

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
Львівський національний університет імені Івана Франка
Механіко-математичний факультет
Кафедра математичної статистики і диференціальних рівнянь

Затверджено

На засіданні кафедри математичної
статистики
і диференціальних рівнянь
факультету механіко-математичного
Львівського національного університету
імені Івана Франка
(протокол №11 від 22.06.2021 р.)



Завідувач кафедри Бугрій О.М.

Силабус з навчальної дисципліни
«ТЕОРІЯ ВИПАДКОВИХ ПРОЦЕСІВ»,
що викладається в межах ОПП Статистика
першого (бакалаврського) рівня вищої освіти для здобувачів з
спеціальності 112 Статистика

Львів

Назва дисципліни	Теорія випадкових процесів
Адреса викладання дисципліни	Головний корпус ЛНУ ім. І. Франка м. Львів, вул. Університетська 1
Факультет, кафедра, за якою закріплена дисципліна	Механіко-математичний, Кафедра математичної статистики і диференціальних рівнянь
Галузь знань, шифр та назва спеціальності	11 «Математика та статистика» Спеціальність 112 «Статистика»
Викладачі дисципліни	Ярова Оксана Анатоліївна, кандидат фізико-математичних наук, асистент кафедри математичної статистики і диференціальних рівнянь
Контактна інформація викладачів	oksana.yarova@lnu.edu.ua кафедра математичної статистики і диференціальних рівнянь http://new.mmf.lnu.edu.ua/employee/yarova_o_a
Консультації з питань навчання по дисципліні відбуваються	Консультації за попередньою домовленістю. Для погодження часу консультацій слід писати на електронну пошту викладача.
Сторінка дисципліни	http://new.mmf.lnu.edu.ua/course/tvp-112-statystyka
Інформація про дисципліну	Дисципліна «Теорія випадкових процесів» є нормативною дисципліною з спеціальності «112 Статистика» для освітньої програми «Статистика в інформаційних технологіях», яка викладається в 7 та 8 семестрах в обсязі 7 кредитів (за Європейською Кредитно-Трансферною Системою ECTS).
Коротка анотація дисципліни	В даному курсі розглядаються марковські процеси, процеси Вінера, Пуассона, дифузійні процеси та процеси з незалежними приростами. Досліджуються стаціонарні процеси та послідовності, умовні математичні сподівання та рівняння відновлення.
Мета та цілі дисципліни	<i>Мета дисципліни:</i> ознайомити студентів з основними випадковими процесами та їх характеристиками; <i>Цілі дисципліни:</i> викласти основні положення теорії випадкових процесів та показати методи їх досліджування та застосування до прикладних задач.
Література для	1. Скороход А.В. Лекції з теорії випадкових процесів.: Навч. посібник. – Л.: Либідь, 1990. –

вивчення дисципліни	<p>168 с.</p> <ol style="list-style-type: none"> 2. Єлейко Я.І., Базилевич І.Б. Лекції з теорії Випадкових процесів. – Видавництво Львівського університету. 2016, - 160 с. 3. Сорока Л. І. Випадкові процеси: методичні рекомендації / Л. І. Сорока, І. В. Ковальчук // Луцьк: Східноєвропейський національний університет імені Лесі Українки, 2013. – 56 с. 4. Гихман И.И., Скороход А.В. Введение в теорию случайных процессов. – М.: Наука 1977. – 568 с. 5. Гусак Д. В. Збірник задач з теорії випадкових процесів та її застосувань / Д. В. Гусак, О. Г. Кукуш, О. М. Кулик, Ю. С. Мішура, А. Ю. Пилипенко // К.: Видавничо-поліграфічний центр «Київський університет», 2008. – 398 с.. 6. Ефимов А. В. Сборник задач по математике для втузов. Ч. 2. Специальные разделы математического анализа / В. А. Болгов, Б. П. Демидович, А. В. Ефимов, А. Ф. Каракулин // Учебное пособие для втузов. – М.: Наука. Гл. ред. физ-мат. лит., 1986. -368 с.
Обсяг курсу	116 годин аудиторних занять, з них 58 годин лекцій, 58 години практичних занять та 94 години самостійної роботи
Очікувані результати навчання	<p>Після завершення цього курсу студент буде:</p> <p>Знати: види випадкових процесів та їх властивості;</p> <p>Вміти: застосовувати теоретичні знання до розв'язування задач.</p>
Ключові слова	Випадкові процеси, процес Вінера, процес Пуассона, марковський якийес, дифузійні процеси, стаціонарні процеси
Формат курсу	Очний
Теми	<p>Змістовий модуль І. Основні характеристики випадкових процесів</p> <p>Тема 1.1. Характеристики випадкових процесів Поняття випадкового процесу. Математичне сподівання. Дисперсія. Кореляційна функція. Нормована кореляційна функція. Взаємна кореляційна функція. Комплексний випадковий процес.</p> <p>Тема 1.2. Умовне математичне сподівання. Властивості умовних ймовірностей. Умовне</p>

математичне сподівання. Властивості умовних математичних сподівань.

Тема 1.3. Розподіли випадкових процесів.

Траєкторія випадкового процесу. Одновимірні розподіли. Багатовимірні розподіли. Теорема Колмогорова. Критерій Колмогорова про неперервну модифікації.

Змістовий модуль II. Класи випадкових процесів

Тема 2.1. Процес Пуассона

Означення процесу Пуассона. Теорема про значення процесу Пуассона. Змішаний процес Пуассона. Процеси Кокса.

Тема 2.2. Процес Вінера

Означення процесу Вінера. Траєкторії вінерівського процесу. Диференційовність процесу Вінера.

Тема 2.3. Стаціонарні процеси

Стаціонарні процеси в широкому сенсі. Стаціонарні процеси у вузькому сенсі. Спектральна функція.

Змістовий модуль III. Процеси відновлення

Тема 3.1. Перетворення Лапласа

Основні перетворення Лапласа. Властивості перетворення Лапласа. Диференціальні рівняння. Інтегральні рівняння.

Тема 3.2. Процеси відновлення

Означення процесу відновлення. Функція відновлення. Напівадитивність функції відновлення. Елементарна теорема відновлення.

Тема 3.3. Рівняння відновлення

Рівняння відновлення. Вузлова теорема теорії відновлення.

Змістовий модуль IV. Диференціювання та інтегрування випадкових процесів

Тема 4.1. Диференціювання випадкових процесів

Диференційовний випадковий процес.

Критерій диференційованості. Властивості.

Тема 4.2. Інтегрування випадкових процесів

Інтегрований випадковий процес. Критерій інтегрованості. Властивості.

Тема 4.3. Мартингали

Моменти зупинки. Мартингал. Субмартингал. Супермартингал. Регулярний мартингал. Розклад мартингала за базисом.

Змістовий модуль V. Процеси Маркова

	<p>Тема 5.1. Марковські процеси Означення процесу Маркова. Однорідний марковський процес. Чисто-розривний процес. Напівгрупа. Теорема про інфінітезимальний оператор.</p> <p>Тема 5.2. Ланцюги Маркова Ланцюг Маркова. Матриця перехідних ймовірностей. Класифікація станів системи. Періодичність. Ергодичність.</p> <p>Тема 5.3. Рівняння Колмогорова Пряме рівняння Колмогорова. Обернене рівняння Колмогорова. Процеси розмноження та загибелі.</p> <p>Змістовий модуль VI. Стохастичні процеси</p> <p>Тема 6.1. Дифузійні процеси Означення дифузійного процесу. Перше рівняння Колмогорова. Друге рівняння Колмогорова.</p> <p>Тема 6.2. Стохастичний інтеграл Іто Побудова інтегралу Іто. Диференціювання стохастичного процесу. Диференціювання добутку.</p> <p>Тема 6.3. Гіллясті процеси Означення гіллястого процесу. Класифікація гіллястих процесів. Рівняння для твірних функцій. Ймовірність виродження.</p>
Підсумковий контроль, форма	Іспит вкінці року. Іспит – письмовий.
Пререквізити	Для вивчення курсу студенти потребують базових знань з дисциплін: Теорія ймовірностей, Дискретна математика
Навчальні методи та техніки, які будуть використовуватися під час викладання курсу	Презентації, лекції, практичні заняття
Необхідне обладнання	Комп'ютер
Критерії оцінювання (окремо для кожного виду навчальної діяльності)	Оцінювання проводиться за 100-бальною шкалою. Бали нараховуються за наступним співвідношенням: <ul style="list-style-type: none"> - Контрольні роботи: 30% семестрової оцінки; максимальна кількість балів 30; - Колоквіуми: 20% семестрової оцінки; максимальна кількість балів 20; - Іспит: 50% семестрової оцінки; максимальна кількість балів 50.

	<p>Загалом 100 балів.</p> <p>Академічна доброчесність: Очікується, що роботи студентів будуть їх оригінальними дослідженнями чи міркуваннями. Відсутність посилань на використані джерела, фабрикування джерел, списування, втручання в роботу інших студентів становлять, але не обмежують, приклади можливої академічної недоброчесності. Виявлення ознак академічної недоброчесності в написанні програм є підставою для її незарахування викладачем, незалежно від масштабів плагіату чи обману.</p> <p>Відвідання занять є важливою складовою навчання. Очікується, що всі студенти відвідають усі лекції та лабораторні заняття курсу. Студенти повинні інформувати викладача про неможливість відвідати заняття. У будь-якому випадку студенти зобов'язані дотримуватися термінів визначених для виконання всіх видів робіт та індивідуальних завдань, передбачених курсом.</p> <p>Література. Уся література, яку студенти не зможуть знайти самостійно, буде надана викладачем виключно в освітніх цілях без права її передачі третім особам. Студенти заохочуються до використання також й іншої літератури та джерел, яких немає серед рекомендованих.</p> <p>Політика виставлення балів. Враховуються бали набрані при поточному тестуванні, самостійній роботі та бали підсумкового тестування. При цьому обов'язково враховуються присутність на заняттях та активність студента під час практичного заняття; недопустимість пропусків та запізнь на заняття; користування мобільним телефоном, планшетом чи іншими мобільними пристроями під час заняття в цілях не пов'язаних з навчанням; списування та плагіат; несвочасне виконання поставленого завдання і т. ін.</p> <p>Жодні форми порушення академічної доброчесності не толеруються.</p>
<p>Питання до екзамену (чи питання на контрольні роботи)</p>	<p>Поняття випадкового процесу. Математичне сподівання. Дисперсія. Кореляційна функція. Нормована кореляційна функція. Взаємна кореляційна функція. Комплексний випадковий процес.</p> <p>Властивості умовних ймовірностей. Умовне математичне сподівання. Властивості умовних</p>

	<p>математичних сподівань.</p> <p>Траєкторія випадкового процесу. Одновимірні розподіли. Багатовимірні розподіли. Теорема Колмогора. Критерій Колмогорова про неперервні модифікації.</p> <p>Означення процесу Пуассона. Теорема про значення процесу Пуассона. Змішаний процес Пуассона. Процеси Кокса.</p> <p>Означення процесу Вінера. Траєкторії вінерівського процесу. Диференційовність процесу Вінера.</p> <p>Стационарні процеси в широкому сенсі. Стационарні процеси у вузькому сенсі.</p> <p>Основні перетворення Лапласа. Властивості перетворення Лапласа. Диференціальні рівняння. Інтегральні рівняння.</p> <p>Означення процесу відновлення. Функція відновлення. Напівадитивність функції відновлення. Елементарна теорема відновлення.</p> <p>Рівняння відновлення. Вузлова теорема теорії відновлення.</p> <p>Критерій диференційованості. Властивості.</p> <p>Інтегрований випадковий процес. Критерій інтегрованості. Властивості.</p> <p>Моменти зупинки. Мартингал. Субмартингал. Супермартингал. Регулярний мартингал. Розклад мартингала за базисом.</p> <p>Означення процесу Маркова. Однорідний марковський процес. Чисто-розривний процес. Напівгрупа. Теорема про інфінітезимальний оператор.</p> <p>Ланцюг Маркова. Матриця перехідних ймовірностей. Класифікація станів системи. Періодичність. Ергодичність.</p> <p>Пряме рівняння Колмогорова. Обернене рівняння Колмогорова. Процеси розмноження та загибелі.</p> <p>Означення дифузійного процесу. Перше рівняння Колмогорова. Друге рівняння Колмогорова.</p> <p>Побудова інтегралу Іто. Диференціювання стохастичного процесу. Диференціювання добутку.</p> <p>Означення гіллястого процесу. Класифікація гіллястих процесів. Рівняння для твірних функцій.</p>
Опитування	Анкету-оцінку з метою оцінювання якості курсу

буде надано по завершенню курсу.

**Схема курсу “Теорія випадкових процесів”
для студентів спеціальності 112 – Статистика**

Тиж-ні	Лекційний курс		Практичні заняття		К-сть год сам. роб.
	Назва теми	К-сть год	Назва теми	К-сть год	
1	2	3	4	5	6
1	<i>Характеристики випадкових процесів</i>	4	<i>Характеристики випадкових процесів</i>	4	4
2	<i>Умовне математичне сподівання</i>	2	<i>Умовне математичне сподівання</i>	2	4
3	<i>Теорема Колмогорова</i>	2	<i>Розподіли випадкових процесів</i>	2	4
4	<i>Процеси з незалежними приростами</i>	2	<i>Контрольна робота 1</i>	2	4
5	<i>Процес Пуассона</i>	2	<i>Процес Пуассона</i>	2	4
6	<i>Процес Вінера</i>	2	<i>Процес Вінера</i>	2	4
7	<i>Стаціонарні процеси</i>	4	<i>Стаціонарні процеси</i>	4	4
8	<i>Ергодичність стаціонарного процесу</i>	2	<i>Контрольна робота 2</i>	2	4
9	<i>Перетворення Лапласа</i>	2	<i>Перетворення Лапласа</i>	2	4
10	<i>Процеси відновлення</i>	4	<i>Процеси відновлення</i>	4	4
11	<i>Рівняння відновлення</i>	2	<i>Рівняння відновлення</i>	2	4
12	<i>Колоквіум 1</i>	2	<i>Контрольна робота 3</i>	2	2
13	<i>Диференціювання випадкових процесів</i>	2	<i>Диференціювання випадкових процесів</i>	2	4
14	<i>Інтегрування випадкових процесів</i>	2	<i>Інтегрування випадкових процесів</i>	2	4
15	<i>Мартингали</i>	4	<i>Мартингали</i>	4	4
16	<i>Теорема про границю мартингала</i>	2	<i>Контрольна робота 4</i>	2	4
17	<i>Марковські процеси</i>	4	<i>Марковські процеси</i>	4	4
18	<i>Ланцюги Маркова</i>	2	<i>Ланцюги Маркова</i>	2	4

19	<i>Рівняння Колмогорова</i>	2	<i>Рівняння Колмогорова</i>	2	4
20	<i>Однорідні чисто-розривні процеси</i>	2	<i>Контрольна робота 5</i>	2	4
21	<i>Дифузійні процеси</i>	2	<i>Дифузійні процеси</i>	2	4
22	<i>Стохастичний інтеграл Іто</i>	4	<i>Стохастичний інтеграл Іто</i>	4	4
23	<i>Гілясті процеси</i>	2	<i>Гілясті процеси</i>	2	4
24	<i>Колоквіум 2</i>	2	<i>Контрольна робота 6</i>	2	4
	Викладач: Ярова О.А.	58	Викладач: Ярова О.А.	58	94