математики. Теореми, приклади і задачі. Навчальний посібник. – Львів. Видавничий центр ЛНУ імені Івана Франка. 2008. 403 с.</li> <li>4. Б.М. Тріщ Збірник індивідуальних завдань з вищої математики. Навчальний посібник. Львів. Видавничий центр ЛНУ імені Івана Франка. 2017. 318 с.</li> <li>5. Бабенко В.В., Зіневич А.Г., Кічура С.М., Тріщ Б.М., Цаповська Ж.Я. Збірник задач з вищої математики. –Львів. Видавничий центр ЛНУ імені Івана Франка. 2005. 255 с.</li> </ol>

<b>Тривалість курсу</b>	240 год.
<b>Обсяг курсу</b>	4 години аудиторних занять. З них 2 години лекцій, 2 години практичних занять та 3,5 години самостійної роботи в першомі і другому семестрі.
<b>Очікувані результати навчання</b>	Після завершення цього курсу студент буде : <ul style="list-style-type: none"> <li>- Знати основні поняття вищої математики.</li> <li>- Вміти застосовувати вищу математику для вирішення теоретичних та практичних задач.</li> </ul>
<b>Ключові слова</b>	Лінійна алгебра, аналітична геометрія, математичний аналіз.
<b>Формат курсу</b>	Очний.
	Проведення лекцій, лабораторних робіт та консультації для кращого розуміння тем.
<b>Теми</b>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Предмет і метод математики</li> <li>2. Комплексні числа та дії з ними</li> <li>3. Метод математичної індукції та основи комбінаторики</li> <li>4. Матриці та дії з ними</li> <li>5. Визначники квадратних матриць</li> <li>6. Обернена матриця. Ранг матриці</li> <li>7. Системи лінійних рівнянь та їх застосування в економіці</li> <li>8. Векторні простори</li> <li>9. Власні числа і власні вектори матриці — 1 год.</li> <li>10. Квадратичні форми</li> <li>11. Вектори на площині і в просторі та дії з ними</li> <li>12. Пряма на площині</li> <li>13. Лінії другого порядку на площині</li> <li>14. Площина і пряма у просторі</li> <li>15. Функція однієї змінної</li> <li>16. Границя числової послідовності</li> <li>17. Границя функції</li> <li>18. Похідні та диференціали першого порядку</li> <li>19. Похідні та диференціали вищих порядків. Основні теореми та формули диференціального числення функції однієї змінної</li> <li>20. Застосування диференціального числення до дослідження функцій</li> <li>21. Застосування диференціального числення функцій однієї змінної до задачі моделей економіки</li> <li>22. Невизначений інтеграл, його властивості і методи обчислення</li> <li>23. Визначений інтеграл, його властивості, обчислення і застосування</li> <li>24. Невластиві інтеграли</li> <li>25. Поняття функції багатьох змінних, її границя та неперервність</li> <li>26. Диференціальне числення функцій багатьох змінних</li> <li>27. Екстремум функції багатьох змінних</li> <li>28. Кратні та криволінійні інтеграли</li> <li>29. Числові ряди та їх збіжність</li> <li>30. Степеневі ряди</li> <li>31. Ряди Фур'є</li> <li>32. Диференціальні рівняння першого порядку</li> <li>33. Диференціальні рівняння вищих порядків. Системи рівнянь. Різницеві рівняння. Застосування до задач та моделей економіки</li> </ol>

<b>Підсумковий контроль, форма</b>	Залік в кінці першого семестру; письмовий іспит в кінці другого семестру.
<b>Пререквізити</b>	Для вивчення курсу студенти потребують базових знань з шкільного курсу математики.
<b>Навчальні методи та техніки, які будуть використовуватися під час викладання курсу</b>	Презентації, лекції.
<b>Необхідне обладнання</b>	Вивчення курсу не потребує використання програмного забезпечення, крім загально вживаних програм і операційних систем.
<b>Критерії оцінювання (окремо для кожного виду навчальної діяльності)</b>	<p>Оцінювання заліку проводиться за 100-бальною шкалою. Бали нараховуються за наступним співвідношенням:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• практичні/самостійні тощо : 40% семестрової оцінки; максимальна кількість балів 40.</li> <li>• контрольні заміри (модулі): 60% семестрової оцінки; максимальна кількість балів 60.</li> </ul> <p>Підсумкова максимальна кількість балів 100</p> <p>Оцінювання іспиту проводиться за 100-бальною шкалою. Бали нараховуються за наступним співвідношенням:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• практичні/самостійні тощо : 20% семестрової оцінки; максимальна кількість балів 20</li> <li>• контрольні заміри (модулі): 30% семестрової оцінки; максимальна кількість балів 30</li> <li>• іспит: 50% семестрової оцінки. Максимальна кількість балів 50</li> </ul> <p>Підсумкова максимальна кількість балів 100</p> <p><b>Письмові роботи:</b> Очікується, що студенти виконають декілька видів письмових робіт (реферати). <b>Академічна доброчесність:</b> Очікується, що роботи студентів будуть їх оригінальними дослідженнями чи міркуваннями. Відсутність посилань на використані джерела, фабрикування джерел, списування, втручання в роботу інших студентів становлять, але не обмежують, приклади можливої академічної недоброчесності. Виявлення ознак академічної недоброчесності в письмовій роботі студента є підставою для її незарахування викладачем, незалежно від масштабів плагіату чи обману. <b>Відвідання занять</b> є важливою складовою навчання. Очікується, що всі студенти відвідають усі лекції і практичні заняття курсу. Студенти мають інформувати викладача про неможливість відвідати заняття. У будь-якому випадку студенти зобов'язані дотримуватися усіх строків визначених для виконання усіх видів письмових робіт, передбачених курсом. <b>Література.</b> Уся література, яку студенти не зможуть знайти самостійно, буде надана викладачем виключно в освітніх цілях без права її передачі третім особам. Студенти заохочуються до використання також й іншої літератури та джерел, яких немає серед рекомендованих.</p>

	<p><b>Політика виставлення балів.</b> Враховуються бали набрані на поточному тестуванні, самостійній роботі та бали підсумкового тестування. При цьому обов'язково враховуються присутність на заняттях та активність студента під час практичного заняття; недопустимість пропусків та запізнь на заняття; користування мобільним телефоном, планшетом чи іншими мобільними пристроями під час заняття в цілях не пов'язаних з навчанням; списування та плагіат; несвоєчасне виконання поставленого завдання і т. ін.</p> <p>Жодні форми порушення академічної доброчесності не толеруються.</p>
<b>Питання до екзамену.</b>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Матриці. Дії над матрицями.</li> <li>2. Визначники. Обернена матриця. Ранг матриці.</li> <li>3. Системи лінійних алгебричних рівнянь (СЛАР) і методи їх розв'язування.</li> <li>4. Лінія на площині. Пряма на площині. Кут між прямими.</li> <li>5. Криві другого порядку.</li> <li>6. Числова послідовність і її границя. Границя функції. Невизначеності. Визначні границі.</li> <li>7. Неперервність. Похідна. Правила диференціювання. Похідні вищих порядків. Диференціал</li> <li>8. Теорема про середнє значення. Правило Лопітала – Бернуллі. Формула Тейлора.</li> <li>9. Екстремум функції. Дослідження функції за допомогою похідної. Побудова графіка</li> <li>10. Поняття функції багатьох змінних. Частинні похідні. Екстремум функції двох змінних</li> <li>11. Невизначений інтеграл. Метод заміни змінної та інтегрування частинами</li> <li>12. Інтегрування раціональних функцій. Інтегрування ірраціональних та тригонометричних функцій.</li> <li>13. Визначений інтеграл і його застосування.</li> <li>14. Поняття числового ряду. Ознаки збіжності додатних рядів. Знакозмінні ряди. Абсолютна та умовна збіжність. Степеневі ряди.</li> <li>15. Диференціальні рівняння першого порядку.</li> <li>16. Лінійні однорідні диференціальні рівняння зі сталими коефіцієнтами.</li> </ol>
<b>Опитування</b>	Анкету-оцінку з метою оцінювання якості курсу буде надано по завершенню курсу.

### Схема курсу. Перший семестр

Тижні, Семестр	Лекційний курс		Практичні (семінарські) заняття	
	Номер, назва і зміст теми	К-ть годин	Номер, назва і зміст теми	К-ть годин
1	Поняття матриці та її використання в економіці. Види матриць. Додавання і множення матриць. Визначники другого і третього порядку. Визначник n-го порядку. Властивості визначників.	2	Дії над множинами. Доведення тверджень методом математичної індукції. Дії над матрицями.	2

2	Мінори та алгебраїчні доповнення. Методи обчислення визначників. Обернена матриця. Ранг матриці. Система лінійних рівнянь і її запис у матричній формі. Система $n$ лінійних рівнянь з $n$ невідомими. Метод Крамера. Метод оберненої матриці. Система $n$ лінійних рівнянь з $m$ невідомими.	2	Обчислення визначників. Обчислення оберненої матриці. Обчислення рангу матриці.	2
3	Теорема Кронекера-Капеллі. Метод Гаусса. Системи лінійних однорідних рівнянь. Вектори на площині і в просторі. Проекція вектора на вісь. Базис. Розклад вектора за базисом. Координати вектора. Скалярний і векторний добуток та їх властивості.	2	Розв'язування систем лінійних рівнянь методом Крамера і методом оберненої матриці. Розв'язування систем лінійних рівнянь методом Гаусса.	2
4	Векторні простори. Евклідові простори. Власні вектори і власні значення матриці.	2	Дії над векторами. Векторні простори. Евклідові простори. Визначення власних значень і власних векторів.	2
5	Поняття квадратичної форми. Знаковизначені квадратичні форми. Критерій Сильвестра. Зведення квадратичної форми до канонічного вигляду. Пряма на площині. Різні види рівнянь прямої. Кут між прямими. Умови паралельності і перпендикулярності двох прямих.	2	Зведення квадратичної форми до канонічного вигляду. Розв'язування задач (пряма на площині). Розв'язування задач (криві другого порядку).	2
6	Відстань від точки до прямої. Застосування до деяких моделей економіки. Різні види рівняння площини у просторі. Кут між площинами. Умови паралельності і перпендикулярності площин.	2	Контрольна робота. (Лінійна алгебра)	2
7	Рівняння прямої у просторі. Різні види рівняння прямої. Умови паралельності і перпендикулярності прямих. Взаємне розташування прямої та площини. Поняття поверхні другого порядку.	2	Розв'язування задач (площина і пряма у просторі).	2
8	Поняття функції однієї змінної. Способи задання функції. Обернена функція. Складна функція. Основні елементарні функції і їх властивості. Застосування функцій в економіці. Числові послідовності і їх границі. Нескінченно малі і нескінченно великі послідовності. Основні теореми про границі послідовностей.	2	Контрольна робота. (Аналітична геометрія)	2
11	Елементи математики фінансів. Прості і складні відсотки. Розрахунки накопичення. Розрахунки ренти. Погашення боргу. Границя функції неперервного аргументу. Теореми про границі. Нескінченно малі і нескінченно великі функції.	2	Побудова графіків елементарних функцій. Обчислення границь числової послідовності. Знаходження простих і складних відсотків. Розрахунки накопичення. Розрахунки ренти. Погашення боргу.	2
10	Дві чудові границі. Задача про неперервне нарахування відсотків. Поняття неперервності функції. Точки розриву функції і їх класифікація. Основні властивості неперервних функцій.	2	Обчислення границь функцій однієї змінної.	2

11	Поняття похідної функції одного аргументу і її геометричний, механічний та економічний зміст. Односторонні похідні. Поняття диференційованості функції. Поняття диференціала функції. Правила диференціювання суми, добутку, частки. Диференціювання оберненої і складної функції. Таблиця похідних.	2	Обчислення похідних та диференціалів функцій однієї змінної	
12	Похідні вищих порядків. Диференціювання функцій, які задані параметрично і неявно.	2	Обчислення похідних вищих порядків. Обчислення похідних функцій, які задані параметрично та неявно.	2
13	Розкриття невизначеностей за правилом Лопіталя. Формула Тейлора. Формула Маклорена. Розклад за формулою Маклорена деяких елементарних функцій.	2	Застосування теорем Ферма, Ролля, Лагранжа. Розкриття невизначеностей за правилом Лопіталя..	2
14	Зростання і спадання функцій. Точки локального екстремуму. Випуклість і точки перегину графіку функції. Асимптоти графіка. Схема дослідження функції.	2	Розклад функцій за формулою Маклорена деяких. Дослідження функцій і побудова їхніх графіків.	2
15	Граничні показники в мікроекономіці. Максимізація прибутку. Оптимізація оподаткування підприємств. Закон спадної ефективності виробництва. Первісна і невизначений інтеграл. Основні властивості невизначеного інтеграла.	2	Дослідження функцій і побудова їхніх графіків. Застосування похідної до розв'язування задач з економічним змістом.	2
16	Таблиця невизначених інтегралів. Інтегрування методом підстановки та частинами. Інтегрування раціональних дробів.	2	Контрольна робота. (границя функцій однієї змінної. Диференціальне числення функцій однієї змінної)	
<b>Всього</b>		<b>32</b>		<b>32</b>

## Схема курсу. Другий семестр

Тижні, Семестр	Лекційний курс		Практичні (семінарські) заняття	
	Номер, назва і зміст теми	К-ть годин	Номер, назва і зміст теми	К-ть годин
1	Інтегрування тригонометричних функцій. Універсальна тригонометрична підстановка. Інтегрування ірраціональних функцій.	2	Обчислення інтегралів методом підстановки та частинами	2
2	Поняття визначеного інтеграла. Класи інтегрованих функцій. Головні властивості визначених інтегралів.	2	Інтегрування раціональних дробів.	2
3	Теорема про середнє. Визначений інтеграл зі змінною верхньою межею та його похідна. Теорема Ньютона-Лейбніца. Методи підстановки та інтегрування частинами визначеного інтеграла. Геометричні застосування визначеного інтеграла.	2	Інтегрування тригонометричних функцій. Інтегрування ірраціональних функцій.	2

4	Невластиві інтеграли. Інтеграл Ейлера-Пуассона. Застосування визначеного інтеграла до розв'язування задач з економічним змістом.	2	Обчислення визначених інтегралів. Геометричні застосування визначених інтегралів.	2
5	Евклідов простір $E^m$ (Евклідова площина та евклідов простір. Поняття $m$ -вимірного координатного простору та $m$ -вимірного евклідового простору). Множини точок евклідового простору $E^m$ (Приклади множин. Послідовності точок у просторі). Поняття функції декількох змінних. Границя функції декількох змінних. Нескінченно малі функції. Поняття неперервності функції декількох змінних. Неперервність функції по кожній змінній.	2	Обчислення невластивих інтегралів. Дослідження збіжності. Застосування визначених інтегралів до розв'язування задач з економічним змістом.	2
6	Властивості неперервних функцій. Неперервність складеної функції. Лінії рівня. Часткові похідні функції декількох змінних. Похідна за напрямом. Градієнт.	2	Контрольна робота (інтегральне числення функцій однієї змінної)	2
7	Часткові похідні вищих порядків. Диференціали вищих порядків. Формула Тейлора для функції декількох змінних. Визначення та необхідні умови локального екстремум. Достатні умови екстремуму функцій багатьох змінних.	2	Знаходження області визначення функції багатьох змінних. Границя функції. Неперервність. Диференціювання функцій багатьох змінних.	2
8	Максимальне і мінімальне значення функції у замкненій області. Поняття неявної функції. Диференціювання неявних функцій. Поняття і постановка задачі на умовний екстремум. Зведення до задачі на безумовний екстремум.	2	Похідна за напрямом. Градієнт. Обчислення диференціалів. Обчислення часткових похідних. Знаходження максимального і мінімального значення функції у замкнутій множині	2
9	Метод множників Лагранжа. Достатні умови умовного екстремуму. Метод найменших квадратів. Застосування функцій багатьох змінних до розв'язування задач економіки.	2	Диференціювання неявних функцій. Розв'язування задач на умовний екстремум методом множників Лагранжа.	2
10	Поняття про подвійний інтеграл. Властивості подвійних інтегралів. Зведення подвійного інтеграла до повторного. Заміна змінних у подвійному інтегралі.	2	Застосування методу найменших квадратів. Обчислення подвійних інтегралів.	2
11	Поняття числового ряду. Збіжність числових рядів. Необхідна умова збіжності числового ряду. Достатні ознаки збіжності числових рядів з додатними членами. Ознаки порівняння. Знакопозаперезні ряди. Абсолютна та умовна збіжність.	2	Дослідження збіжності числових рядів.	2



12	Степеневі ряди. Теорема Абеля. Радіус збіжності. Область збіжності. Розвинення функцій у степеневий ряд. Ряди Фур'є.	2	Дослідження збіжності степеневих рядів. Розвинення функцій у ряд Маклорена.	2
13	Поняття диференціального рівняння. Диференціальні рівняння першого порядку. Задача Коші. Теорема існування і єдиності розв'язку. Диференціальні рівняння з відокремлюваними змінними. Однорідні диференціальні рівняння. Лінійні диференціальні рівняння першого порядку.	2	Розв'язування диференціальних рівнянь з відокремлюваними змінними та однорідних рівнянь. Розв'язування лінійних рівнянь першого порядку.	
14	Диференціальні рівняння вищих порядків, які допускають пониження порядку. Лінійні диференціальні рівняння другого порядку з сталими коефіцієнтами.	2	Розв'язування диференціальних рівнянь вищих порядків. Розв'язування лінійних однорідних диференціальних рівнянь зі сталими коефіцієнтами.	2
15	Системи лінійних диференціальних рівнянь. Лінійні диференціальні рівняння вищих порядків.	2	Розв'язування лінійних неоднорідних диференціальних рівнянь зі сталими коефіцієнтами. Розв'язування систем лінійних диференціальних рівнянь.	2
16	Лінійні різницеві рівняння. Розв'язування лінійних різницевих рівнянь з сталими коефіцієнтами. Застосування диференціальних та різницевих рівнянь в економіці. Модель природного росту випуску продукції. Ріст випуску продукції в умовах конкуренції. Динамічна модель Кейнса. Неокласична модель зростання. Застосування диференціальних рівнянь другого порядку.	2	Контрольна робота (функції багатьох змінних, числові та степеневі ряди, диференціальні рівняння)	2
<b>Всього</b>		<b>32</b>		<b>32</b>