

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ**  
**Львівський національний університет імені Івана Франка**  
**Факультет механіко-математичний**  
**Кафедра математичної статистики і диференціальних рівнянь**

**Затверджено**

На засіданні  
кафедри математичної статистики і  
диференціальних рівнянь  
механіко-математичного факультету  
Львівського національного університету  
імені Івана Франка  
(протокол № 11 від 22.06.2021 р.)



Завідувач кафедри Бугрій О.М.

**Силабус з навчальної дисципліни**  
**“Варіаційне числення”,**  
**що викладається в межах ОПП**  
**“Статистика в інформаційних технологіях.**  
**Актурна та фінансова математика”**  
**першого (бакалаврського) рівня вищої освіти для здобувачів з**  
**спеціальності 112 – статистика**

Львів 2021 р.

<b>Назва дисципліни</b>	Варіаційне числення
<b>Адреса викладання дисципліни</b>	Головний корпус ЛНУ ім. І. Франка м. Львів, вул. Університетська 1
<b>Факультет та кафедра, за якою закріплена дисципліна</b>	Факультет механіко-математичний Кафедра математичної статистики і диференціальних рівнянь
<b>Галузь знань, шифр та назва спеціальності</b>	11 – математика та статистика 112 – статистика
<b>Викладачі дисципліни</b>	Андрусyak Руслан Васильович, доцент кафедри математичної статистики і диференціальних рівнянь
<b>Контактна інформація викладачів</b>	<a href="mailto:ruslan.andrusyak@lnu.edu.ua">ruslan.andrusyak@lnu.edu.ua</a> <a href="http://prima.lnu.edu.ua/faculty/mechmat/Departments/DiffEq.html">http://prima.lnu.edu.ua/faculty/mechmat/Departments/DiffEq.html</a> <a href="https://new.mmf.lnu.edu.ua/employee/andrusyak_r_v">https://new.mmf.lnu.edu.ua/employee/andrusyak_r_v</a>  Головний корпус ЛНУ ім. І. Франка, каб. 267, м. Львів, вул. Університетська, 1
<b>Консультації з питань навчання по дисципліні відбуваються</b>	Консультації в день проведення лекцій/практичних занять (за попередньою домовленістю).
<b>Сторінка курсу</b>	
<b>Інформація про дисципліну</b>	Курс розроблено таким чином, щоб надати студентам основні поняття теорії варіаційного числення, знання про основні задачі варіаційного числення, основні методи їх розв'язування та основні теореми про необхідні умови екстремуму відповідних задач.
<b>Коротка анотація дисципліни</b>	Дисципліна “Варіаційне числення” є вибірковою дисципліною із спеціальності 112 – статистика для освітньої програми “Статистика в інформаційних технологіях. Актуарна та фінансова математика”, яка викладається в 8-му семестрі в обсязі 4 кредитів (за Європейською Кредитно-Трансферною Системою ECTS).
<b>Мета та цілі дисципліни</b>	Мета вивчення дисципліни “Варіаційне числення”: ознайомлення з основними поняттями теорії варіаційного числення, основними задачами варіаційного числення, основними методами їх розв'язування та основними теоремами про необхідні умови екстремуму відповідних задач.
<b>Література для вивчення дисципліни</b>	1. Моклячук М.П., Варіаційне числення. Екстремальні задачі. Підручник. – К. : Видавничо-поліграфічний центр "Київський університет", 2009. 2. Перестюк М.О., Станжицький О.М., Капустян О.В., Ловейкін Ю.В.. Варіаційне числення та методи оптимізації, Київ: КНУ, 2010.
<b>Обсяг курсу</b>	Загальний обсяг: 120 годин. Аудиторних занять: 65 год., з них 39 год. лекцій та 26 год. практичних робіт. Самостійної роботи: 55 год.
<b>Очікувані результати навчання</b>	У результаті вивчення даного курсу студент буде: <b>знати:</b> формулювання основних задач варіаційного числення, методи розв'язування сформульованих задач, теоремами про необхідні умови екстремуму відповідних задач;

	<p><b>вміти:</b>  формулювати задачі варіаційного числення, які оптимізують реальні процеси природного середовища, використовувати відповідну необхідну умову екстремуму для сформульованої задачі, знаходити екстремалі задачі та проводити подальші дослідження для знаходження розв'язку задачі варіаційного числення.</p>
<b>Ключові слова</b>	Найпростіша задача варіаційного числення, необхідна умова екстремуму, рівняння Ейлера, задача Больца, задача про брахістохрону, задача про мінімальну поверхню обертання, катеноїд, принцип Лагранжа, ізопараметрична задача.
<b>Формат курсу</b>	Очний, дистанційний Проведення лекцій та практичних робіт.
<b>Теми</b>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Тема 1. Найпростіша задача варіаційного числення. Поняття локального та глобального екстремуму.</li> <li>• Тема 2. Найпростіша задача варіаційного числення. Необхідна умова екстремуму.</li> <li>• Тема 3. Найпростіша задача варіаційного числення. Знаходження екстремуму.</li> <li>• Тема 4. Задача про брахістохрону.</li> <li>• Тема 5. Задача про мінімальну поверхню обертання.</li> <li>• Тема 6. Задача Больца. Необхідна умова екстремуму.</li> <li>• Тема 7. Задача Больца. Знаходження екстремуму.</li> <li>• Тема 8. Задача з рухомими кінцями. Необхідна умова екстремуму.</li> <li>• Тема 9. Задача з рухомими кінцями. Знаходження екстремуму.</li> <li>• Тема 10. Ізопараметрична задача. Необхідна умова екстремуму.</li> <li>• Тема 11. Ізопараметрична задача. Знаходження екстремуму.</li> <li>• Тема 12. Задача Дідони.</li> <li>• Тема 13. Задачі зі старшими похідними і векторні задачі.</li> </ul>
<b>Підсумковий контроль, форма</b>	Залік
<b>Пререквізити</b>	Для вивчення даного курсу студентіві потрібні базові знання з: <ul style="list-style-type: none"> <li>• диференціальних рівнянь;</li> <li>• математичного аналізу.</li> </ul>
<b>Навчальні методи та техніки, які будуть використовуватися під час викладання курсу</b>	Лекції Індивідуальні завдання Групові проекти
<b>Необхідне обладнання</b>	
<b>Критерії оцінювання (окремо для кожного виду навчальної діяльності)</b>	<p>Оцінювання проводиться за 100-бальною шкалою. Бали нараховуються за наступним співвідношенням:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• контрольні роботи: 50% семестрової оцінки; максимальна кількість балів 50.</li> <li>• завдання на залік: 50% семестрової оцінки; максимальна кількість балів 50.</li> </ul> <p>Підсумкова максимальна кількість балів 100.</p> <p><b>Академічна доброчесність:</b> Очікується, що роботи студентів будуть їх оригінальними дослідженнями чи міркуваннями. Відсутність посилань на використані джерела, фабрикавання джерел, списування, втручання в роботу інших студентів становлять, але не обмежують, приклади можливої</p>

	<p>академічної недоброчесності. Виявлення ознак академічної недоброчесності в написанні програм є підставою для її незарахування викладачем, незалежно від масштабів плагіату чи обману.</p> <p><b>Відвідання занять</b> є важливою складовою навчання. Очікується, що всі студенти відвідають усі лекції та практичні заняття курсу. Студенти повинні інформувати викладача про неможливість відвідати заняття. У будь-якому випадку студенти зобов'язані дотримуватися термінів визначених для виконання індивідуальних завдань, передбачених курсом.</p> <p><b>Література.</b> Уся література, яку студенти не зможуть знайти самостійно, буде надана викладачем виключно в освітніх цілях без права її передачі третім особам. Студенти заохочуються до використання також й іншої літератури та джерел, яких немає серед рекомендованих.</p> <p><b>Політика виставлення балів.</b> Враховуються бали набрані за індивідуальну роботу, та бали за залікові завдання. При цьому обов'язково враховуються присутність на заняттях та активність студента під час практичного заняття; недопустимість пропусків та запізнень на заняття; користування мобільним телефоном, планшетом чи іншими мобільними пристроями під час заняття в цілях не пов'язаних з навчанням; списування та плагіат; несвоєчасне виконання поставленого завдання і т. ін.</p> <p>Жодні форми порушення академічної доброчесності не толеруються.</p>
<b>Питання до заліку чи екзамену.</b>	Сформулювати найпростішу задачу варіаційного числення, задачу Больца, ізопараметричну задачу. Записати рівняння Ейлера та необхідну умову екстремуму сформульованої задачі. Розв'язати рівняння Ейлера та знайти допустимі екстремалі. Перевірити, що допустима екстремаль є розв'язком відповідної задачі.

**Схема курсу “Варіаційне числення”  
для студентів спеціальності 112 – Статистика  
(спеціалізації – Статистика в інформаційних технологіях.  
Актурна та фінансова математика)**

Тиж-ні	Лекційний курс		Практичні заняття		К-сть год сам. роб.
	Назва теми	К-сть год	Назва теми	К-сть год	
1	Найпростіша задача варіаційного числення. Поняття локального та глобального екстремуму.	3	Найпростіша задача варіаційного числення. Поняття локального та глобального екстремуму.	2	5
2	Найпростіша задача варіаційного числення. Необхідна умова екстремуму.	3	Рівняння Ейлера. Перші інтеграли.	2	5
3	Найпростіша задача варіаційного числення. Знаходження екстремуму.	3	Найпростіша задача варіаційного числення. Допустимі екстремалі.	2	5
4	Задача про брахістохрону.	3	Знаходження екстремуму найпростішої задачі варіаційного числення.	2	4
5	Задача про мінімальну поверхню обертання.	3	Знаходження екстремуму найпростішої задачі варіаційного числення.	2	4

6	Задача Больца. Необхідна умова екстремуму.	3	Задача Больца. Умови трансверсальності.	2	4
7	Задача Больца. Знаходження екстремуму.	3	Знаходження екстремуму задачі Больца.	2	4
8	Задача з рухомими кінцями. Необхідна умова екстремуму.	3	Задача з рухомими кінцями. Функція Лагранжа.	2	4
9	Задача з рухомими кінцями. Знаходження екстремуму.	3	Знаходження екстремуму задачі з рухомими кінцями.	2	4
10	Ізопараметрична задача. Необхідна умова екстремуму.	3	Ізопараметрична задача. Допустимі екстремалі.	2	4
11	Ізопараметрична задача. Знаходження екстремуму.	3	Знаходження екстремуму ізопараметричної задачі.	2	4
12	Задача Дідони.	3	Задача Дідони.	2	4
13	Задачі зі старшими похідними і векторні задачі.	3	Задачі зі старшими похідними і векторні задачі.	2	4
	Разом	39		26	55
	Викладач: Андрусяк Р.В.		Викладач: Андрусяк Р.В.		