


МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
Львівський національний університет імені Івана Франка
Механіко-математичний факультет
Кафедра математичної економіки, економетрії,
фінансової та страхової математики



Затверджено
на засіданні кафедри математичної
економіки, економетрії, фінансової та
страхової математики
механіко-математичного факультету
Львівського національного університету
імені Івана Франка
(протокол № 11 від 18.06.2021 р.)

В. о. завідувача кафедри

 проф. Оліскевич М. О.

Силабус з навчальної дисципліни
"МЕТОДИ ОБЧИСЛЕНЬ",
що викладається в межах ОПП
"Статистика в інформаційних технологіях. Актуарна та фінансова математика"
першого (бакалаврського) рівня вищої освіти
для здобувачів із спеціальності 112 Статистика

Назва дисципліни	Методи обчислень
Адреса викладання дисципліни	Головний корпус ЛНУ ім. І. Франка, м. Львів, вул. Університетська 1
Факультет та кафедра, за якою закріплена дисципліна	Механіко-математичний факультет, кафедра математичної економіки, економетрії, фінансової та страхової математики
Галузь знань, шифр та назва спеціальності	11 Математика та статистика 112 Статистика
Викладачі дисципліни	ПІБ, науковий ступінь, вчене звання, посада
Контактна інформація викладачів	http://new.mmf.lnu.edu.ua/employee/prokopysyn-i-ivan.prokopysyn@lnu.edu.ua Головний корпус ЛНУ ім. І. Франка, каб. 376, м. Львів, вул. Університетська, 1
Консультації по дисципліні відбуваються	Консультації в день проведення лекцій/практичних занять (за попередньою домовленістю).
Посилання на сайт дистанційного навчання	
Сторінка дисципліни	https://new.mmf.lnu.edu.ua/?post_type=course&p=15799&preview=true
Інформація про дисципліну	Дисципліна "Методи обчислень" є вибірковою дисципліною із спеціальності 112 Статистика для освітньої програми "Статистика в інформаційних технологіях. Актуарна та фінансова математика", яка викладається у 8 семестрі в обсязі 4,5 кредитів (за Європейською Кредитно-Трансферною Системою ECTS)
Коротка анотація дисципліни	У курсі розглянуто наступні розділи: теорія похибок, методи розв'язування систем лінійних алгебричних рівнянь, розв'язування нелінійних рівнянь та систем, наближення функцій, чисельне інтегрування та диференціювання, метод найменших квадратів, метод Монте-Карло, чисельне розв'язування задачі Коші. Курс охоплює теоретичні аспекти методів, їх збіжність та похибку, а також програмування методів на мові Python та їх прикладне застосування.
Мета та цілі дисципліни	<i>Мета</i> навчити студентів основ чисельного розв'язування задач лінійної алгебри, математичного аналізу та диференціальних рівнянь, статистики <i>Завдання</i> Познайти студентів з класичними та сучасними методами наближених обчислень, основними обчислювальними алгоритмами.
Література для вивчення дисципліни	Основна література: 1. Гаврилук П.І., Макаров В.Л. Методи обчислень. – Ч.1-2. – К.: Вища школа, 1995. 2. Дияк І.І., Прокопишин І.А. Лабораторний практикум з методів обчислень. – Львів: Видавничий центр ЛНУ імені Івана Франка, 2006. – 80 с.

	<p>3. Програмування числових методів мовою Python : підруч. / А. В. Анісімов, А. Ю. Дорошенко, С. Д. Погорілий, Я. Ю. Дорогий ; за ред. А. В. Анісімова. – К. : Видавничо-поліграфічний центр "Київський університет", 2014. – 640 с.</p> <p>4. Прокопишин І. А. Вступ до методів обчислень: Рукопис. – Львів, 2020. – 200 с.</p> <p>5. Шахно С.М. Чисельні методи лінійної алгебри. – Львів: Видавничий центр ЛНУ імені Івана Франка, 2007. – 245 с.</p> <p>6. Цегелик Г. Г. Чисельні методи. – Львів: Видавничий центр ЛНУ імені Івана Франка, 2004. – 408 с.</p> <p>Додаткова література:</p> <p>1. Амосов А.А., Дубинский Ю.А., Копченова Н.В. Вычислительные методы для инженеров. – М.: Высшая школа, 1994. – 544 с.</p> <p>2. Вабищевич П.Н. Численные методы: Вычислительный практикум. – М.: Либроком, 2010. – 320 с.</p> <p>3. Вержбицкий В.М. Основы численных методов. – М.: Высш. шк., 2002. – 840 с.</p>
Обсяг курсу	Обсяг – 135 годин. З них 39 годин лекцій, 39 годин лабораторних занять та 57 годин самостійної роботи.
Очікувані результати навчання	<p>В результаті вивчення даного курсу студент буде: знати основні методи обчислень та обчислювальні алгоритми; вміти реалізувати методи наближених обчислень на мові Python, застосовувати ці методи до аналізу математичних моделей.</p> <p>Основні програмні результати навчання відповідно до ОПП:</p> <p>ПРН-15. Володіння математичними та статистичними методами аналізу, прогнозування та оцінки параметрів математичних моделей, статистичними методами інтерпретації та обробки числових даних.</p> <p>ПРН-16. Вміння використовувати в практичній діяльності спеціалізоване статистичне програмне забезпечення.</p>
Ключові слова	Математичного моделювання, обчислювальна математика, теорія похибок, системи лінійних алгебраїчних рівнянь, обчислювальна складність, метод Гаусса, метод Холецкого, нелінійні рівняння, принцип стискуючих відображень, метод простої ітерації, метод Ньютона, інтерполяційний многочлен Лагранжа, інтерполяційний многочлен Ньютона, метод найменших квадратів, чисельне диференціювання, квадратурні формули, правило Рунге, екстраполяція за Річардсоном, метод Монте-Карло, задача Коші, метод Ейлера, методи Рунге-Кутти.
Формат курсу	Очний, дистанційний. Проведення лекцій, практичних занять і консультацій.
Теми	<p>Тема 1. Чисельні методи в математичному моделюванні [4, п.1.1, 1.2]</p> <p>Предмет методів обчислень. Загальна схема математичного моделювання. Чисельні методи в математичному моделюванні.</p> <p>Тема 2. Елементарна теорія похибок [4, п.2.1, 2.2; 2, п.1]</p> <p>Класифікація похибок. Наближені числа та дії над ними. Похибка функції, викликана похибкою аргументів. Пряма та обернена задача</p>

теорії похибок. Статистична оцінка похибок.

Тема 3. Обчислювальна похибка [4, п.2.3, 2, п.1]

Запис наближених чисел та представлення їх в ЕОМ. Округлення чисел, обчислювальна похибка. Помилки переповнення та зникнення порядку. Загальні рекомендації по проведенню обчислень.

Тема 4. Прямі методи розв'язування СЛАР [4, п.3.1-3.4; 2, п.3]

Методи розв'язування систем лінійних алгебраїчних рівнянь (СЛАР). Обчислювальна складність алгоритмів. Норма матриці. Обумовленість систем лінійних алгебраїчних рівнянь. Метод Гаусса розв'язування СЛАР, метод Холецкого.

Тема 5. Ітераційні методи розв'язування СЛАР [4, п.4.1-4.4; 2, п.3]

Швидкість збіжності послідовностей. Принцип стискуєчих відображень в банахових просторах. Метод простої ітерації розв'язування СЛАР. Похибка методів простої ітерації. Методи Якобі та Зейделя розв'язування СЛАР.

Тема 6. Розв'язування нелінійних рівнянь [4, п.5.1-5.4; 2, п.2]

Метод половинного ділення. Метод простої ітерації. Прискорена збіжність методу простої ітерації. Метод Ньютона та його модифікації.

Тема 7. Розв'язування систем нелінійних рівнянь [4, п.5.5]

Метод простої ітерації. Метод Ньютона розв'язування систем нелінійних рівнянь.

Тема 8. Наближення функцій многочленами [4, п.6.1-6.3]

Наближення функцій многочленами. Многочлен Тейлора, оцінка похибки. Інтерполяція функцій. Узагальнений інтерполяційний многочлен.

Тема 9. Інтерполяційний многочлен Лагранжа [4, п.6.3]

Інтерполяційний многочлен Лагранжа, оцінка похибки. Вибір вузлів інтерполювання, многочлени Чебишова.

Тема 10. Інтерполяційний многочлен Ньютона [4, п.6.4]

Поділені та скінчені різниці та їх властивості. Інтерполяційний многочлен Ньютона

Тема 11. Середньоквадратичне наближення функцій [1, с.33-39; 2, п.4]

Середньоквадратичне наближення функцій. Метод найменших квадратів.

Тема 12. Чисельне диференціювання [4, п.6.7]

Чисельне диференціювання на основі інтерполяційних многочленів. Оцінка похибки. Формули чисельного диференціювання. Апостеріорна оцінка похибки, метод Рунге-Ромберга, екстраполяція за Річардсоном

Тема 13. Квадратурні формули інтерполяційного типу [4, п.7.1]

Квадратурні формули Ньютона-Котса. Квадратурні формули центральних прямокутників, трапецій, Сімпсона. Оцінка похибки.

Тема 14. Практичні аспекти чисельного інтегрування [4, п.7.2-7.3; 2, п.5]

Квадратурні формули найвищого алгебраїчного степеня точності. Квадратурна формула Гаусса. Правило Рунге практичної оцінки похибки квадратурних формул, екстраполяція за Річардсоном. Обчислення невластивих інтегралів, способи виділення особливостей.

Тема 15. Метод Монте-Карло [4, п.7.4; 2, п.6]

Чисельні методи обчислення кратних інтегралів. Метод Монте-Карло обчислення інтегралів.

	<p>Тема 16. Чисельні методи розв'язування початкових та крайових задач для звичайних диференціальних рівнянь [4, п.8.1-8.3; 2, п.7-8] Задача Коші. Стійкість розв'язку. Найпростіші різницеві методи. Метод Ейлера розв'язування задачі Коші. Методи Рунге-Кутти. Формулювання крайової задачі для диференціального рівняння другого порядку. Метод сіток розв'язування задачі.</p>
Підсумковий контроль, форма	Залік в кінці семестру
Пререквізити	Для вивчення курсу студенти потребують базових знань з: <ul style="list-style-type: none"> - Математичного аналізу; - Лінійної алгебри; - Теорії ймовірностей; - Математичної статистики; - Програмування.
Навчальні методи та техніки, які будуть використовуватися під час викладання курсу	Презентації, лекції Індивідуальні завдання Групові проекти, менторство
Необхідне обладнання	Комп'ютер із програмним забезпеченням, необхідним для виконання лабораторних робіт (Python), доступ до мережі Internet.
Критерії оцінювання (окремо для кожного виду навчальної діяльності)	<p>Оцінювання проводиться за 100-бальною шкалою. Бали нараховуються за наступним співвідношенням:</p> <ul style="list-style-type: none"> • індивідуальні завдання: 60% семестрової оцінки; максимальна кількість балів – 60. • написання двох тестових модулів: по 15% семестрової оцінки кожен; кількість балів – 30. • додаткові бали за активну участь у лекціях і лабораторних роботах 10% семестрової оцінки; максимальна кількість балів – 10. <p>Підсумкова максимальна кількість балів – 100.</p> <p>Академічна доброчесність: Роботи студентів повинні бути їх оригінальними дослідженнями чи міркуваннями. Відсутність посилань на використані джерела, фабрикування джерел, списування, втручання в роботу інших студентів кваліфікуються як прояви академічної недоброчесності.</p> <p>Відвідування занять є важливою складовою навчання. Усі студенти зобов'язані відвідувати усі лекції, практичні та лабораторні заняття курсу, дотримуватися термінів виконання усіх видів робіт та індивідуальних завдань.</p> <p>Література. Уся література, яку студенти не зможуть знайти самостійно, буде надана викладачем виключно в освітніх цілях без права її передачі третім особам. Студенти також заохочуються до використання інших літературних джерел, яких немає серед рекомендованих.</p> <p>Політика виставлення балів. Враховуються бали набрані при поточному опитуванні, виконанні самостійних робіт, бали проміжкових та підсумкових тестування. Обов'язково враховуються активність студентів під час занять, своєчасність виконання поставлених завдань, не допускається списування та плагіат.</p>

<p>Питання до екзамену (чи питання до контрольної роботи)</p>	<ol style="list-style-type: none"> 1. Процес математичного моделювання. Класифікація похибок. 2. Означення абсолютної та відносної похибки. Істинні та граничні похибки, похибки арифметичних операцій. 3. Похибки функції, зумовлені похибками аргументів. 4. Обернена задача теорії похибок. Статистична оцінка похибок. 5. Похибки обчислень. Позиційна та нормалізована форми подання чисел. Похибка округлень. Помилки переповнення та зникнення порядку. 6. Обчислювальна складність алгоритмів. прямі методи розв'язування систем лінійних алгебраїчних рівнянь. 7. Метод Гаусса, метод квадратного кореня. 8. Ітераційні методи розв'язування СЛАР. 9. Реалізація методів обчислень в Python. Бібліотеки NumPy та SciPy. 10. Ітераційні методи розв'язування нелінійних рівнянь. 11. Наближення функцій многочленами. Інтерполяційний многочлен Лагранжа та оцінка його похибки. 12. Поділені та скінчені різниці. Інтерполяційний многочлен Ньютона. 13. Чисельне диференціювання на основі інтерполяційних многочленів. Оцінка похибки. Формули чисельного диференціювання. 14. Середньоквадратичне наближення функцій. Метод найменших квадратів. Згладжування результатів спостережень. 15. Чисельне інтегрування. Квадратурні формули інтерполяційного типу. Квадратурні формули Ньютона-Котса. Квадратурна формула центральних прямокутників. Оцінка похибки. 16. Квадратурна формула трапецій. Оцінка похибки. Квадратурна формула Сімпсона. Оцінка похибки. 17. Квадратурні формули найвищого алгебраїчного степеня точності. Правило Рунге. Екстраполяція за Річардсоном. 18. Обчислення невластивих інтегралів. 19. Чисельні методи обчислення кратних інтегралів. 20. Метод Монте-Карло обчислення інтегралів. 21. Задача Коші. Стійкість розв'язку. Найпростіші різницеві методи. Метод Ейлера розв'язування задачі Коші. 22. Методи Рунге-Кутти розв'язування задачі Коші. 23. Формулювання. Метод сіток розв'язування задачі. 24. Метод суперпозиції зведення крайової задачі для диференціального рівняння другого порядку до задачі Коші.
<p>Опитування</p>	<p>Анкет-оцінку з метою оцінювання якості курсу буде надано по завершенні курсу.</p>

Схема курсу "Методи обчислень"

Тижні	Лекції		Практичні заняття		Самостійна робота
	Тема заняття	К-ть годин	Тема заняття	К-ть годин	К-ть годин
1	Предмет методів обчислень. Математичне моделювання. Класифікація похибок. Істинні та граничні похибки. похибки арифметичних операцій.		Розв'язування задач теорії похибок.	2	3
2	Похибки функції, зумовлені похибками аргументів. Обернена задача теорії похибок. Статистична оцінка похибок.	2	Пояснення ЛР 1 "Числові методи розв'язування нелінійних рівнянь"	2	3
3	Похибки обчислень. Позиційна та нормалізована форми подання чисел. Похибка округлень. Помилки переповнення та зникнення порядку.	2	Консультації з ЛР 1. Виконання ЛР 1. Здача ЛР 1.	2	3
4	Прямі методи розв'язування систем лінійних алгебраїчних рівнянь. Метод Гаусса, Метод квадратного кореня.	2	Пояснення ЛР 2 "Розв'язування систем лінійних алгебраїчних рівнянь"	2	3
5	Ітераційні методи розв'язування СЛАР.	2	Консультації з ЛР 2. Виконання ЛР 2.	2	3
6	Реалізація методів обчислень в Python. Бібліотеки NumPy та SciPy.	2	Виконання ЛР 2. Здача ЛР 2.	2	2
7	Ітераційні методи розв'язування нелінійних рівнянь.	2	Пояснення ЛР 3 "Метод найменших квадратів"	2	3
8	Наближення функцій многочленами. Інтерполяційний многочлен Лагранжа та оцінка його похибки.	2	Консультації з ЛР 3. Виконання ЛР 3. Здача ЛР 3.	2	3
9	Поділені та скінчені різниці. Інтерполяційний многочлен Ньютона.	2	Контрольна робота 1 (тест)	2	3
10	Чисельне диференціювання на основі інтерполяційних многочленів. Оцінка похибки. Формули чисельного диференціювання.	2	Пояснення ЛР 4 "Обчислення визначених інтегралів"	2	3
11	Середньоквадратичне наближення функцій. Метод найменших квадратів. Згладжування результатів спостережень	2	Консультації з ЛР 4. Виконання ЛР 4. Здача ЛР 4.	2	3
12	Чисельне інтегрування. Квадратурні формули інтерполяційного типу. Квадратурні формули Ньютона-Котесса. Квадратурна формула центральних прямокутників. Оцінка похибки.	2	Пояснення ЛР 5 "Метод Монте-Карло"	2	3
13	Квадратурна формула трапецій. Оцінка похибки. Квадратурна формула Сімпсона. Оцінка похибки.	2	Консультації з ЛР 5. Виконання ЛР 5. Здача ЛР 5.	2	3
14	Квадратурні формули найвищого алгебраїчного степеня точності. Правило Рунге. Екстраполяція за Річардсоном.	2	Пояснення ЛР 6 "Числові методи розв'язування задачі Коші"	2	3
15	Обчислення невластивих інтегралів. Чисельні методи обчислення кратних інтегралів.	2	Консультації з ЛР 6. Виконання ЛР 6.	2	3

16	Метод Монте-Карло обчислення інтегралів.	2	Виконання ЛР 6. Здача ЛР 6.	2	2
17	Задача Коші. Стійкість розв'язку. Найпростіші різницеві методи. Метод Ейлера розв'язування задачі Коші.	2	Пояснення ЛР 6 "Крайові задачі для звичайних диференціальних рівнянь"	2	3
18	Методи Рунге-Кутти розв'язування задачі Коші.	2	Консультації з ЛР 7. Виконання ЛР 7.	2	3
19	Формулювання крайової задачі для диференціального рівняння другого порядку. Метод сіток розв'язування задачі.	2	Виконання ЛР 7. Здача ЛР 7.	2	2
20	Метод суперпозиції зведення до задачі Коші.	1	Контрольна робота 2 (тест)	1	3
Всього		39		39	57