

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ**  
**Львівський національний університет імені Івана Франка**  
**Механіко-математичний факультет**  
**Кафедра математичної статистики і диференціальних рівнянь**

**Затверджено**

На засіданні  
кафедри математичної статистики і  
диференціальних рівнянь  
механіко-математичного факультету  
Львівського національного університету  
імені Івана Франка  
(протокол № 11 від 22.06.2021 р.)



Завідувач кафедри: Бугрій О.М.

**Силабус з навчальної дисципліни**  
**“Методи оптимізації та керування”,**  
**що викладається в межах ОПП**  
**“Комп'ютерний аналіз математичних моделей”**  
**першого (бакалаврського) рівня вищої освіти для здобувачів з**  
**спеціальності 111 – Математика**

Львів 2021 р.

<b>Назва дисципліни</b>	Методи оптимізації та керування
<b>Адреса викладання дисципліни</b>	Головний корпус ЛНУ ім. І. Франка м. Львів, вул. Університетська 1
<b>Факультет та кафедра, за якою закріплена дисципліна</b>	Механіко-математичного факультет Кафедра математичної статистики і диференціальних рівнянь
<b>Галузь знань, шифр та назва спеціальності</b>	11 – Математика та статистика 111 – Математика
<b>Викладачі дисципліни</b>	Бугрій О.М., доктор фізико-математичних наук, доцент, завідувач кафедри математичної статистики і диференціальних рівнянь Скіра І.В., магістр, асистент кафедри математичної статистики і диференціальних рівнянь
<b>Контактна інформація викладачів</b>	<a href="mailto:oleh.buhrii@lnu.edu.ua">oleh.buhrii@lnu.edu.ua</a> , <a href="http://new.mmf.lnu.edu.ua/employee/buhrii_o_m">http://new.mmf.lnu.edu.ua/employee/buhrii_o_m</a> ; <a href="mailto:iryna.skira@lnu.edu.ua">iryna.skira@lnu.edu.ua</a> , <a href="https://new.mmf.lnu.edu.ua/employee/skira_i_v">https://new.mmf.lnu.edu.ua/employee/skira_i_v</a> Головний корпус ЛНУ ім. І. Франка, каб. 267. м. Львів, вул. Університетська, 1
<b>Консультації з питань навчання по дисципліні відбуваються</b>	Консультації в день проведення лекцій/практичних занять (за попередньою домовленістю).
<b>Сторінка курсу</b>	
<b>Інформація про дисципліну</b>	Курс розроблено для ознайомлення студентів з основними поняттями та методами оптимізації функцій багатьох змінних, класичного варіаційного числення та оптимального керування.
<b>Коротка анотація дисципліни</b>	Дисципліна “ Методи оптимізації та керування” є нормативною дисципліною з спеціальності 111 – Математика для освітньої програми “Комп’ютерний аналіз математичних моделей”, яка викладається в 7-му семестрі в обсязі 3-ох кредитів (за Європейською Кредитно-Трансферною Системою ECTS).
<b>Мета та цілі дисципліни</b>	Мета: ознайомлення з основними поняттями та методами теорії оптимізації функцій багатьох змінних, оптимізації інтегральних та термінальних функціоналів, теорії оптимального керування. Цілі: ознайомити з методами розв’язування задач математичного, опуклого та лінійного програмування, з властивостями інтегральних та термінальних функціоналів, з основами класичного варіаційного числення та основами теорії оптимального керування.
<b>Література для вивчення дисципліни</b>	1) Лавренюк С.П. <i>Варіаційне числення й оптимальне керування</i> . – К.: НМК ВО, 1992. 2) Козицький В.А., Бугрій М.І. <i>Методичні вказівки з методів оптимізації</i> . – Львів, 1996. 3) Бугрій М.І. <i>Індивідуальні завдання з варіаційного числення та оптимального керування</i> . – Львів, 1997. 4) Моклячук М.П. <i>Варіаційне числення. Екстремальні задачі: підручник</i> . – К., 2003.

	<p>5) Сухарев А.Г., Тимохов А.В., Федоров В.В. <i>Курс методов оптимізації</i>. – М., 1986.</p> <p>6) Кігель В.Р. <i>Оптимізація логістичних рішень</i>. – К., 2007.</p> <p>7) Буслаев В.С. <i>Вариационное исчисление</i>. – Л., 1980.</p> <p>8) Пантелеев А.В. <i>Вариационное исчисление в примерах и задачах</i>. – М., 2000.</p> <p>9) Пантелеев А.В., Летова Т.А. <i>Методы оптимізації в примерах и задачах</i>. – М., 2005.</p>
<b>Обсяг курсу</b>	Загальний обсяг: 90 годин. Аудиторних занять: 48 год., з них 16 год. лекційних та 32 годин практичних робіт. Самостійної роботи: 42 години.
<b>Очікувані результати навчання</b>	<p>У результаті вивчення даного курсу студент буде:</p> <p><b>знати:</b> формулювання основних задач оптимізації функцій багатьох змінних, формулювання класичних варіаційних задач оптимізації функціоналів, формулювання задач оптимального керування, доведення теорем розв'язності;</p> <p><b>вміти:</b> розрізняти типи задач оптимізації функцій та функціоналів, типи задач оптимального керування, знаходити розв'язки задач класичної оптимізації, знаходити розв'язки та екстремалі варіаційних задач Лагранжа, задач з вільними та закріпленими кінцями, задач оптимального керування.</p>
<b>Ключові слова</b>	Варіаційне числення, методи оптимізації, оптимальне керування.
<b>Формат курсу</b>	Очний, дистанційний Проведення лекційних, практичних робіт і консультацій.
<b>Теми</b>	<p>Тема 1. Класична задача умовної оптимізації. Метод невизначених множників Лагранжа.</p> <p>Тема 2. Основи опуклого аналізу.</p> <p>Тема 3. Мінімізаційна задача математичного програмування.</p> <p>Тема 4. Задача опуклого програмування. Теорія двоїстості.</p> <p>Тема 5. Геометричний зміст задач лінійного програмування.</p> <p>Тема 6. Варіація функціоналів та її застосування. Колоквіум 1.</p> <p>Тема 7. Слабкий та сильний екстремум в задачі з закріпленими кінцями.</p> <p>Тема 8. Варіаційна задача Лагранжа з алгебричними в'язями.</p> <p>Тема 9. Задача Лагранжа з диференціальними в'язями.</p> <p>Тема 10. Ізопериметрична задача класичного варіаційного числення.</p> <p>Тема 11. Необхідні умови екстремуму в задачі з рухомими кінцями.</p> <p>Тема 12. Задача керування для функціоналу Майєра.</p> <p>Тема 13. Принцип максимуму Понтрягіна для задачі термінального керування.</p> <p>Тема 14. Задача керування для функціоналу Больца. Колоквіум 2.</p>
<b>Підсумковий контроль, форма</b>	Іспит
<b>Пререквізити</b>	<p>Для вивчення даного курсу студенти потрібні базові знання з:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- Математичний аналіз.</li> <li>- Функціональний аналіз.</li> <li>- Диференціальні рівняння.</li> <li>- Рівняння математичної фізики.</li> </ul>

	-
<b>Навчальні методи та техніки, які будуть використовуватися під час викладання курсу</b>	Презентації, лекції, інтерактивна комунікація
<b>Необхідне обладнання</b>	Комп'ютер із необхідним програмним забезпеченням, доступ до Internetмережі.
<b>Критерії оцінювання (окремо для кожного виду навчальної діяльності)</b>	<p>Оцінювання проводиться за 100-бальною шкалою. Бали нараховуються за наступним співвідношенням:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Змістовий модуль 1: 10% семестрової оцінки за контрольну роботу, максимальна кількість балів 10.</li> <li>• Змістовий модуль 2: 10% семестрової оцінки за контрольну роботу, 10% семестрової оцінки за колоквиум, максимальна кількість балів 20.</li> <li>• Змістовий модуль 3: 10% семестрової оцінки за контрольну роботу, 10% семестрової оцінки за колоквиум, максимальна кількість балів 20.</li> <li>• іспит: 50% семестрової оцінки, максимальна кількість балів 50.</li> </ul> <p>Підсумкова максимальна кількість балів 100.</p> <p><b>Академічна добросовісність:</b> Очікується, що роботи студентів будуть оригінальними дослідженнями чи міркуваннями. Списування та втручання в роботу інших студентів становлять, але не обмежують, приклади можливої академічної недобросовісності. Виявлення ознак академічної недобросовісності в написанні завдань є підставою для її незарахування викладачем, незалежно від масштабів плагіату чи обману.</p> <p><b>Відвідання занять</b> є важливою складовою навчання. Очікується, що всі студенти відвідають усі лекції та лабораторні заняття курсу. Студенти повинні інформувати викладача про неможливість відвідати заняття. У будь-якому випадку студенти зобов'язані дотримуватися термінів визначених для виконання всіх видів робіт, передбачених курсом.</p> <p><b>Література.</b> Уся література, яку студенти не зможуть знайти самостійно, буде надана викладачем виключно в освітніх цілях без права її передачі третім особам. Студенти заохочуються до використання також й іншої літератури та джерел, яких немає серед рекомендованих.</p> <p><b>Політика виставлення балів.</b> Враховуються бали, набрані при поточному контролі та бали підсумкового тестування. При цьому обов'язково враховуються присутність на заняттях та активність студента під час практичного заняття; недопустимість пропусків та запізнь на заняття; користування мобільним телефоном, планшетом чи іншими мобільними пристроями під час заняття в цілях не пов'язаних з навчанням; списування та плагіат; несвоєчасне виконання поставленого завдання і т. ін.</p> <p>Жодні форми порушення академічної добросовісності не толеруються.</p>
<b>Питання до заліку чи екзамену.</b>	<p>Означення і властивості опуклих множин і функцій; методи оптимізації функцій багатьох змінних; означення та властивості першої та другої варіації функціоналів; формулювання і доведення принципів Лагранжа для задач математичного та опуклого програмування; теорію двоїстості; симплекс-метод; формулювання основних задач класичного варіаційного числення, умови їх розв'язності; вигляд рівнянь Ейлера та крайових умов, які виникають при оптимізації функціоналів; формулювання основних задач теорії оптимального керування, умови їх розв'язності; вигляд функції</p>

	Гамільтона, формулювання і доведення принципу Понтрягіна.
<b>Опитування</b>	Анкету-оцінку з метою оцінювання якості курсу буде надано по завершенню курсу.

**Схема курсу “Варіаційне числення”  
для студентів спеціальності 111 – Математика**

Тиж-ні	Лекційний курс		Практичні заняття		К-сть год сам. роб.
	Назва теми	К-сть год	Назва теми	К-сть год	
1	2	3	4	5	6
1	<i>Класична задача умовної оптимізації. Метод невизначених множників Лагранжа. Основи опуклого аналізу</i>	2	<i>Загальні принципи оптимізації функцій багатьох змінних</i>	2	2
2			<i>Задачі математичного і опуклого програмування</i>	2	2
3	<i>Мінімізаційна задача математичного програмування. Задача опуклого програмування. Теорія двоїстості</i>	2	<i>Симплекс-метод розв'язування канонічної задачі лінійного програмування</i>	2	2
4			<i>Основи теорії двоїстості</i>	2	2
5	<i>Геометричний зміст задач лінійного програмування. Варіація функціоналів та її застосування. Колоквіум 1</i>	2	<i>Контрольна робота 1</i>	2	2
6			<i>Варіаційні задачі безумовного екстремуму</i>	2	2
7	<i>Слабкий та сильний екстремум в задачі з закріпленими кінцями. Варіаційна задача Лагранжа з алгебричними в'язями</i>	2	<i>Варіаційна задача з закріпленими кінцями</i>	2	2
8			<i>Варіаційна задача Лагранжа</i>	2	2
9	<i>Задача Лагранжа з диференціальними в'язями. Ізопериметрична задача класичного варіаційного числення</i>	2	<i>Контрольна робота 2</i>	2	2
10			<i>Ізопериметрична задача</i>	2	4
11	<i>Необхідні умови екстремуму в задачі з рухомими кінцями. Задача керування для функціоналу Майєра</i>	2	<i>Задача з рухомими кінцями</i>	2	4
12			<i>Основи оптимального керування</i>	2	4
13	<i>Принцип максимуму Понтрягіна для задачі термінального керування</i>	2	<i>Оптимізація задачі з вільними кінцями</i>	2	4

14			<i>Задача оптимальної швидкодії</i>	2	4
15	<i>Задача керування для функціоналу Больца. Колоквіум 2</i>	2	<i>Контрольна робота 3</i>	2	2
16			<i>Підсумкове заняття</i>	2	2
	Разом	16		32	42
	Викладач: Бугрій О.М.		Викладач: Скіра І.В.		