

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
Львівський національний університет імені Івана Франка
Факультет Механіко-математичний
Кафедра Вищої математики

Затверджено
на засіданні кафедри вищої математики
механіко-математичного факультету
Львівського національного університету
імені Івана Франка
(протокол № 9 від 28 травня 2021 р.)

Завідувач кафедри доц. Гаталевич А.І.

Силабус

з навчальної дисципліни «Вища математика для економістів»,

що викладається в межах

ОПП першого (бакалаврського) рівня вищої освіти

для здобувачів з спеціальності

галузь знань
спеціальність

051 “Економіка”
“Економічна аналітика та бізнес-статистика”

Назва курсу	Вища математика для економістів
Адреса викладання курсу	вул. Проспект Свободи, 18 м. Львів, 79000 Економічний факультет, Львівський національний університет імені Івана Франка
Факультет та кафедра, за якою закріплена дисципліна	Механіко-математичний факультет, кафедра Вищої математики
Галузь знань, шифр та назва спеціальності	галузь знань 051 “Економіка” спеціальність “Економічна аналітика та бізнес-статистика”
Викладачі курсу	Колінько М.О., кандидат фіз.-мат. наук, доцент, доцент кафедри вищої математики
Контактна інформація викладачів	mariya.kolinko@lnu.edu.ua
Консультації по курсу відбуваються	Консультації в день проведення лекцій/практичних занять (за попередньою домовленістю). Для погодження часу он-лайн консультацій слід писати на електронну пошту викладача.
Сторінка курсу	https://new.mmf.lnu.edu.ua/course/vyshcha-matematyka-dlia-ekonomistiv
Інформація про курс	Курс розроблено таким чином, щоб надати учасникам необхідні знання, обов'язкові для того, щоб використовувати його у процесі вивчення фахових дисциплін. Тому у курсі представлено як огляд концепцій вищої математики, так і процесів та інструментів, які потрібні для її застосування.
Коротка анотація курсу	Дисципліна “Вища математика” є нормативною дисципліною з спеціальності 051 “Економічна аналітика та бізнес-статистика”, яка викладається в першому та другому семестрі в обсязі 8 кредитів (за Європейською Кредитно-Трансферною Системою ECTS).
Мета та цілі курсу	Метою вивчення нормативної дисципліни “Вища математика для економістів” є забезпечити належну базову математичну підготовку студентів та сформувати у них вміння застосовувати її для аналізу різноманітних явищ у професійній діяльності.
Література для вивчення дисципліни	<ol style="list-style-type: none"> 1. Б.М. Тріщ. Вища математика для економістів. Підручник. Львів. Видавничий центр ЛНУ імені Івана Франка. 2011. 552 с. 2. Б.М. Тріщ. Основи вищої математики. Навчальний посібник.– Львів. Видавничий центр ЛНУ імені Івана Франка. 2006. 385 с. 3. Б.М. Тріщ. Основи вищої математики. Теореми, приклади і задачі. Навчальний посібник. – Львів. Видавничий центр ЛНУ імені Івана Франка. 2008. 403 с. 4. Б.М. Тріщ Збірник індивідуальних завдань з вищої математики. Навчальний посібник. Львів. Видавничий центр ЛНУ імені Івана Франка. 2017. 318 с. 5. Бабенко В.В., Зіневич А.Г., Кічура С.М., Тріщ Б.М., Цапівська Ж.Я. Збірник задач з вищої математики. –Львів. Видавничий центр ЛНУ імені Івана Франка. 2005. 255 с.

Тривалість курсу	240 год.
Обсяг курсу	10 годин аудиторних занять. З них 5 години лекцій, 5 години практичних занять та 4 години самостійної роботи в першому і другому семестрі.
Очікувані результати навчання	Після завершення цього курсу студент буде : <ul style="list-style-type: none"> - Знати основні поняття вищої математики. - Вміти застосовувати вищу математику для вирішення теоретичних та практичних задач.
Ключові слова	Лінійна алгебра, аналітична геометрія, математичний аналіз.
Формат курсу	Очний.
	Проведення лекцій, лабораторних робіт та консультації для кращого розуміння тем.
Теми	<ol style="list-style-type: none"> 1. Предмет і метод математики 2. Комплексні числа та дії з ними 3. Метод математичної індукції та основи комбінаторики 4. Матриці та дії з ними 5. Визначники квадратних матриць 6. Обернена матриця. Ранг матриці 7. Системи лінійних рівнянь та їх застосування в економіці 8. Векторні простори 9. Власні числа і власні вектори матриці — 1 год. 10. Квадратичні форми 11. Вектори на площині і в просторі та дії з ними 12. Пряма на площині 13. Лінії другого порядку на площині 14. Площина і пряма у просторі 15. Функція однієї змінної 16. Границя числової послідовності 17. Границя функції 18. Похідні та диференціали першого порядку 19. Похідні та диференціали вищих порядків. Основні теореми та формули диференціального числення функції однієї змінної 20. Застосування диференціального числення до дослідження функцій 21. Застосування диференціального числення функцій однієї змінної до задачі моделей економіки 22. Невизначений інтеграл, його властивості і методи обчислення 23. Визначений інтеграл, його властивості, обчислення і застосування 24. Невластиві інтеграли 25. Поняття функції багатьох змінних, її границя та неперервність 26. Диференціальне числення функцій багатьох змінних 27. Екстремум функції багатьох змінних 28. Кратні та криволінійні інтеграли 29. Числові ряди та їх збіжність 30. Степеневі ряди 31. Ряди Фур'є 32. Диференціальні рівняння першого порядку 33. Диференціальні рівняння вищих порядків. Системи рівнянь. Різницеві рівняння. Застосування до задач та моделей економіки

Підсумковий контроль, форма	Залік в кінці першого семестру; письмовий іспит в кінці другого семестру.
Пререквізити	Для вивчення курсу студенти потребують базових знань з шкільного курсу математики.
Навчальні методи та техніки, які будуть використовуватися під час викладання курсу	Презентації, лекції.
Необхідне обладнання	Вивчення курсу не потребує використання програмного забезпечення, крім загально вживаних програм і операційних систем.
Критерії оцінювання (окремо для кожного виду навчальної діяльності)	<p>Оцінювання заліку проводиться за 100-бальною шкалою. Бали нараховуються за наступним співвідношенням:</p> <ul style="list-style-type: none"> • практичні/самостійні тощо : 40% семестрової оцінки; максимальна кількість балів 40. • контрольні заміри (модулі): 60% семестрової оцінки; максимальна кількість балів 60. <p>Підсумкова максимальна кількість балів 100</p> <p>Оцінювання іспиту проводиться за 100-бальною шкалою. Бали нараховуються за наступним співвідношенням:</p> <ul style="list-style-type: none"> • практичні/самостійні тощо : 20% семестрової оцінки; максимальна кількість балів 20 • контрольні заміри (модулі): 30% семестрової оцінки; максимальна кількість балів 30 • іспит: 50% семестрової оцінки. Максимальна кількість балів 50 <p>Підсумкова максимальна кількість балів 100</p> <p>Письмові роботи: Очікується, що студенти виконають декілька видів письмових робіт (реферати). Академічна доброчесність: Очікується, що роботи студентів будуть їх оригінальними дослідженнями чи міркуваннями. Відсутність посилань на використані джерела, фабрикування джерел, списування, втручання в роботу інших студентів становлять, але не обмежують, приклади можливої академічної недоброчесності. Виявлення ознак академічної недоброчесності в письмовій роботі студента є підставою для її незарахування викладачем, незалежно від масштабів плагіату чи обману. Відвідання занять є важливою складовою навчання. Очікується, що всі студенти відвідають усі лекції і практичні заняття курсу. Студенти мають інформувати викладача про неможливість відвідати заняття. У будь-якому випадку студенти зобов'язані дотримуватися усіх строків визначених для виконання усіх видів письмових робіт, передбачених курсом. Література. Уся література, яку студенти не зможуть знайти самостійно, буде надана викладачем виключно в освітніх цілях без права її передачі третім особам. Студенти заохочуються до використання також й іншої літератури та джерел, яких немає серед рекомендованих.</p>

	<p>Політика виставлення балів. Враховуються бали набрані на поточному тестуванні, самостійній роботі та бали підсумкового тестування. При цьому обов'язково враховуються присутність на заняттях та активність студента під час практичного заняття; недопустимість пропусків та запізнь на заняття; користування мобільним телефоном, планшетом чи іншими мобільними пристроями під час заняття в цілях не пов'язаних з навчанням; списування та плагіат; несвоєчасне виконання поставленого завдання і т. ін.</p> <p>Жодні форми порушення академічної доброчесності не толеруються.</p>
Питання до екзамену.	<ol style="list-style-type: none"> 1. Матриці. Дії над матрицями. 2. Визначники. Обернена матриця. Ранг матриці. 3. Системи лінійних алгебричних рівнянь (СЛАР) і методи їх розв'язування. 4. Лінія на площині. Пряма на площині. Кут між прямими. 5. Криві другого порядку. 6. Числова послідовність і її границя. Границя функції. Невизначеності. Визначні границі. 7. Неперервність. Похідна. Правила диференціювання. Похідні вищих порядків. Диференціал 8. Теореми про середнє значення. Правило Лопіталя – Бернуллі. Формула Тейлора. 9. Екстремум функції. Дослідження функції за допомогою похідної. Побудова графіка 10. Поняття функції багатьох змінних. Частинні похідні. Екстремум функції двох змінних 11. Невизначений інтеграл. Метод заміни змінної та інтегрування частинами 12. Інтегрування раціональних функцій. Інтегрування ірраціональних та тригонометричних функцій. 13. Визначений інтеграл і його застосування. 14. Поняття числового ряду. Ознаки збіжності додатних рядів. Знакозмінні ряди. Абсолютна та умовна збіжність. Степеневі ряди. 15. Диференціальні рівняння першого порядку. 16. Лінійні однорідні диференціальні рівняння зі сталими коефіцієнтами.
Опитування	Анкету-оцінку з метою оцінювання якості курсу буде надано по завершенню курсу.

Схема курсу. Перший семестр

Тижні, Семестр	Лекційний курс		Практичні (семінарські) заняття	
	Номер, назва і зміст теми	К-ть годин	Номер, назва і зміст теми	К-ть годин
1	Поняття матриці та її використання в економіці. Види матриць. Додавання і множення матриць. Визначники другого і третього порядку. Визначник n-го порядку. Властивості визначників.	2	Дії над множинами. Доведення тверджень методом математичної індукції. Дії над матрицями.	2

2	Мінори та алгебраїчні доповнення. Методи обчислення визначників. Обернена матриця. Ранг матриці. Система лінійних рівнянь і її запис у матричній формі. Система n лінійних рівнянь з n невідомими. Метод Крамера. Метод оберненої матриці. Система n лінійних рівнянь з m невідомими.	4	Обчислення визначників. Обчислення оберненої матриці. Обчислення рангу матриці.	2
3	Теорема Кронекера-Капеллі. Метод Гаусса. Системи лінійних однорідних рівнянь. Вектори на площині і в просторі. Проекція вектора на вісь. Базис. Розклад вектора за базисом. Координати вектора. Скалярний і векторний добуток та їх властивості.	2	Розв'язування систем лінійних рівнянь методом Крамера і методом оберненої матриці. Розв'язування систем лінійних рівнянь методом Гаусса.	2
4	Векторні простори. Евклідові простори. Власні вектори і власні значення матриці.	4	Дії над векторами. Векторні простори. Евклідові простори. Визначення власних значень і власних векторів.	2
5	Поняття квадратичної форми. Знаковизначені квадратичні форми. Критерій Сильвестра. Зведення квадратичної форми до канонічного вигляду. Пряма на площині. Різні види рівнянь прямої. Кут між прямими. Умови паралельності і перпендикулярності двох прямих.	2	Зведення квадратичної форми до канонічного вигляду. Розв'язування задач (пряма на площині). Розв'язування задач (криві другого порядку).	2
6	Відстань від точки до прямої. Застосування до деяких моделей економіки. Різні види рівняння площини у просторі. Кут між площинами. Умови паралельності і перпендикулярності площин.	4	Контрольна робота. (Лінійна алгебра)	2
7	Рівняння прямої у просторі. Різні види рівняння прямої. Умови паралельності і перпендикулярності прямих. Взаємне розташування прямої та площини. Поняття поверхні другого порядку.	2	Розв'язування задач (площина і пряма у просторі).	2
8	Поняття функції однієї змінної. Способи задання функції. Обернена функція. Складна функція. Основні елементарні функції і їх властивості. Застосування функцій в економіці. Числові послідовності і їх границі. Нескінченно малі і нескінченно великі послідовності. Основні теореми про границі послідовностей.	4	Контрольна робота. (Аналітична геометрія)	2
11	Елементи математики фінансів. Прості і складні відсотки. Розрахунки накопичення. Розрахунки ренти. Погашення боргу. Границя функції неперервного аргументу. Теореми про границі. Нескінченно малі і нескінченно великі функції.	2	Побудова графіків елементарних функцій. Обчислення границь числової послідовності. Знаходження простих і складних відсотків. Розрахунки накопичення. Розрахунки ренти. Погашення боргу.	2
10	Дві чудові границі. Задача про неперервне нарахування відсотків. Поняття неперервності функції. Точки розриву функції і їх класифікація. Основні властивості неперервних функцій.	4	Обчислення границь функцій однієї змінної.	2

11	Поняття похідної функції одного аргументу і її геометричний, механічний та економічний зміст. Односторонні похідні. Поняття диференційованості функції. Поняття диференціала функції. Правила диференціювання суми, добутку, частки. Диференціювання оберненої і складної функції. Таблиця похідних.	2	Обчислення похідних та диференціалів функцій однієї змінної	
12	Похідні вищих порядків. Диференціювання функцій, які задані параметрично і неявно.	4	Обчислення похідних вищих порядків. Обчислення похідних функцій, які задані параметрично та неявно.	2
13	Розкриття невизначеностей за правилом Лопітала. Формула Тейлора. Формула Маклорена. Розклад за формулою Маклорена деяких елементарних функцій.	2	Застосування теорем Ферма, Ролля, Лагранжа. Розкриття невизначеностей за правилом Лопітала..	2
14	Зростання і спадання функцій. Точки локального екстремуму. Випуклість і точки перегину графіку функції. Асимптоти графіка. Схема дослідження функції.	4	Розклад функцій за формулою Маклорена деяких. Дослідження функцій і побудова їхніх графіків.	2
15	Граничні показники в мікроекономіці. Максимізація прибутку. Оптимізація оподаткування підприємств. Закон спадної ефективності виробництва. Первісна і невизначений інтеграл. Основні властивості невизначеного інтеграла.	2	Дослідження функцій і побудова їхніх графіків. Застосування похідної до розв'язування задач з економічним змістом.	2
16	Таблиця невизначених інтегралів. Інтегрування методом підстановки та частинами. Інтегрування раціональних дробів.	4	Контрольна робота. (границя функцій однієї змінної. Диференціальне числення функцій однієї змінної)	
Всього		48		32

Схема курсу. Другий семестр

Тижні, Семестр	Лекційний курс		Практичні (семінарські) заняття	
	Номер, назва і зміст теми	К-ть годин	Номер, назва і зміст теми	К-ть годин
1	Інтегрування тригонометричних функцій. Універсальна тригонометрична підстановка. Інтегрування ірраціональних функцій.	2	Обчислення інтегралів методом підстановки та частинами	4
2	Поняття визначеного інтеграла. Класи інтегрованих функцій. Головні властивості визначених інтегралів.	2	Інтегрування раціональних дробів.	2
3	Теорема про середнє. Визначений інтеграл зі змінною верхньою межею та його похідна. Теорема Ньютона-Лейбніца. Методи підстановки та інтегрування частинами визначеного інтеграла. Геометричні застосування визначеного інтеграла.	2	Інтегрування тригонометричних функцій. Інтегрування ірраціональних функцій.	4

4	Невластиві інтеграли. Інтеграл Ейлера-Пуассона. Застосування визначеного інтеграла до розв'язування задач з економічним змістом.	2	Обчислення визначених інтегралів. Геометричні застосування визначених інтегралів.	2
5	Евклідов простір E^m (Евклідова площина та евклідов простір. Поняття m -вимірного координатного простору та m -вимірного евклідового простору). Множини точок евклідового простору E^m (Приклади множин. Послідовності точок у просторі). Поняття функції декількох змінних. Границя функції декількох змінних. Нескінченно малі функції. Поняття неперервності функції декількох змінних. Неперервність функції по кожній змінній.	2	Обчислення невластивих інтегралів. Дослідження збіжності. Застосування визначених інтегралів до розв'язування задач з економічним змістом.	4
6	Властивості неперервних функцій. Неперервність складеної функції. Лінії рівня. Часткові похідні функції декількох змінних. Похідна за напрямом. Градієнт.	2	Контрольна робота (інтегральне числення функцій однієї змінної)	2
7	Часткові похідні вищих порядків. Диференціали вищих порядків. Формула Тейлора для функції декількох змінних. Визначення та необхідні умови локального екстремум. Достатні умови екстремуму функцій багатьох змінних.	2	Знаходження області визначення функції багатьох змінних. Границя функції. Неперервність. Диференціювання функцій багатьох змінних.	4
8	Максимальне і мінімальне значення функції у замкненій області. Поняття неявної функції. Диференціювання неявних функцій. Поняття і постановка задачі на умовний екстремум. Зведення до задачі на безумовний екстремум.	2	Похідна за напрямом. Градієнт. Обчислення диференціалів. Обчислення часткових похідних. Знаходження максимального і мінімального значення функції у замкнутій множині	2
9	Метод множників Лагранжа. Достатні умови умовного екстремуму. Метод найменших квадратів. Застосування функцій багатьох змінних до розв'язування задач економіки.	2	Диференціювання неявних функцій. Розв'язування задач на умовний екстремум методом множників Лагранжа.	4
10	Поняття про подвійний інтеграл. Властивості подвійних інтегралів. Зведення подвійного інтеграла до повторного. Заміна змінних у подвійному інтегралі.	2	Застосування методу найменших квадратів. Обчислення подвійних інтегралів.	2
11	Поняття числового ряду. Збіжність числових рядів. Необхідна умова збіжності числового ряду. Достатні ознаки збіжності числових рядів з додатними членами. Ознаки порівняння. Знакопозаперезні ряди. Абсолютна та умовна збіжність.	2	Дослідження збіжності числових рядів.	4

12	Степеневі ряди. Теорема Абеля. Радіус збіжності. Область збіжності. Розвинення функцій у степеневий ряд. Ряди Фур'є.	2	Дослідження збіжності степеневих рядів. Розвинення функцій у ряд Маклорена.	2
13	Поняття диференціального рівняння. Диференціальні рівняння першого порядку. Задача Коші. Теорема існування і єдиності розв'язку. Диференціальні рівняння з відокремлюваними змінними. Однорідні диференціальні рівняння. Лінійні диференціальні рівняння першого порядку.	2	Розв'язування диференціальних рівнянь з відокремлюваними змінними та однорідних рівнянь. Розв'язування лінійних рівнянь першого порядку.	2
14	Диференціальні рівняння вищих порядків, які допускають пониження порядку. Лінійні диференціальні рівняння другого порядку з сталими коефіцієнтами.	2	Розв'язування диференціальних рівнянь вищих порядків. Розв'язування лінійних однорідних диференціальних рівнянь зі сталими коефіцієнтами.	4
15	Системи лінійних диференціальних рівнянь. Лінійні диференціальні рівняння вищих порядків.	2	Розв'язування лінійних неоднорідних диференціальних рівнянь зі сталими коефіцієнтами. Розв'язування систем лінійних диференціальних рівнянь.	2
16	Лінійні різницеві рівняння. Розв'язування лінійних різницевих рівнянь з сталими коефіцієнтами. Застосування диференціальних та різницевих рівнянь в економіці. Модель природного росту випуску продукції. Ріст випуску продукції в умовах конкуренції. Динамічна модель Кейнса. Неокласична модель зростання. Застосування диференціальних рівнянь другого порядку.	2	Контрольна робота (функції багатьох змінних, числові та степеневі ряди, диференціальні рівняння)	4
Всього		32		48