МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
Львівський національний університет імені Івана Франка
Механіко-математичний факультет
Кафедра математичної статистики і диференціальних рівнянь

Затверджено
на засіданні кафедри математичної статистики і диференціальних рівнянь механіко-математичного факультету Львівського національного університету імені Івана Франка
(протокол № 1 від 29.08.2022)

Завідувач кафедри
_____ проф. Бугрій О.М.

.

Силабус з навчальної дисципліни

“ Диференціальні рівняння ”,

що викладається в межах ОПП
“Комп’ютерна алгебра, криптологія і теорія ігор”,
“Комп’ютерний аналіз математичних моделей”,
“Математика. Математична економіка та економетрика”,
“Середня освіта (Математика)”
першого (бакалаврського) рівня вищої освіти для здобувачів із спеціальностей 111 – Математика та 014 – Середня освіта (Математика)

Львів 2022

Назва дисципліни	**Диференціальні рівняння**
Адреса викладання дисципліни	м. Львів, вул. Університетська 1
Факультет та кафедра, за якою закріплена дисципліна	Механіко-математичного факультет Кафедра математичної статистики і диференціальних рівнянь
Галузь знань, шифр та назва спеціальності	Галузь знань: 11 Математика і статистика Спеціальність: 111 Математика; Галузь знань: 01 Освіта/Педагогіка Спеціальність: 014 Середня освіта (Математика)
Викладачі дисципліни	**Юрій Головатий**, доктор фізико-математичних наук, професор кафедри математичної статистики і диференціальних рівнянь; **Тарас Лисецький,** асистент кафедри математичної статистики і диференціальних рівнянь
Контактна інформація викладачів	yuriy.golovaty@lnu.edu.ua, taras.lysetskyi@lnu.edu.ua
Консультації з питань навчання по дисципліні відбуваються	Консультацію з теоретичної чи практичної частини курсу можна отримати в чаті MS Teams, групі курсу в Telegram у будь-який зручний для студентів та викладача час, а також щотижнево в понеділок в ауд. 267 з 13:30 до 15:00.
Сторінка курсу	https://new.mmf.lnu.edu.ua/course/dr-111-matematyka
Інформація про дисципліну	Звичайні диференціальні рівняння є основним інструментом математичного моделювання. Дисципліна є необхідним елементом освіти математиків, позаяк вони займаються моделюванням процесів, що протікають у всіх сферах інтелектуальної діяльності людства, а також процесів живої та неживої природи. Математичні моделі, побудовані з використанням диференціальних рівнянь, описують динаміку найрізноманітніших явищ, дають змогу екстраполювати їхній розвиток з метою передбачення та прийняття правильних рішень.
Коротка анотація дисципліни	Дисципліна “Диференціальні рівняння” є нормативною дисципліною з спеціальностей 111 – математика та 014 – середня освіта для освітніх програм “Комп’ютерна алгебра, криптологія і теорія ігор”, “Комп’ютерний аналіз математичних моделей”, “Математика. Математична економіка та економетрика”, а також зі спеціальності 014 – Середня освіта для освітньої програми “Середня освіта (Математика)”, яка викладається в 3 та 4 семестрах в обсязі 7-ми кредитів (за Європейською Кредитно-Трансферною Системою ECTS).
Мета та цілі дисципліни	***Мета дисципліни:*** ознайомити студентів з основними поняттями та методами теорії звичайних диференціальних рівнянь, вказати сфери застосування динамічних систем у сучасних технологіях моделювання реальних процесів, а також на прикладі застосування диференціальних рівнянь ознайомити з філософією та основними етапами математичного моделювання.

	Цілі дисципліни: навчити студентів впізнавати та розв'язувати основні класи звичайних диференціальних рівнянь, застосовувати теоретичні і практичні знання, набуті при вивченні курсу, у моделювання реальних складних систем.
Література для вивчення дисципліни	***Методичні матеріали*** 1. Головатий Ю.Д., Кирилич В.М., Лавренюк С.П. Диференціальні рівняння: навч. посібник.-Львів: ЛНУ імені Івана Франка, 2011. 2. Головатий Ю. Д. Електронний навчальний курс "Диференціальні рівняння. Частина 1" *(атестований Організаційно-методичним центром електронного навчання ЛНУ імені Івана Франка, червень 2021 р.)* https://e-learning.lnu.edu.ua/course/view.php?id=4208. 3. Головатий Ю. Д. Електронний навчальний курс "Диференціальні рівняння. Частина 2*" (атестований Організаційно-методичним центром електронного навчання ЛНУ імені Івана Франка, червень 2021 р.)* https://e-learning.lnu.edu.ua/course/view.php?id=4162. 4. Головатий Ю. Д. Системи лінійних диференціальних рівнянь. Конспект лекцій, 2022. https://bit.ly/3VNtnWo 5. Головатий Ю. Д. Методичні вказівки "Рівняння з частинними похідними першого порядку". – Львів: ЛДУ. – 1992. ***Рекомендована література*** 6. Самойленко А.М., Перестюк М.О., Парасюк І.О. Диференціальні рівняння. Київ "Либідь", 1994. 7. Бугрій О.М., Процах Н.П., Бугрій Н.В. Основи диференціальних рівнянь: теорія, приклади та задачі. Львів, 2011. 8. Гой Т.П., Махней О.В. Диференціальні рівняння. Івано-Франківськ, 2010. ***Збірники задач*** 9. Самойленко А.М., Кривошея С.А., Перестюк М.О. Диференціальні рівняння у прикладах і задачах. – К.: Вища школа, 1994. 10. Перестюк М.О., Свіщук М. Я. Збірник задач з диференціальних рівнянь. Київ "Либідь", 1997.
Обсяг курсу	**3-й семестр.** Загальний обсяг: 48 годин. Аудиторні заняття: 48 год., з них 16 год. лекційні та 32 годин практичні. Самостійна робота: 42 год. Кредитів: 3. **4-й семестр.** Загальний обсяг: 48 годин. Аудиторні заняття: 48 год., з них 16 год. лекційні та 32 годин практичні. Самостійна робота: 72 год. Кредитів: 4. **Протягом навчального року.** Загальний обсяг: 96 годин. Аудиторних занять: 96 год., з них 32 год. лекційних та 64 годин практичних робіт. Самостійної роботи: 114 год. Кредитів: 7.
Очікувані результати навчання	Вивчивши цей курс, студент **знатиме**: основні класи диференціальних рівнянь першого порядку, теорію нелінійних та лінійних рівнянь та систем, теорію динамічних систем, основні принципи математичного моделювання; **вмітиме**:

	розв’язувати основні типи інтегровних рівнянь першого порядку, володіти методами пониження порядку рівнянь, застосовувати методи лінійної алгебри до розв’язування лінійних рівнянь та систем, знаходити перші інтеграли динамічних систем і малювати фазові портрети таких систем, розв’язувати рівняння з частинними похідними першого порядку. Після успішного завершення курсу студент набуде такі **загальні компетентності** (ЗК) та **спеціальні (фахові) компетентності** (СК): ЗК-1 Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу; ЗК-2 Здатність застосовувати знання у практичних ситуаціях; ЗК-3 Знання й розуміння предметної області та професійної діяльності; ЗК-7 Здатність учитися і оволодівати сучасними знаннями; ЗК-9 Здатність приймати обґрунтовані рішення. СК-1 Здатність формулювати проблеми математично та в символьній формі з метою спрощення їхнього аналізу й розв’язання; СК-2 Здатність подавати математичні міркування та висновки з них у формі, придатній для цільової аудиторії, а також аналізувати та обговорювати математичні міркування інших осіб, залучених до розв’язання тієї самої задачі; СК-3 Здатність здійснювати міркування та виокремлювати ланцюжки міркувань у математичних доведеннях на базі аксіоматичного підходу, а також розташовувати їх у логічну послідовність, у тому числі відрізняти основні ідеї від деталей і технічних викладок; СК-4 Здатність конструювати формальні доведення з аксіом та постулатів і відрізняти правдоподібні аргументи від формально бездоганних; СК-6 Здатність розробляти і досліджувати математичні моделі явищ, процесів та систем; СК-7 Здатність застосовувати чисельні методи для дослідження математичних моделей; СК-8 Здатність до аналізу математичних структур, у тому числі до оцінювання обґрунтованості й ефективності використовуваних математичних підходів, а також здобуде такі **програмні результати навчання** (РН): РН-1 Знати основні етапи історичного розвитку математичних знань і парадигм, розуміти сучасні тенденції в математиці; РН-3 Знати принципи modus ponens (правило виведення логічних висловлювань) та modus tollens (доведення від супротивного) і використовувати умови, формулювання, висновки, доведення та наслідки математичних тверджень; РН-4 Розуміти фундаментальну математику на рівні, необхідному для досягнення інших вимог освітньої програми; РН-6 Знати методи математичного моделювання природничих та/або соціальних процесів; РН-7 Пояснювати математичні концепції мовою, зрозумілою для нефахівців у галузі математики; РН-10 Розв’язувати задачі придатними математичними методами, перевіряти умови виконання математичних тверджень, коректно переносити умови та твердження на нові класи об’єктів, знаходити й аналізувати відповідності між поставленою задачею й відомими моделями;

	РН-11 Розв'язувати конкретні математичні задачі, які сформульовано у формалізованому вигляді; здійснювати базові перетворення математичних моделей; РН-16 Знати теоретичні основи і застосовувати методи топології, функціонального аналізу й теорії диференціальних рівнянь для дослідження динамічних систем.
Ключові слова	Диференціальне рівняння, розв'язок рівняння, порядок рівняння, задача Коші, лінійна система, фундаментальна система розв'язків, динамічна система, траєкторія, стан рівноваги, перший інтеграл, рівняння з частинними похідними першого порядку.
Формат курсу	• ***Дистанційний*** з переглядом відео-курсу лекцій та відео-курсу практичних занять на платформі e-learning.lnu.edu.ua, можливістю комп'ютерного тестування студентів для самоконтролю, онлайн консультаціями з викладачем та проведенням заліковий контрольних робіт в центрі командної роботи MS Teams. • ***Очний*** з проведення лекційних, практичних робіт і консультацій в аудиторії. • Змішаний ***очно-дистанційний*** формат з проведенням лише практичних занять в аудиторіях.
Підсумковий контроль, форма	Залік в 3-у семестрі (виставляється за результатами контролю знань протягом семестру). Екзамен в 4-у семестрі в письмовій формі.
Пререквізити	Для вивчення цього курсу студенти повинні мати базові знання з ✓ математичного аналізу, ✓ лінійної алгебри, ✓ аналітичної геометрії.
Навчальні методи та техніки, які будуть використовуватися під час викладання	Презентації лекційних та практичних занять, відео лекцій та практичних. Бази завдань та тестів в MOODLE (Modular Object Oriented Distance Learning Environment) на платформі e-learning.lnu.edu.ua для проведення тестування і контрольних робіт.
Необхідне обладнання	Стаціонарний комп'ютер, ноутбук чи смартфон із необхідним програмним забезпеченням та доступ до мережі Internet.
Критерії оцінювання (окремо для кожного виду навчальної діяльності)	Оцінювання проводиться за 100-бальною шкалою в кожному семестрі. **3-й семестр** ○ П'ять тестів з теорії та практики: 30% семестрової оцінки, максимальна кількість – 30 балів. ○ Три контрольні роботи: 45% семестрової оцінки, максимальна кількість – 45 балів. ○ Колоквіум з теорії: 25% семестрової оцінки, максимальна кількість – 25 балів. Підсумкова максимальна кількість балів за 3-й семестр – 100. Семестр завершується заліком.

	4-й семестр ○ Чотири тести з теорії та практики: 20% семестрової оцінки, максимальна кількість – 20 балів. ○ Три контрольні роботи: 30% семестрової оцінки, максимальна кількість – 30 балів. ○ Екзамен: 50% семестрової оцінки, максимальна кількість – 50 балів. Підсумкова максимальна кількість балів за 4-й семестр – 100. Семестр завершується екзаменом. **Академічна доброчесність**. На початку курсу викладач повинен чітко і детально пояснити студентам систему оцінювання та форми тестування. Викладач обіцяє об'єктивно оцінювати знання студентів, готувати якісні навчальні матеріали та завдання, рівномірно розподіляти для студентів навантаження курсу протягом семестру, вчасно перевіряти контрольні роботи та інформувати студентів про їхні результати. Викладач очікує, що роботи студентів будуть самостійними, без списування та втручання в роботу інших студентів чи сторонніх осіб. Виявлення ознак академічної недоброчесності в написанні студентської роботи є підставою для її незарахування, незалежно від масштабів плагіату чи обману. **Відвідання занять** є важливою складовою навчання. Очікується, що всі студенти відвідають усі лекції та лабораторні зайняття курсу. Студенти повинні інформувати викладача про неможливість відвідати заняття. У будь-якому випадку студенти зобов'язані дотримуватися термінів визначених для виконання всіх видів робіт, передбачених курсом. **Література.** Уся література, яку студенти не зможуть знайти самостійно, буде надана викладачем виключно в освітніх цілях без права її передачі третім особам. Студенти заохочуються до використання також й іншої літератури та джерел, яких немає серед рекомендованих.
Питання до заліку чи екзамену.	Для проведення тестування, контрольних робіт та екзамену створено банк питань в середовищі MOODLE, який містить понад 500 завдань з усіх теоретичних і практичних розділів курсу. Екзаменаційне завдання студента складається з 10 теоретичних, 6 практичних запитань і автоматично генерується системою. Кількість різних варіантів екзаменаційного тесту понад 3000.
Опитування	Незалежні опитування студентів проводять на двох платформах. ○ Студентське оцінювання електронного навчального курсу на платформі MOODLE https://e-learning.lnu.edu.ua/mod/questionnaire/view.php?id=125922 ○ Опитування щодо якості навчальних дисциплін в системі "Деканат" https://dekanat.lnu.edu.ua

Схема курсу

Третій семестр

Тиж-ні	Лекційний курс		Практичні заняття		Навчальна література та інтернет-ресурси
	Назва теми	Години	Назва теми	Години	
1	2	3	4	5	6
1	Основні поняття теорії звичайних диференціальних рівнянь та основи математичного моделювання	2	Рівняння з відокремлюваними змінними	2	[1,5,6,8] Відео-курс [2], тема 1
2			Однорідні рівняння та звідні до них	2	[8,9] Відео-курс [2], тема 2
3	Основні класи інтегровних рівнянь першого порядку.	2	Узагальнено-однорідні рівняння	2	[1,5,7,9] Відео-курс [2], тема 3
4			Лінійні рівняння першого порядку	2	[8,9] Відео-курс [2], тема 4
5	Теореми існування та єдиності	2	Обернено-лінійні рівняння та рівняння Бернуллі	2	[1,6-8] Відео-курс [2], тема 4
6			Рівняння в повних диференціалах	2	[8,9] Відео-курс [2], тема 6
7	Теореми про неперервну залежність	2	Контрольна робота 1	2	[1,5-8] Відео-курс [2], тема 5
8			Метод пошуку інтегровних комбінацій	2	[8,9] Відео-курс [2], тема 6
9	Теорія неявних рівнянь	2	Неявні рівняння: прямий метод	2	[1,5,6,8] Відео-курс [2], тема 7
10			Неявні рівняння: метод введення параметру	2	[8,9] Відео-курс [2], тема 7
11	Глобальні розв’язки та їхня стійкість	2	Задача Коші та інтегральне рівняння. Пікарівські наближення	2	[1,6-8] Відео-курс [2], тема 8
12			Контрольна робота 2	2	
13	Рівняння високих порядків	2	Рівняння високого порядку. Методи пониження	2	[1,5-9]

			порядку диференціальних рівнянь		Відео-курс [2], тема 9
14			Рівняння високого порядку. Методи пониження порядку диференціальних рівнянь (продовження)	2	[8,9] Відео-курс [2], тема 9
15	Нормальні системи диференціальних рівнянь першого порядку	2	Підсумкове практичне заняття. Підготовка до залікової контрольної роботи	2	[1,5-8] Відео-курс [2], тема 9
16			Контрольна робота 3	2	
	Разом	16		32	

Четвертий семестр

Тиж-ні	Лекційний курс		Практичні заняття		Навчальна література та інтернет-ресурси
	Назва теми	Години	Назва теми	Години	
1	2	3	4	5	6
1	Лінійні рівняння високого порядку	2	Лінійні однорідні рівняння зі сталими коефіцієнтами	2	[1,5-7] Відео-курс [3], тема 1
2			Лінійні неоднорідні рівняння зі сталими коефіцієнтами. Метод неозначених коефіцієнтів	2	[8,9] Відео-курс [3], тема 2
3	Теорія лінійних систем	2	Лінійні неоднорідні рівняння зі сталими коефіцієнтами. Метод варіації сталих. Рівняння Ейлера	2	[1,5-7] Відео-курс [3], тема 3 та лекція з теми 4
4			Контрольна робота 1	2	
5	Динамічні системи. Основні поняття. Теорема про структуру фазових траєкторій	2	Лінійні однорідні системи зі сталими коефіцієнтами на площині	2	[1,5-7] Відео-курс [3], практичне заняття з теми 4
6			Лінійні однорідні системи зі сталими коефіцієнтами в просторі	2	[8,9] Відео-курс [3], лекція з теми 6 та практичне заняття з теми 5
7	Перші інтеграли динамічних систем. Гамільтонові системи	2	Лінійні неоднорідні системи зі квазімночленами в	2	[1,5,7] Відео-курс [3], тема 6

			правій частині. Метод варіації сталих		
8			Контрольна робота 2	2	
9	Структура фазових кривих динамічних систем. Стійкість та асимптотична стійкість станів рівноваги	2	Траєкторії та особливі точки динамічних систем	2	[1,5, 7] Відео-курс [3], тема 7
10			Пошук перших інтегралів динамічних систем	2	[8,9] Відео-курс [3], тема 8
11	Лінійні динамічні системи на площині. Класифікація фазових портретів	2	Дослідження стійкості станів рівноваги динамічних систем	2	[1,5, 7] Відео-курс [3], тема 9
12			Фазові портрети динамічних систем	2	[8,9] Відео-курс [3], тема 9
13	Лінійні та квазілінійні рівняння з частинними похідними першого порядку	2	Лінійні рівняння. Знаходження загального розв'язку	2	[1,5, 7] Відео-курс [3], тема 10
14			Квазілінійні рівняння. Знаходження загального розв'язку	2	[8,9] Відео-курс [3], тема 10
15	Задача Коші для рівнянь з частинними похідними першого порядку	2	Знаходження характеристик та розв’язку задачі Коші для рівнянь з частинними похідними першого порядку	2	[1,5, 7] Відео-курс [3], тема 11
16			Контрольна робота 3	2	
	Разом	16		32	