


**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ**  
**Львівський національний університет імені Івана Франка**  
**Механіко-математичний факультет**  
**Кафедра математичної економіки, економетрії,**  
**фінансової та страхової математики**



**Затверджено**  
на засіданні кафедри математичної  
економіки, економетрії, фінансової та  
страхової математики  
механіко-математичного факультету  
Львівського національного університету  
імені Івана Франка  
(протокол № 11 від 18.06. 2021 р.)

В. о. завідувача кафедри

 проф. Оліскевич М. О.

**Силабус з навчальної дисципліни**  
**"Математичні моделі фінансових ринків"**  
що викладається в межах ОПП  
"АктUARна та фінансова математика"  
другого (магістерського) рівня вищої освіти  
за спеціальністю 111 Математика

Львів-2021

<b>Назва дисципліни</b>	Математичні моделі фінансових ринків
<b>Адреса викладання дисципліни</b>	Головний корпус ЛНУ ім. І. Франка м. Львів, вул. Університетська 1
<b>Факультет та кафедра, за якою закріплена дисципліна</b>	Механіко-математичний факультет, кафедра математичної економіки, економетрії, фінансової та страхової математики
<b>Галузь знань, шифр та назва спеціальності</b>	Галузь знань 11 Математика і статистика, спеціальність 111 Математика
<b>Викладачі дисципліни</b>	Прокопишин Іван Анатолійович, канд. фіз.-мат. наук, доцент, доцент кафедри математичної економіки, економетрії, фінансової та страхової математики
<b>Контактна інформація викладачів</b>	<a href="http://new.mmf.lnu.edu.ua/employee/prokopyshyn-i-ivan.prokopyshyn@lnu.edu.uapliv.pi@gmail.com">http://new.mmf.lnu.edu.ua/employee/prokopyshyn-i-ivan.prokopyshyn@lnu.edu.uapliv.pi@gmail.com</a>  Головний корпус ЛНУ ім. І. Франка, каб. 376, м. Львів, вул. Університетська, 1
<b>Консультації з питань навчання по дисципліні відбуваються</b>	Консультації в день проведення лекцій/практичних занять (за попередньою домовленістю).
<b>Посилання на сайт дистанційного навчання</b>	
<b>Сторінка дисципліни</b>	<a href="https://new.mmf.lnu.edu.ua/course/matematychni-modeli-finansovykh-rynkiv-21-22-n-r-mahistry-aktaurna-ta-finansova-matematyka-mtf-51-10-sem">https://new.mmf.lnu.edu.ua/course/matematychni-modeli-finansovykh-rynkiv-21-22-n-r-mahistry-aktaurna-ta-finansova-matematyka-mtf-51-10-sem</a>
<b>Інформація про дисципліну</b>	Дисципліна "Математичні моделі фінансових ринків" є нормативною дисципліною із спеціальності 111 Математика для освітньої програми другого (магістерського) рівня вищої освіти "Актуарна та фінансова математика", яка викладається у 2 семестрі в обсязі 4,5 кредитів (за Європейською Кредитно-Трансферною Системою ECTS)
<b>Коротка анотація дисципліни</b>	У курсі розглянуто наступні розділи: фінансові ринки, облігації, процентний ризик, теорія імунізації, портфель активів, модель оцінки капітальних активів, форвардні та ф'ючерсні контракти, опціони, математика ринку опціонів, методи розрахунку ціни опціонних контрактів. Передбачено виконання розрахункових робіт: "Модель Марковіца оптимізації портфеля активів", "Біноміальна модель розрахунку ціни європейських опціонів", "Розрахунок ціни опціонів методом Монте-Карло".

<b>Мета та цілі дисципліни</b>	Мета курсу – подати студентам знання, необхідні для аналізу операцій з основними і похідними цінними паперами та побудови їх математичних моделей.
<b>Література для вивчення дисципліни</b>	<p><b>Основна література</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>1. Заблоцький М. В., І. А. Прокопишин. Основи фінансової математики: навч. посібник. – Львів: ЛНУ ім. Івана Франка, 2016. – 144 с.</li> <li>2. Заблоцький М. В. Статистика портфельів: навч. посібник / М. В. Заблоцький, Т. М. Заблоцький. – Львів: ЛНУ імені Івана Франка, 2015. – 109 с.</li> <li>3. Буренин А. Н. Форварды, фьючерсы, опционы, экзотические и погодные производные. – М.: Науч.-техн.о-во им. С. И. Вавилова, 2005. – 524 с.</li> <li>4. Халл Дж. К. Опционы, фьючерсы и другие финансовые инструменты. – 6-е изд. – М.: Вильямс, 2008. – 1024 с.</li> <li>5. Уотшем Т. Д., Паррамоу К. Количественные методы в финансах. – М.: Финансы, ЮНИТИ, 1999. – 527 с.</li> <li>6. Capinski M., Zastawniak T. Mathematics for Finance. – Springer, 2011. – 336 p.</li> <li>7. Elton E. et al. Modern Portfolio Theory and Investment Analysis. – 9th Ed – Wiley, 2014. – 752 p.</li> </ol> <p><b>Додаткова література</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>8. Шведов А.С. Применение метода конечных разностей для оценки финансовых инструментов. // Эконом. журнал Высшей школы экономики, – 2002. – т.6, №2. – С. 193-216.</li> <li>9. Benninga S. Financial modeling. – 4th ed. – The MIT Press, 2014. – 1143 p. – The MIT Press, 2014. — 1143 p.</li> <li>10. Vecer Jan. A new PDE approach for pricing arithmetic average Asian options // Journal of Computational Finance, 2001. – 4(4). – P.105-113.</li> </ol> <p><b>Методичні вказівки</b></p> <ol style="list-style-type: none"> <li>11. Прокопишин І. А. Методичні рекомендації до проведення лабораторної роботи "Модель Марковіца оптимізації портфеля активів". – В електронній формі. – 15 с.</li> <li>12. Прокопишин І. А. Методичні рекомендації до проведення лабораторної роботи " Біноміальна модель розрахунку ціни європейських опціонів ". – В електронній формі. – 14 с.</li> <li>13. Прокопишин І. А. Інструкція до виконання лабораторної роботи "Розрахунок ціни опціонів методом Монте-Карло". – В електронній формі. – 9 с.</li> </ol>
<b>Обсяг курсу</b>	48 годин аудиторних занять. З них 32 години лекцій, 16 годин

	практичних занять та 87 годин самостійної роботи.
<b>Очікувані результати навчання</b>	<p>В результаті вивчення дисципліни фахівець повинен <b>знати</b>:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- цінні папери з фіксованим доходом, теорію імунізації;</li> <li>- пайові цінні папери, теорію портфеля, модель оцінки капітальних активів;</li> <li>- основні поняття ринку деривативів, форварди, ф'ючерси та опціони, хеджування;</li> <li>- методи розрахунку вартості опціонів.</li> </ul> <p>Підготовлений фахівець повинен <b>вміти</b>:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- розраховувати повну ціну, ефективну та номінальну дохідність до погашення та дюрацію облігації за допомогою електронних таблиць;</li> <li>- будувати ефективну межу для портфеля активів;</li> <li>- будувати стратегії хеджування з використанням ф'ючерсів та опціонів;</li> <li>- розраховувати вартість європейських опціонів з використанням формули Блека-Шоулса та біноміальної моделі;</li> <li>- проводити розрахунок вартості опціонів методом Монте-Карло.</li> </ul> <p><b>Програмні результати навчання</b> відповідно до ОПП:</p> <p>ПРН 3. Знання фінансової математики, методів розрахунку фінансово-банківських операцій, математичні методи аналізу операцій на фондовому ринку, сучасну теорію портфеля.</p> <p>ПРН 5. Базові знання в галузі інформатики й сучасних інформаційних технологій, знання комп'ютерних методів статистичних, актуарних та фінансових розрахунків.</p> <p>ПРН 14. Здатність використовувати професійно профільовані знання в галузі фінансової математики для аналізу фінансових операцій, оцінки їх ризиків та оптимізації фінансової діяльності.</p>
<b>Ключові слова</b>	Фінансова система, фондовий ринок, фінансова економіка, облігації, крива дохідності, процентний ризик, дюрація, показник опуклості, теорія імунізації, ефективна межа портфеля, теорія Марковіца, диверсифікація ризику, лінія ринку капіталу, рівняння Шарпа-Лінтнера, модель оцінки капітальних активів, форварди, ф'ючерси, опціони, опціонні стратегії, ціноутворення опціонів, біноміальна модель, випадковий процес Іто, лема Іто, рівняння Блека-Шоулса, формула Блека-Шоулса, метод Монте-Карло.
<b>Формат курсу</b>	Очний, дистанційний. Проведення лекцій, практичних занять і консультацій.
<b>Теми</b>	<p><b>Тема 1. Фондовий ринок.</b> Фінансова система. Фінансові ринки та їх класифікація. Фондовий ринок. Фінансова економіка.</p> <p><b>Тема 2. Портфель активів.</b> Акції та їх види. Цінові ризики.</p>

	<p>Портфель активів, ефективна межа портфеля. Диверсифікація ризику. Портфель з без ризикових та ризикових активів, лінія ринку капіталу.</p> <p><b>Тема 3. Модель оцінки капітальних активів.</b> Рівняння Шарпа-Лінтнера. Модель оцінки капітальних активів, її подання в термінах ціни.</p> <p><b>Тема 4. Форвардні та ф'ючерсні контракти, опціони.</b> Форварди та ф'ючерси. Опціони та їх види. Найпростіші опціонні стратегії. Основи ціноутворення опціонів, біноміальна модель.</p> <p><b>Тема 5. Математика ринку опціонів.</b> Випадковий процес Іто, лема Іто. Стохастичний інтеграл. Рівняння Блека-Шоулса для ціни фінансового інструмента. Формула Блека-Шоулса.</p> <p><b>Тема 6. Методи розрахунку ціни опціонних контрактів .</b> Найпростіші задачі розрахунку опціонів в EXCEL. Чисельний аналіз рівняння Блека-Шоулса для ціни опціону. Розрахунок ціни опціонів методом Монте-Карло.</p>
<b>Підсумковий контроль, форма</b>	Комбінований іспит в кінці семестру
<b>Пререквізити</b>	<p>Для вивчення курсу студенти потребують базових знань з:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Фінансової математики;</li> <li>- Теорії ймовірностей;</li> <li>- Математичної статистики;</li> <li>- Інформатики та програмування.</li> </ul>
<b>Навчальні методи та техніки, які будуть використовуватися під час викладання курсу</b>	<p>Презентації, лекції</p> <p>Індивідуальні завдання</p> <p>Групові проекти, менторство</p>
<b>Необхідне обладнання</b>	Комп'ютер із програмним забезпеченням, необхідним для виконання лабораторних робіт (електронні таблиці), доступ до мережі Internet.
<b>Критерії оцінювання (окремо для кожного виду навчальної діяльності)</b>	<p>Оцінювання проводиться за 100-бальною шкалою. Бали нараховуються за наступним співвідношенням:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• індивідуальні завдання: 35% семестрової оцінки, максимальна кількість балів – 35.</li> <li>• написання тестового модуля: 10% семестрової оцінки, кількість балів – 10.</li> <li>• додаткові бали за активну участь на заняттях – 5% семестрової оцінки, максимальна кількість балів – 5.</li> <li>• комбінований іспит – 50 % семестрової оцінки, максимальна кількість балів – 50.</li> </ul> <p>Підсумкова максимальна кількість балів – 100.</p> <p><b>Академічна доброчесність:</b> Роботи студентів повинні бути їх оригінальними дослідженнями чи міркуваннями. Відсутність</p>

	<p>посилань на використані джерела, фабрикування джерел, списування, втручання в роботу інших студентів кваліфікуються як прояви академічної недоброчесності.</p> <p><b>Відвідування занять</b> є важливою складовою навчання. Усі студенти зобов'язані відвідувати усі лекції, практичні та лабораторні заняття курсу, дотримуватися термінів виконання усіх видів робіт та індивідуальних завдань.</p> <p><b>Література.</b> Уся література, яку студенти не зможуть знайти самостійно, буде надана викладачем виключно в освітніх цілях без права її передачі третім особам. Студенти також заохочуються до використання інших літературних джерел, яких немає серед рекомендованих.</p> <p><b>Політика виставлення балів.</b> Враховуються бали набрані при поточному опитуванні, виконанні самостійних робіт, бали проміжкових та підсумкових тестування. Обов'язково враховуються активність студентів під час занять, своєчасність виконання поставлених завдань, не допускається списування та плагіат.</p>
<p><b>Питання до екзамену (чи питання до контрольної роботи)</b></p>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Фінансові ринки та їх класифікація. Фондовий ринок. Фінансова економіка.</li> <li>2. Акціонерні товариства. Акції та їх види. Ціна капіталу.</li> <li>3. Цінові ризики. Портфель активів, ефективна межа портфеля.</li> <li>4. Диверсифікація ризику. Теорія портфеля Марковіца.</li> <li>5. Випадок відсутності обмежень невід'ємності на вагові коефіцієнти.</li> <li>6. Ринкова модель Шарпа.</li> <li>7. Модель Тобіна. Портфель з без ризикових та ризикових активів, лінія ринку капіталу.</li> <li>8. Модель оцінки капітальних активів.</li> <li>9. Ринок деривативів.</li> <li>10. Форварди та ф'ючерси.</li> <li>11. Опціони та їх види.</li> <li>12. Найпростіші опціонні стратегії.</li> <li>13. Геджування за допомогою ф'ючерсних та опціонних контрактів.</li> <li>14. Основи ціноутворення опціонів, біноміальна модель.</li> <li>15. Випадковий процес Іто, лема Іто. Стохастичні диференціальні рівняння.</li> <li>16. Рівняння Блека-Шоулса для ціни фінансового інструмента.</li> <li>17. Формула Блека-Шоулса для європейських опціонів.</li> <li>18. Чисельні методи розв'язування рівняння в частинних похідних Блека-Шоулса.</li> <li>19. Метод Монте-Карло розрахунку ціни опціонів.</li> <li>20. Оцінка похибки методу Монте-Карло.</li> </ol>
<p><b>Опитування</b></p>	<p>Анкет-оцінку з метою оцінювання якості курсу буде надано по завершенні курсу.</p>

## Схема курсу

Тижні	Лекції		Практичні заняття		Самостійна робота
	Тема заняття	К-ть годин	Тема заняття	К-ть годин	К-ть годин
1	Фінансові ринки та їх класифікація. Фондовий ринок. Фінансова економіка.	2	Розрахунок ціни капіталу. Формула Гордона.	2	5
2	Акціонерні товариства. Акції. Ціна капіталу.	2			5
3	Портфель фінансових активів. Теорія портфеля Марковіца. Ефективна межа портфеля. Розв'язування задач теорії портфеля в Python	2	ЛР 1. Побудова ефективної межі портфеля активів засобами електронних таблиць і Python	2	7
4	Випадок відсутності обмежень невід'ємності на вагові коефіцієнти.	2			4
5	Ринкова модель Шарпа.	2	Виконання ЛР 1.	2	7
6	Модель Тобіна. Модель оцінки капітальних активів.	2			4
7	Ринок деривативів. Форварди та ф'ючерси.	2	Виконання ЛР 1. Здача ЛР 1.	2	7
8	Опціони та їх види. Найпростіші опціонні стратегії.	2			4
9	Геджування за допомогою ф'ючерсних та опціонних контрактів.	2	ЛР 2. Біноміальна модель ціни опціонів	2	7
10	Основи ціноутворення опціонів, біноміальна модель.	2			4
11	Випадковий процес Іто, лема Іто. Стохастичні диференціальні рівняння.	2	Виконання ЛР 2. Здача ЛР 2.	2	7
12	Рівняння Блека-Шоулса для ціни фінансового інструмента	2			4

1 3	Формула Блека-Шоулса для європейських опціонів	2	ЛР 3. Реалізація методу Монте-Карло в Python	2	7
1 4	Чисельні методи розв'язування рівняння в частинних похідних Блека-Шоулса	2			4
1 5	Метод Монте-Карло стохастичного імітаційного моделювання	2	Виконання ЛР 3. Здача ЛР 3.	2	7
1 6	Контрольна робота	2			4
<b>Всього</b>		<b>3 2</b>		<b>16</b>	<b>87</b>