Форма № Н - 3.04

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ЛЬВІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ імені ІВАНА ФРАНКА

Кафедра математичної статистики і диференціальних рівнянь

“ЗАТВЕРДЖУЮ”
Проректор
з науково-педагогічної роботи

_____

“_____“_____2022 р.

РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Диференціальні рівняння

Освітній рівень *перший (бакалаврський)*

Галузь знань *11 – Математика і статистика*

Спеціальності *111 – Математика, 014 – Середня освіта*

Освітньо-професійні програми

- *Комп’ютерна алгебра, криптологія і теорія ігор*
- *Комп’ютерний аналіз математичних моделей*
- *Математика. Математична економіка та економетрика*
- *Середня освіта (Математика)*

Факультет *механіко-математичний*

Львів – 2022

Диференціальні рівняння. Робоча програма навчальної дисципліни для студентів механіко-математичного факультету спеціальностей *111 – Математика* і 014 – *Середня освіта (Математика)*, освітньо-кваліфікаційним рівнем *бакалавр.*

Розробник: Юрій Головатий, докт. фіз.-мат. наук, професор кафедри математичної статистики і диференціальних рівнянь.

Схвалено на засіданні кафедри математичної статистики і диференціальних рівнянь, протокол №1 від 29 серпня 2022 року.

Завідувач кафедри
математичної статистики і диференціальних рівнянь

_____ проф. Олег БУГРІЙ

1. Опис навчальної дисципліни

<table>
<tr><td>Найменування показників</td><td>Галузь знань, освітній рівень</td><td colspan="2">Характеристика навчальної дисципліни</td></tr>
<tr><td>Кількість кредитів - 7</td><td>Галузь знань
11 – математика і статистика</td><td colspan="2">Денна форма навчання</td></tr>
<tr><td>Змістових модулів – 5</td><td>Спеціальність
111 - математика</td><td colspan="2">Нормативна</td></tr>
<tr><td rowspan="8">Загальна кількість годин 96 год.</td><td rowspan="8">Спеціалізації
✓ Комп’ютерна алгебра, криптологія і теорія ігор
✓ Комп’ютерний аналіз математичних моделей
✓ Математика. Математична економіка та економетрика
Середня освіта (Математика)</td><td colspan="2">Рік підготовки:
другий</td></tr>
<tr><td colspan="2">Семестри</td></tr>
<tr><td>3</td><td>4</td></tr>
<tr><td colspan="2">Лекції</td></tr>
<tr><td>16 год</td><td>16 год</td></tr>
<tr><td colspan="2">Практичні</td></tr>
<tr><td>32 год</td><td>32 год</td></tr>
<tr><td colspan="2">Вид контролю</td></tr>
<tr><td>залік</td><td>екзамен</td></tr>
<tr><td>Тижневі години:
аудиторні – 3 год.
самостійна робота – 2,5 год.</td><td>Освітньо-кваліфікаційний рівень
бакалавр</td><td colspan="2"></td></tr>
</table>

2. Мета та завдання навчальної дисципліни

Мета: ознайомлення з основними поняттями та методами теорії диференціальних рівнянь.
Завдання: навчити студентів моделювати задачі реального світу задачами для диференціальних рівнянь та розв'язувати різні типи диференціальних рівнянь.

Загальні компетентності (ЗК):

ЗК-1 Здатність до абстрактного мислення, аналізу та синтезу;
ЗК-2 Здатність застосовувати знання у практичних ситуаціях;
ЗК-3 Знання й розуміння предметної області та професійної діяльності;
ЗК-7 Здатність учитися і оволодівати сучасними знаннями;
ЗК-9 Здатність приймати обґрунтовані рішення.

Спеціальні (фахові, предметні) компетентності (СК) :

СК-1 Здатність формулювати проблеми математично та в символьній формі з метою спрощення їхнього аналізу й розв'язання;
СК-2 Здатність подавати математичні міркування та висновки з них у формі, придатній для цільової аудиторії, а також аналізувати та обговорювати математичні міркування інших осіб, залучених до розв'язання тієї самої задачі;
СК-3 Здатність здійснювати міркування та виокремлювати ланцюжки міркувань у математичних доведеннях на базі аксіоматичного підходу, а також розташовувати їх у логічну послідовність, у тому числі відрізняти основні ідеї від деталей і технічних викладок;
СК-4 Здатність конструювати формальні доведення з аксіом та постулатів і відрізняти правдоподібні аргументи від формально бездоганних;
СК-6 Здатність розробляти і досліджувати математичні моделі явищ, процесів та систем;
СК-7 Здатність застосовувати чисельні методи для дослідження математичних моделей;
СК-8 Здатність до аналізу математичних структур, у тому числі до оцінювання обґрунтованості й ефективності використовуваних математичних підходів.

В результаті вивчення даного курсу студент повинен
знати: основні означення, теореми та методи теорії диференціальних рівнянь;
вміти: розв'язувати диференціальні рівняння, а також задачі Коші та крайові задачі для різних типів рівнянь.

Програмні результати навчання (РН):
РН-1 Знати основні етапи історичного розвитку математичних знань і парадигм, розуміти сучасні тенденції в математиці;
РН-3 Знати принципи modus ponens (правило виведення логічних висловлювань) та modus tollens (доведення від супротивного) і використовувати умови, формулювання, висновки, доведення та наслідки математичних тверджень;
РН-4 Розуміти фундаментальну математику на рівні, необхідному для досягнення інших вимог освітньої програми;
РН-6 Знати методи математичного моделювання природничих та/або соціальних процесів;

РН-7 Пояснювати математичні концепції мовою, зрозумілою для нефахівців у галузі математики;
РН-10 Розв’язувати задачі придатними математичними методами, перевіряти умови виконання математичних тверджень, коректно переносити умови та твердження на нові класи об’єктів, знаходити й аналізувати відповідності між поставленою задачею й відомими моделями;
РН-11 Розв’язувати конкретні математичні задачі, які сформульовано у формалізованому вигляді; здійснювати базові перетворення математичних моделей;
РН-16 Знати теоретичні основи і застосовувати методи топології, функціонального аналізу й теорії диференціальних рівнянь для дослідження динамічних систем.

3. Програма навчальної дисципліни

Змістовий модуль 1. Вступ. Найпростіші типи інтегровних диференціальних рівнянь.
Тема 1. Означення диференціального рівняння, його порядку та розв'язків. Основні принципи математичного моделювання.
Тема 2. Рівняння із відокремленими змінними. Модель розмноження бактерій. Однорідні рівняння. Теорема про зведення однорідного рівняння до рівняння із відокремленими змінними.
Тема 3. Лінійні рівняння першого порядку. Метод варіації сталої.
Тема 4. Рівняння у повних диференціалах. Необхідна та достатня умова існування потенціалу.
Тема 5. Задачі, коректні за Адамаром. Теорема існування та єдиності розв’язку задачі Коші для рівняння першого порядку.
Тема 6. Глобальні розв’язки. Теорема про поведінку глобального розв'язку.
Тема 7. Неявні рівняння. Теорема існування та єдиності розв'язку задачі Коші для неявного рівняння. Особливі розв'язки неявних рівнянь.
Тема 8. Рівняння вищих порядків.

Змістовий модуль 2. Лінійні системи та рівняння зі змінними коефіцієнтами.
Тема 1. Лінійних систем зі змінними коефіцієнтами. Апріорна оцінка розв'язку.
Тема 2. Лінійні системи: теорема глобального існування та єдиності.
Тема 3. Лінійна структура на множині розв'язків однорідної системи, вимірність простору розв'язків. Фундаментальна система розв'язків, визначник Вронського.
Тема 4. Формула Ліувілля та критерій фундаментальності.
Тема 5. Лінійні рівняння із змінними коефіцієнтами: теорема існування та єдиності.
Тема 6. Фундаментальна система розв'язків і визначник Вронського. Формула Ліувіля.
Тема 7. Неоднорідні лінійні рівняння із змінними коефіцієнтами. Структура загального розв’язку. Метод варіації сталих.

Змістовий модуль 3. Лінійні систем та рівняння зі сталими коефіцієнтами.
Тема 1. Лінійні рівняння із сталими коефіцієнтами. Випадок простих коренів характеристичного многочлена.
Тема 2. Нулі дійсних функцій та їх властивості. Квазімногочлени. Теорема про нулі квазімногочлена.

Тема 3. Побудова фундаментальної системи розв'язків лінійного рівняння із сталими коефіцієнтами у загальному випадку.
Тема 4. Лінійні неоднорідні рівняння з квазімногочленом в правій частині.
Тема 5. Лінійні системи зі сталими коефіцієнтами. Експонента матриці та її властивості.
Тема 6. Теорема про фундаментальну матрицю лінійної системи зі сталими коефіцієнтами. Випадок, коли власні вектори утворюють базу.
Тема 7. Загальний випадок. Алгоритм побудови фундаментальної матриці.

Змістовий модуль 4. Динамічні системи
Тема 1. Динамічні системи та їх геометрична інтерпретація.
Тема 2. Властивості розв'язків та фазових кривих. Лема про продовження розв'язку.
Тема 3. Теорема про структуру фазових кривих.
Тема 4. Перші інтеграли динамічних систем. Теорема про повний набір перших інтегралів.
Тема 5. Гамільтонові системи.

Змістовий модуль 5. Рівняння з частинними похідними першого порядку.
Тема 1. Лінійні рівняння з частинними похідними першого порядку. Характеристики.
Тема 2. Задача Коші для лінійного рівняння з частинними похідними. Нехарактеристичні точки.
Тема 3. Задача Коші для квазілінійного рівняння з частинними похідними. Нехарактеристичні початкові умови.

4. Структура навчальної дисципліни

Схема курсу у 3 семестрі

Тиж-ні	Лекційний курс		Практичні заняття		Навчальна література та інтернет-ресурси
	Назва теми	Години	Назва теми	Години	
1	2	3	4	5	6
1	Основні поняття теорії звичайних диференціальних рівнянь та основи математичного моделювання	2	Рівняння з відокремлюваними змінними	2	[1,5,6,8] Відео-курс [2], тема 1
2			Однорідні рівняння та звідні до них	2	[8,9] Відео-курс [2], тема 2
3	Основні класи інтегровних рівнянь першого порядку.	2	Узагальнено-однорідні рівняння	2	[1,5,7,9] Відео-курс [2], тема 3
4			Лінійні рівняння першого порядку	2	[8,9]

					Відео-курс [2], тема 4
5	Теореми існування та єдиності	2	Обернено-лінійні рівняння та рівняння Бернуллі	2	[1,6-8] Відео-курс [2], тема 4
6			Рівняння в повних диференціалах	2	[8,9] Відео-курс [2], тема 6
7	Теореми про неперервну залежність	2	Контрольна робота 1	2	[1,5-8] Відео-курс [2], тема 5
8			Метод пошуку інтегровних комбінацій	2	[8,9] Відео-курс [2], тема 6
9	Теорія неявних рівнянь	2	Неявні рівняння: прямий метод	2	[1,5,6,8] Відео-курс [2], тема 7
10			Неявні рівняння: метод введення параметру	2	[8,9] Відео-курс [2], тема 7
11	Глобальні розв'язки та їхня стійкість	2	Задача Коші та інтегральне рівняння. Пікарівські наближення	2	[1,6-8] Відео-курс [2], тема 8
12			Контрольна робота 2	2	
13	Рівняння високих порядків	2	Рівняння високого порядку. Методи пониження порядку диференціальних рівнянь	2	[1,5-9] Відео-курс [2], тема 9
14			Рівняння високого порядку. Методи пониження порядку диференціальних рівнянь (продовження)	2	[8,9] Відео-курс [2], тема 9
15	Нормальні системи диференціальних рівнянь першого порядку	2	Підсумкове практичне заняття. Підготовка до залікової контрольної роботи	2	[1,5-8] Відео-курс [2], тема 9
16			Контрольна робота 3	2	
	Разом	16		32	

Схема курсу у 4 семестрі

Тиж-ні	Лекційний курс		Практичні заняття		Навчальна література та інтернет-ресурси
	Назва теми	Години	Назва теми	Години	
1	2	3	4	5	6
1	Лінійні рівняння високого порядку	2	Лінійні однорідні рівняння зі сталими коефіцієнтами	2	[1,5-7] Відео-курс [3], тема 1
2			Лінійні неоднорідні рівняння зі сталими коефіцієнтами. Метод неозначених коефіцієнтів	2	[8,9] Відео-курс [3], тема 2
3	Теорія лінійних систем	2	Лінійні неоднорідні рівняння зі сталими коефіцієнтами. Метод варіації сталих. Рівняння Ейлера	2	[1,5-7] Відео-курс [3], тема 3 та лекція з теми 4
4			Контрольна робота 1	2	
5	Динамічні системи. Основні поняття. Теорема про структуру фазових траєкторій	2	Лінійні однорідні системи зі сталими коефіцієнтами на площині	2	[1,5-7] Відео-курс [3], практичне заняття з теми 4
6			Лінійні однорідні системи зі сталими коефіцієнтами в просторі	2	[8,9] Відео-курс [3], лекція з теми 6 та практичне заняття з теми 5
7	Перші інтеграли динамічних систем. Гамільтонові системи	2	Лінійні неоднорідні системи зі квазімночленами в правій частині. Метод варіації сталих	2	[1,5,7] Відео-курс [3], тема 6
8			Контрольна робота 2	2	
9	Структура фазових кривих динамічних систем. Стійкість та асимптотична стійкість станів рівноваги	2	Траєкторії та особливі точки динамічних систем	2	[1,5, 7] Відео-курс [3], тема 7
10			Пошук перших інтегралів динамічних систем	2	[8,9] Відео-курс [3], тема 8

11	Лінійні динамічні системи на площині. Класифікація фазових портретів	2	Дослідження стійкості станів рівноваги динамічних систем	2	[1,5, 7] Відео-курс [3], тема 9
12			Фазові портрети динамічних систем	2	[8,9] Відео-курс [3], тема 9
13	Лінійні та квазілінійні рівняння з частинними похідними першого порядку	2	Лінійні рівняння. Знаходження загального розв'язку	2	[1,5, 7] Відео-курс [3], тема 10
14			Квазілінійні рівняння. Знаходження загального розв'язку	2	[8,9] Відео-курс [3], тема 10
15	Задача Коші для рівнянь з частинними похідними першого порядку	2	Знаходження характеристик та розв’язку задачі Коші рівнянь з частинними похідними першого порядку	2	[1,5, 7] Відео-курс [3], тема 11
16			Контрольна робота 3	2	
	Разом	16		32	

5. Методи навчання

Результати навчання дисципліни деталізують такі програмні результати навчання:

Результати навчання	Методи навчання і викладання	Методи оцінювання досягнення результатів навчання
РН-1 Знати основні етапи історичного розвитку математичних знань і парадигм, розуміти сучасні тенденції в математиці; РН-3 Знати принципи modus ponens (правило виведення логічних висловлювань) та modus tollens (доведення від супротивного) і використовувати умови, формулювання, висновки, доведення та наслідки математичних тверджень; РН-4 Розуміти фундаментальну математику на рівні, необхідному для досягнення інших вимог освітньої програми;	Читання лекцій та проведення практичних занять, консультування студентів в чатах та аудиторії. Контроль за виконанням домашніх завдань та відвідуванням занять.	Своєчасне і об’єктивне оцінювання результатів тестів, контрольних робіт, колоквіуму та іспиту з дотриманням принципів академічної доброчесності.

РН-6 Знати методи математичного моделювання природничих та/або соціальних процесів; РН-7 Пояснювати математичні концепції мовою, зрозумілою для нефахівців у галузі математики; РН-10 Розв'язувати задачі придатними математичними методами, перевіряти умови виконання математичних тверджень, коректно переносити умови та твердження на нові класи об'єктів, знаходити й аналізувати відповідності між поставленою задачею й відомими моделями; РН-11 Розв'язувати конкретні математичні задачі, які сформульовано у формалізованому вигляді; здійснювати базові перетворення математичних моделей; РН-16 Знати теоретичні основи і застосовувати методи топології, функціонального аналізу й теорії диференціальних рівнянь для дослідження динамічних систем.		

6. Методи контролю

Поточний контроль – 9 тестів з теоретичної та практичної частини курсу, 6 контрольних робіт, 1 письмовий колоквіум протягом двох семестрів. У кінці зимового семестру – залік, в літньому семестрі – іспит. Для проведення тестування, контрольних робіт та екзамену створено банк питань в середовищі MOODLE на платформі e-learning.lnu.edu.ua, який містить понад 500 завдань з усіх теоретичних і практичних розділів курсу. Екзаменаційне завдання студента складається з 10 теоретичних, 6 практичних запитань і автоматично генерується системою. Кількість різних варіантів екзаменаційного тесту понад 3000.

7. Розподіл балів, що присвоюється студентам

Семестри	Поточне тестування			Підсумковий тест (залік)	Сума
3	Тести з теорії та практики	Контрольні роботи	Колоквіум	Залік за результатами семестру	100
	30	45	25		
4	Тести з теорії та практики	Контрольні роботи		Іспит	Сума
	20	30		50	100

Шкала оцінювання: національна та ЄКТС

Оцінка ЄКТС	Сума балів за всі види навчальної діяльності	Оцінка за національною шкалою	
		для екзамену, курсового проекту (роботи), практики	для заліку
A	90 – 100	відмінно	зараховано
B	81-89	добре	
C	71-80		
D	61-70	задовільно	
E	51-60		
FX	21-50	незадовільно з можливістю повторного складання	не зараховано з можливістю повторного складання
F	0-20	незадовільно з обов'язковим повторним вивченням дисципліни	не зараховано з обов'язковим повторним вивченням дисципліни

8. Методичне забезпечення та інформаційні ресурси

1. Головатий Ю.Д., Кирилич В.М., Лавренюк С.П. Диференціальні рівняння: навч. посібник.-Львів: ЛНУ імені Івана Франка, 2011.
2. Головатий Ю. Д. Електронний навчальний курс "Диференціальні рівняння. Частина 1" *(атестований Організаційно-методичним центром електронного навчання ЛНУ імені Івана Франка)* https://e-learning.lnu.edu.ua/course/view.php?id=4208.
3. Головатий Ю. Д. Електронний навчальний курс "Диференціальні рівняння. Частина 2*" (атестований Організаційно-методичним центром електронного навчання ЛНУ імені Івана Франка)* https://e-learning.lnu.edu.ua/course/view.php?id=4162.

4. Головатий Ю. Д. Системи лінійних диференціальних рівнянь. Конспект лекцій, 2022. https://bit.ly/3VNtnWo
5. Головатий Ю. Д. Методичні вказівки до вивчення диференціальних рівнянь. Тема "Рівняння з частинними похідними першого порядку". – Львів: ЛДУ. – 1992. – 24 с.

На початку семестру створюється команда курсу в MS Teams, а також група в Telegram. Усі навчальні матеріали, відео лекцій та практичних доступні студентам на платформах MS Teams та e-learning.lnu.edu.ua. Консультацію з теоретичної чи практичної частини курсу можна отримати в чаті MS Teams, групі курсу в Telegram у будь-який зручний для студентів та викладача час, а також щотижнево в понеділок в ауд. 267 з 13:30 до 15:00.

9. Рекомендована література

6. Самойленко А.М., Перестюк М.О., Парасюк І.О. Диференціальні рівняння. Київ "Либідь", 1994.
7. Бугрій О.М., Процах Н.П., Бугрій Н.В. Основи диференціальних рівнянь: теорія, приклади та задачі. Львів, 2011.
8. Гой Т.П., Махней О.В. Диференціальні рівняння. Івано-Франківськ, 2010.
9. Самойленко А.М., Кривошея С.А., Перестюк М.О. Диференціальні рівняння у прикладах і задачах. – К.: Вища школа, 1994.
10. Перестюк М.О., Свіщук М. Я. Збірник задач з диференціальних рівнянь. Київ "Либідь", 1997.