МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
Львівський національний університет імені Івана Франка
Механіко-математичний факультет
Кафедра теорії функцій і функціонального аналізу

Затверджено
На засіданні
кафедри теорії функцій і функціонального аналізу механіко-математичного факультету Львівського національного університету імені Івана Франка
(протокол № 1 від 25 серпня 2022р.)

Завідувач кафедри Скасків О. Б.

_____

Силабус з навчальної дисципліни
“Математичний аналіз І : функції однієї змінної”,
що викладається в межах ОПП “Комп’ютерна алгебра, криптологія та теорія ігор”
першого (бакалаврського) рівня вищої освіти для здобувачів з спеціальності 111 – математика,

Львів 2022 р.

Назва дисципліни	Математичний аналіз
Адреса викладання дисципліни	Головний корпус ЛНУ ім. І. Франка м. Львів, вул. Університетська 1
Факультет та кафедра, за якою закріплена дисципліна	Механіко-математичний факультет Кафедра теорії функцій і функціонального аналізу
Галузь знань, шифр та назва спеціальності	11 — математика та статистика: 111 – математика
Викладачі дисципліни	Христіянин Андрій Ярославович, доцент кафедри теорії функцій і функціонального аналізу Сущик Наталія Степанівна, асистент кафедри теорії функцій і функціонального аналізу Луківська Дзвенислава Володимирівна, асистент кафедри теорії функцій і функціонального аналізу
Контактна інформація викладачів	andriy.khrystiyanyn@lnu.edu.ua nataliya.sushchyk@lnu.edu.ua dzvenyslava.lukivska@lnu.edu.ua Головний корпус ЛНУ ім. І. Франка, каб. 373. м. Львів, вул. Університетська, 1
Консультації з питань навчання по дисципліні відбуваються	Консультації в день проведення лекцій/практичних занять (за попередньою домовленістю).
Сторінка курсу	https://teams.microsoft.com/l/team/19%3agc9FO9yGA790uYl5apgvkS7rgs_ySXCxUcin7VfTf1o1%40thread.tacv2/conversations?groupId=c8ec252a-1c75-4859-91e9-2146bb7293bb&tenantId=70a28522-969b-451f-bdb2-abfea3aaa5bf
Інформація про дисципліну	Дисципліна “Математичний аналіз” є нормативною дисципліною з спеціальності 111 – матаматика для освітньої програми Математика, для освітньої програми “Комп’ютерна алгебра, криптологія та терія ігор”, яка викладається в 1-му та 2-му семестрах в обсязі 12 кредитів (за Європейською Кредитно-Трансферною Системою ECTS).
Коротка	Курс спрямований на оволодіння класичними методами

анотація дисципліни	математичного аналізу, теоретичними положеннями та основними застосуваннями математичного аналізу в різноманітних задачах математики, механіки та прикладної математики, їх використання в подальших курсах з математики та прикладної математики, сприянню розвитку логічного та аналітичного мислення студентів.
Мета та цілі дисципліни	Оволодіти класичними методами математичного аналізу, теоретичними положеннями та основними застосуваннями математичного аналізу в різноманітних задачах математики, механіки та прикладної математики, їх використання в подальших курсах з математики та прикладної математики, сприянню розвитку логічного та аналітичного мислення студентів.
Література для вивчення дисципліни	Заболоцький М.В., Сторож О.Г., Тарасюк С.І. Математичний аналіз, Київ:Знання, 2018 Заболоцький М.В., Фединяк С.І., Філевич П.В., Червінка К.А. Практикум з математичного аналізу, Львів:Видавничий центр ЛНУ імені Івана Франка, 2009. Дороговцев А.Я., Математичний аналіз, Т.1, Київ: Либідь, 1993. Ляшко І.І., Ємельянов В.Ф., Боярчук О.К., Математичний аналіз, Ч.1, Київ, 1992. Lebl J., Introduction to Real Analysis, Vol. I, II, Oklahoma State University, 2022.
Обсяг курсу	Загальний обсяг: 360 годин. Аудиторних занять: 192 год., з них 96 годин лекцій та 96 годин лабораторних робіт. Самостійної роботи: 168 годин
Очікувані результати навчання	Після завершення курсу студент буде володіти сучасними методами і теоретичними положеннями математичного аналізу та вміти застосовувати її в подальшій професійній діяльності. У результаті вивчення навчальної дисципліни відповідно до освітньої програми формуються **програмні компетентності.** **Інтегральна компетентність** Здатність розв'язувати складні математичні задачі та практичні проблеми у професійній діяльності або у процесі навчання, що передбачає застосування теорій та методів математики, статистики й комп'ютерних технологій і характеризується комплексністю та/або невизначеністю умов. **Загальні компетентності** **ЗК-1.** Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу. **ЗК-2.** Здатність застосовувати знання у практичних ситуаціях. **ЗК-3.** Знання й розуміння предметної області та професійної діяльності. **ЗК-4.** Здатність спілкуватися державною мовою як усно, так і письмово. **ЗК-7.** Здатність учитися і оволодівати сучасними знаннями. **ЗК-9.** Здатність приймати обґрунтовані рішення. **ЗК-10.** Здатність працювати в команді. **ЗК-11.** Здатність спілкуватися з представниками інших професійних груп різного рівня (з експертами з інших галузей знань).

	ЗК-15. Здатність зберігати та примножувати моральні, культурні, наукові цінності і досягнення суспільства на основі розуміння історії та закономірностей розвитку предметної області, її місця у загальній системі знань про природу і суспільство та у розвитку суспільства, техніки і технологій, використовувати різні види та форми рухової активності для активного відпочинку та ведення здорового способу життя. **Фахові компетентності спеціальності** **СК-1.** Здатність формулювати проблеми математично та в символьній формі з метою спрощення їхнього аналізу й розв'язання. **СК-2.** Здатність подавати математичні міркування та висновки з них у формі, придатній для цільової аудиторії, а також аналізувати та обговорювати математичні міркування інших осіб, залучених до розв'язання тієї самої задачі. **СК-3.** Здатність здійснювати міркування та виокремлювати ланцюжки міркувань у математичних доведеннях на базі аксіоматичного підходу, а також розташовувати їх у логічну послідовність, у тому числі відрізняти основні ідеї від деталей і технічних викладок. **СК-4.** Здатність конструювати формальні доведення з аксіом та постулатів і відрізняти правдоподібні аргументи від формально бездоганних. **СК-6.** Здатність розробляти і досліджувати математичні моделі явищ, процесів та систем. **СК-7.** Здатність застосовувати чисельні методи для дослідження математичних моделей. **СК-8.** Здатність до аналізу математичних структур, у тому числі до оцінювання обґрунтованості й ефективності використовуваних математичних підходів. **Програмні результати навчання** **РН-1.** Знати основні етапи історичного розвитку математичних знань і парадигм, розуміти сучасні тенденції в математиці. **РН-3.** Знати принципи modus ponens (правило виведення логічних висловлювань) та modus tollens (доведення від супротивного) і використовувати умови, формулювання, висновки, доведення та наслідки математичних тверджень. **РН-4.** Розуміти фундаментальну математику на рівні, необхідному для досягнення інших вимог освітньої програми. **РН-7.** Пояснювати математичні концепції мовою, зрозумілою для нефахівців у галузі математики. **РН-10.** Розв'язувати задачі придатними математичними методами, перевіряти умови виконання математичних тверджень, коректно переносити умови та твердження на нові класи об'єктів, знаходити й аналізувати відповідності між поставленою задачею й відомими моделями. **РН-11.** Розв'язувати конкретні математичні задачі, які сформульовано у формалізованому вигляді; здійснювати базові перетворення математичних моделей. **РН-13.** Знати теоретичні основи і застосовувати методи математичного аналізу для дослідження функцій однієї та багатьох дійсних змінних.
Ключові слова	Функція, послідовність, границя послідовності, границя функції, неперервні функції, точки розриву функції, похідна, диференціал функції, формула Тейлора, первісна, інтегрування, інтеграл Рімана, інтегральна сума, невластивий інтеграл, числовий ряд, функціональна послідовність, функціональний ряд, степеневий ряд.

Формат курсу	Очний, дистанційний. Проведення лекцій, практичних занять і консультацій.
Теми 1. 2. 3. 4. 5. 6. 7. 8. 9.	1. Елементи математичної логіки. 2. Множини. 3. Відображення (функції). 4. Потужність множин. Зліченні множини. 5. Аксіоми дійсних чисел. 6. Найважливіші класи дійсних чисел. 7. Метод математичної індукції. 8. Принцип точних меж числових множин. 9. Принцип Архімеда та принцип вкладених відрізків. 10. Множини потужності континуум. 11. Поняття границя послідовності. 12. Властивості границі послідовності. 13. Нескінченно малі та великі послідовності. 14. Арифметичні властивості границі послідовності. 15. Монотонні послідовності. Число Ейлера. 16. Підпослідовності. 17. Фундаментальні послідовності. 18. Поняття границі функції в точці. 19. Властивості границі функції. 20. Односторонні границі. 21. Критерій Коші існування границі функції. 22. Границя монотонної функції. 23. Важливі границі функцій. 24. Порівняння функцій (о-символіка). 25. Неперервні функції в точці. 26. Властивості неперервних в точці функцій. 27. Класифікація точок розриву. 28. Властивості неперервних на відрізку функцій. 29. Неперервність елементарних функцій. 30. Рівномірна неперервність. 31. Поняття похідної функції. 32. Геометричний зміст похідної. 33. Поняття диференційовної функції. Диференціал. 34. Арифметичні властивості похідної. 35. Похідна складеної функції. 36. Похідна оберненої функції. 37. Похідні та диференціали вищих порядків. 38. Похідні неявно заданих та параметрично заданих функцій. 39. Формула Лейбніца. 40. Основні теореми про диференційовні функції. 41. Правило Лопіталя. 42. Формула Тейлора. 43. Монотонність і похідна.

	44. Опуклість і похідна. 45. Екстремуми функцій однієї змінної. 46. Асимптоти. Побудова графіків функцій. 47. Первісна та невизначений інтеграл. 48. Основні методи інтегрування. 49. Інтегрування раціональних функцій. 50. Інтегрування ірраціональних та тригонометричних функцій. 51. Поняття визначеного інтеграла Рімана. 52. Необхідна умова інтегровності за Ріманом. 53. Інтегральні суми Дарбу. 54. Критерії інтегровності. 55. Класи інтегровних функцій. 56. Інтеграл із змінною межею. 57. Формула Ньютона-Лейбніца. 58. Заміна змінних та інтегрування частинами в інтегралі Рімана. 59. Геометричні застосування інтеграла Рімана. 60. Функції обмеженої варіації та їх властивості. 61. Інтеграл Рімана-Стілт'єса та його властивості. 62. Поняття невластивого інтегралу. 63. Ознаки збіжності невластивих інтегралів. 64. Критерій Коші збіжності невластивого інтегралу. 65. Абсолютна збіжність невластивих інтегралів. 66. Поняття числового ряду. 67. Ознаки збіжності числових рядів. 68. Критерій Коші збіжності числового ряду. 69. Абсолютна збіжність числових рядів. 70. Функціональні послідовності і ряди. 71. Рівномірна збіжність функціональних послідовностей і рядів. 72. Ознаки рівномірної збіжності функціональних рядів. 73. Властивості рівномірно збіжних функціональних послідовностей і рядів. 74. Степеневі ряди. Ряди Тейлора.
Підсумковий контроль, форма	Екзамени в кінці першого і другого семестрів в письмовій формі. Контроль за навчально-пізнавальною діяльністю здобувачів є важливим структурним компонентом навчального процесу. Оцінювання знань здобувачів здійснюється за поточним та проміжним контролем знань протягом семестру, а також підсумковим контролем (екзамен). З метою перевірки якості підготовки, знань, умінь здобувача з навчальної дисципліни використовуються такі засоби оцінювання: • для поточного контролю – усне опитування, перевірка домашніх завдань; • для проміжного контролю – проведення контрольних робіт та колоквіумів, що включають тестування, теоретичні питання; • екзамен проводиться у письмовій формі, включає теоретичні питання і розв'язування задач.

Пререквізити	Для вивчення курсу студенти потребують базових знань зі шкільного курсу математики достатніх для сприйняття основних ідей та методів математичного аналізу.
Навчальні методи та техніки, які будуть використовуватися під час викладання курсу	Презентації, лекції, індивідуальні завдання.
Необхідне обладнання	Аудиторія обладнана дошкою та засобами написання для аудиторних занять. Комп'ютер / смартфон / планшет з інтернет доступом для дистанційних занять.
Критерії оцінювання (окремо для кожного виду навчальної діяльності)	З метою перевірки якості підготовки, знань, умінь здобувача з навчальної дисципліни використовуються такі засоби оцінювання: • для поточного контролю – усне опитування, перевірка домашніх завдань; • для проміжного контролю – проведення контрольних робіт (розв'язування задач) та колоквіумів, що включають тестування, теоретичні питання; • підсумковий контроль – семестровий екзамен, який включає теоретичні питання і розв'язування задач. Об'єктами контролю знань студентів з даної навчальної дисципліни є: • систематичність роботи та активність на практичних заняттях; • виконання домашніх завдань; • виконання контрольних робіт; • виконання колоквіуму. При оцінці систематичності та активності роботи студента на лабораторних заняттях враховується: • рівень знань, продемонстрований у відповідях на лабораторних заняттях; • активність при обговоренні задач підвищеної складності; • результати виконання домашніх завдань, завдань поточного контролю тощо. При оцінці виконання контрольних робіт завдань враховується загальний рівень практичних навичок, набутих студентами під час опанування відповідного змістовного модуля. При оцінці виконання колоквіумів враховується загальний рівень теоретичних знань, отриманих студентами під час вивчення відповідного змістовного модуля. Контроль знань і умінь студентів з навчальної дисципліни «Лінійна алгебра» здійснюється згідно з модульною системою організації навчального процесу. Підсумкове оцінювання знань, умінь і навичок здобувачів із навчальної дисципліни здійснюється на основі результатів поточного, проміжного контролю та підсумкового контролю (екзамену) за 100-бальною шкалою. Поточний та проміжний контроль за вивченням студентами дисципліни здійснюється викладачами, що забезпечують даний курс відповідно до виду занять. В результаті роботи на практичних заняттях студенти можуть

	отримати 0-50 балів. Проміжний контроль здійснюється у формі контрольних робіт та колоквіумів. Бали нараховуються за таким співвідношенням: • контрольні роботи (лабораторні заняття): 30% семестрової оцінки; дві контрольні роботи по 15 балів; максимальна кількість балів – 30; • колоквіуми (теоретична частина курсу): 20% семестрової оцінки; максимальна кількість балів – 20; • іспит: 50% семестрової оцінки; максимальна кількість балів – 50. Підсумкова максимальна кількість балів 100. **Академічна доброчесність**: Очікується, що роботи студентів будуть їх оригінальними дослідженнями чи міркуваннями. Відсутність посилань на використані джерела, фабрикування джерел, списування, втручання в роботу інших студентів становлять, але не обмежують, приклади можливої академічної недоброчесності. Виявлення ознак академічної недоброчесності в письмовій роботі студента є підставою для її незарахуванння викладачем, незалежно від масштабів плагіату чи обману. **Відвідання занять** є важливою складовою навчання. Очікується, що всі студенти відвідають усі лекції та практичні зайняття курсу. Студенти повинні інформувати викладача про неможливість відвідати заняття. У будь-якому випадку студенти зобов'язані дотримуватися термінів визначених для виконання всіх видів письмових робіт та індивідуальних завдань, передбачених курсом. **Література.** Уся література, яку студенти не зможуть знайти самостійно, буде надана викладачем виключно в освітніх цілях без права її передачі третім особам. Студенти заохочуються до використання також й іншої літератури та джерел, яких немає серед рекомендованих. П**олітика виставлення балів.** Враховуються бали набрані при поточному тестуванні, самостійній роботі та бали підсумкового тестування. При цьому обов'язково враховуються присутність на заняттях та активність студента під час практичного заняття; недопустимість пропусків та запізнень на заняття; користування мобільним телефоном, планшетом чи іншими мобільними пристроями під час заняття в цілях не пов'язаних з навчанням; списування та плагіат; несвоєчасне виконання поставленого завдання і т. ін. Жодні форми порушення академічної доброчесності не толеруються.
Питання до заліку чи екзамену.	На екзамени виносяться усі теми курсу (див. пункт Теми).
Опитування	Анкету-оцінку з метою оцінювання якості курсу буде надано по

	завершенню курсу.

Схема курсу

Тиждень	Тема	Форма діяльності	Література	Завдання	Термін виконання
1-3	Дійсні числа (теми 1-10)	Лекції та лабораторні заняття	Література зі списку рекомендованої літератури (див.вище)	Опрацювання лекційного та практичного матеріалу. Виконання домашніх завдань	Три тижні
4-7	Границя числової послідовності (теми 11-17)	Лекції та лабораторні заняття	Література зі списку рекомендованої літератури (див.вище)	Опрацювання лекційного та практичного матеріалу. Виконання домашніх завдань Модуль №1	Чотири тижні
8-10	Границя функції (теми 18-24)	Лекції та лабораторні заняття	Література зі списку рекомендованої літератури (див.вище)	Опрацювання лекційного та практичного матеріалу. Виконання домашніх завдань	Три тижні
11-12	Неперервні функції (теми 25-30)	Лекції та лабораторні заняття	Література зі списку рекомендованої літератури (див.вище)	Опрацювання лекційного та практичного матеріалу. Виконання домашніх завдань Колоквіум №1	Два тижні
13-16	Похідна функції та її застосування	Лекції та лабораторні заняття	Література зі списку рекомендованої літератури	Опрацювання лекційного та практичного матеріалу.	4 тижні

	(теми 31-46)		(див.вище)	Виконання домашніх завдань Модуль №2	
17-18	Невизначений інтеграл (теми 47-50)	Лекції та лабораторні заняття	Література зі списку рекомендованої літератури (див.вище)	Опрацювання лекційного та практичного матеріалу. Виконання домашніх завдань	Два тижні
19-22	Визначений інтеграл Рімана та його застосування (теми 51-59)	Лекції та лабораторні заняття	Література зі списку рекомендованої літератури (див.вище)	Опрацювання лекційного та практичного матеріалу. Виконання домашніх завдань Модуль №3	чотири тижні
23	Інтеграл Рімана-Стілт'єса (теми 60-61)	Лекції та лабораторні заняття	Література зі списку рекомендованої літератури (див.вище)	Опрацювання лекційного та практичного матеріалу. Виконання домашніх завдань	Один тиждень
24-25	Невластиві інтеграли (теми 62-65)	Лекції та лабораторні заняття	Література зі списку рекомендованої літератури (див.вище)	Опрацювання лекційного та практичного матеріалу. Виконання домашніх завдань Колоквіум №2	Два тижні
26-28	Числові ряди (теми 66-69)	Лекції та лабораторні заняття	Література зі списку рекомендованої літератури (див.вище)	Опрацювання лекційного та практичного матеріалу. Виконання домашніх завдань	Три тижні

29-31	Функціональні послідовності та ряди (теми 70-73)	Лекції та лабораторні заняття	Література зі списку рекомендованої літератури (див.вище)	Опрацювання лекційного та практичного матеріалу. Виконання домашніх завдань	Три тижні
32	Степеневі ряди (тема 74)	Лекції та лабораторні заняття	Література зі списку рекомендованої літератури (див.вище)	Опрацювання лекційного та практичного матеріалу. Виконання домашніх завдань Модуль №4	Один тиждень