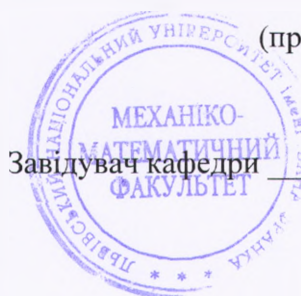


МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
ЛЬВІВСЬКИЙ НАЦІОНАЛЬНИЙ УНІВЕРСИТЕТ ІМЕНІ ІВАНА ФРАНКА
Факультет механіко-математичний
Кафедра математичної статистики та диференціальних рівнянь

Затверджено
на засіданні кафедри математичної статистики
та диференціальних рівнянь
факультету механіко-математичного
Львівського національного університету
Імені Івана Франка
(протокол № 11 від 22 червня 2021 року)



Завідувач кафедри

Бугрій О.М.

Силабус з навчальної дисципліни
«Математична статистика»
що викладається в межах ОПП (ОПН)
«Статистика в ІТ»
першого (бакалавського) рівня вищої освіти для здобувачів з
спеціальності «Статистика»

Назва дисципліни	Математична статистика
Адреса викладання дисципліни	Львівський національний університет ім. Івана Франка
Факультет та кафедра за якою закріплена дисципліна	Механіко-математичний факультет, кафедра математичної статистики та диференціальних рівнянь
Галузь знань, шифр та назва спеціальності	«Математика та статистика» -11, «Статистика» -112
Викладачі дисципліни	Базилевич Ірина Богданівна, канд. фіз. -мат. наук, доцент, доцент
Контактна інформація викладачів	iryna.bazylevych@lnu.edu.ua сайт кафедри «Математична статистика та диференціальні рівняння» механіко-математичного факультету Львівського національного університету ім. Івана Франка
Консультації з питань навчання по дисципліні відбуваються	
Сторінка дисципліни	Сайт кафедри математичної статистики та диференціальних рівнянь механіко-математичного факультету Львівського національного університету ім. Івана Франка
Інформація про дисципліну	Дисципліна «Математична статистика» є нормативною дисципліною з спеціальності «Статистика» для освітньої програми «Статистика в ІТ», яка викладається в 7 і 8 семестрі в обсязі 4 і 3,5 кредитів (за Європейською Кредитно-Трансферною Системою ECTS)
Коротка анотація дисципліни	У математичній статистиці досліджуються результати експериментальних або спостережуваних даних ймовірно-математичними методами. На основі них отримують висновки про основні числові характеристики вибірок, невідомі параметри розподілів, вид розподілу, однорідність, випадковість, незалежність
Мета вивчення дисципліни	У сучасному світі величезне значення має обробка великих масивів даних. Математична статистика ймовірно-математичними методами здійснює аналіз масивів даних. Студенти вивчають методи аналізу даних і здійснення висновків з результатів аналізу.
Література для вивчення дисципліни	<ol style="list-style-type: none"> 1. Івченко Г.И., Медведев Ю.И. Математическая статистика. – М.: Высш. Шк., 1984, - 248 с. 2. Івченко Г.И., Медведев Ю.И., Чистяков А.В. Сборник задач по математической статистике. - М.: Высш. Шк., 1989, - 255 с. 3. В.М. Турчин Математична статистика в прикладах і задачах. – К.:НМК ВО, 1993 – 164 с. 4. Івченко Г.И., Медведев Ю.И. Введение в математическую статистику. – М.: Высш. Шк., 2010, - 600 с. 5. Постовалов С.И., Чимитова Е.В., Карманов В.С. Математическая статистика. Новосибирск, 2012 – 159 с. 6. Збірник задач з теорії ймовірностей під ред. Скорохода А.В. – К.: Вища школа, 1976, 384 с. 7. Коршунов Д.А., Чернова Н.И. Сборник задач и упражнений по математической статистике. _ Новосибирск, - узд. Ин-та математики, 2004. – 128 с.
Обсяг курсу	225 год. – 7,5 кредитів, 168 годин аудиторних. З них –32(7 семестр)+39 (8 семестр) лекцій, 32 (7 семестр) + 26 (8 семестр) та 106годин самостійної роботи. (56+40)
Очікувані	Після завершення цього курсу студент повинен

результати	<p>Знати – основні статистичні методи дослідження даних, основні характеристики описової статистики, методи знаходження оцінок невідомих параметрів, методи побудови інтервалів надійності, критерії перевірки статистичних гіпотез.</p> <p>Уміти знаходити характеристики описової статистики, знаходити оцінки невідомих параметрів відомих розподілів, перевіряти їх властивості, знаходити інтервали надійності невідомих параметрів, перевіряти статистичні гіпотези</p>	
Ключові слова	<p>Вибірка, реалізація вибірки, середнє, вибірка дисперсія, незміщена оцінка дисперсії, мода, медіана, статистика, незміщена оцінка, асимптотично незміщена оцінка, оптимальна оцінка, ефективна оцінка, експоненціальні моделі, регулярні моделі, функція правдоподібності, метод моментів, метод максимальної правдоподібності, статичні гіпотези, критерії для перевірки статистичних гіпотез</p>	
Формат курсу	<p>Очний</p> <p>Проведення лекцій, практичних занять та консультацій для кращого розуміння тем</p>	
Теми	Тиж-день	Тема
	1	Описова статистика
	2	Основні статистичні моделі. Моделювання вибірок
	3	Порядкові статистики
	4	Емпірична функ. розподілу, граничні теореми. Вибіркові характеристики
	5	Вибіркові квантилі та їх асимптотичність
	6	Розподіли хі-квадрат, Стьюдента, Фішера. Лінійні та квадратичні форми від нормально розподілених вибірок
	7	Статистичні оцінки. Типи і їх властивості
	8	Функція правдоподібності та її властивості. Теорема Рао-Крамера
	9	Достатні статистики і оптимальні оцінки
	10	Метод моментів, метод максимальної правдоподібності
	11	Інтервали надійності
	12	Поняття про статистичні гіпотези. Основні характеристики статистичних гіпотез
	13	Гіпотези про вид розподілу
	14	Гіпотези однорідності
	15	Гіпотези незалежності
	16	Гіпотези випадковості
	17.	Параметричні гіпотези
	18	Складні гіпотези
	19	Рівномірно найпотужніші критерії
	20	Критерій відношення правдоподібності
	21	Критерій Неймана-Пірсона для дискретних розподілів.
	22	Складні гіпотези. Рівномірно найпотужніший критерій проти складних альтернатив.
	23	Перевірка простої гіпотези проти двосторонньої

	альтернативи. Рівномірно найпотужніші незміщені критерії.
24	Локально найпотужніші критерії.
25	Перевірка гіпотез та інтервали надійності.
26	Критерій відношення правдоподібності для великих вибірок
27	Асимптотичні властивості критерію відношення правдоподібності
28	Теорема про близькі альтернативи критерію відношення правдоподібності
29	Поняття про послідовний аналіз.
30	Означення критерію Вальда. Теорема про кількість спостережень в критерії Вальд
31	Теорема про вибір границь в критерії Вальда. Про середню кількість спостережень в критерії Вальда.
32	Дискримінантний аналіз
33	Байєсівський метод та мінімакський метод у дискримінантному аналізі.
Підсумковий контроль	1 семестр – іспит комбінований, 2 семестр – іспит комбінований
Пререквізити	Для вивчення курсу студенти потребують базових знань з теорії ймовірностей, математичного аналізу, алгебри, диференціальних рівнянь, теорії міри, функціонального аналізу, достатніх для сприйняття категоріального апарату математичної статистики.
Навчальні методи та техніки, які будуть використовуватись під час викладання курсу	Читання лекцій з використання презентацій, застосування програмних методів для розв'язування задач, проектно-орієнтовне навчання.
Необхідне обладнання	Практичні заняття проводяться в комп'ютерних лабораторіях
Критерії оцінювання	Оцінювання проводиться за 100-бальною системою. Бали нараховуються за наступним співвідношенням: 7 семестр <ul style="list-style-type: none"> - Практичні самостійні тощо – 50 % семестрової оцінки, максимальна кількість балів – 50 - Контрольні заміри – 50 % семестрової оцінки, максимальна кількість – 50 - Іспит – 50 % семестрової оцінки. Максимальна кількість – 50 балів - 8 семестр <ul style="list-style-type: none"> - Практичні самостійні тощо – 5 % семестрової оцінки, максимальна кількість балів – 25 - Контрольні заміри – 25 % семестрової оцінки, максимальна кількість -25 - Іспит – 50 % семестрової оцінки. Максимальна кількість – 50 балів

	<p>Академічна добросесність: Очікується, що роботи студентів будуть оригінальними дослідженнями чи міркуваннями. Списування та втручання в роботу інших студентів становлять, але не обмежують, приклади можливої академічної недобросесності. Виявлення ознак академічної недобросесності в написанні завдань є підставою для її незарахування викладачем, незалежно від масштабів плагіату чи обману.</p> <p>Відвідання занять є важливою складовою навчання. Очікується, що всі студенти відвідають усі лекції та лабораторні заняття курсу. Студенти повинні інформувати викладача про неможливість відвідати заняття. У будь-якому випадку студенти зобов'язані дотримуватися термінів визначених для виконання всіх видів робіт, передбачених курсом.</p> <p>Література. Уся література, яку студенти не зможуть знайти самостійно, буде надана викладачем виключно в освітніх цілях без права її передачі третім особам. Студенти заохочуються до використання також й іншої літератури та джерел, яких немає серед рекомендованих.</p> <p>Політика виставлення балів. Враховуються бали, набрані при поточному контролі та бали підсумкового тестування. При цьому обов'язково враховуються присутність на заняттях та активність студента під час практичного заняття; недопустимість пропусків та запізнь на заняття; користування мобільним телефоном, планшетом чи іншими мобільними пристроями під час заняття в цілях не пов'язаних з навчанням; списування та плагіат; несвоєчасне виконання поставленого завдання і т. ін.</p> <p>Жодні форми порушення академічної добросесності не толеруються.</p>
<p>Питання до екзамену</p>	<p>І семестр.</p> <p>Теорія.</p> <p>І частина.</p> <p>ВСТУП</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Вибірка, реалізації вибірки. об'єм вибірки. 2. Основні задачі математичної статистики. <p>ОПИСОВА СТАТИСТИКА</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Варіанта, частота, відносна частота. 2. Статистичний ряд, варіаційний ряд, емпірична функція розподілу, полігон частот. 3. Згрупований статистичний ряд, гістограма. 4. Середнє значення, вибіркова дисперсія, середньоквадратичне відхилення, асиметрія, ексцес, мода, медіана, квантили. <p>АНАЛІТИЧНА СТАТИСТИКА.</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Порядкові статистики. Означення.

2. Розподіл максимуму та мінімуму.
3. Варіаційний ряд вибірки.
4. Розподіл порядкових статистик.
5. Емпірична функція розподілу.
6. Теорема про збіжність емпіричної функції розподілу до теоретичної функції розподілу за ймовірністю.
7. Теорема Глівенка (без доведення).
8. Теорема Колмогорова (без доведення).
9. Теорема Смірнова (без доведення).
10. Означення початкового та центрального вибіркового моменту.
11. Означення середнього та вибіркової дисперсії, незміщеної оцінки дисперсії.
12. Математичне сподівання та дисперсія середнього.
13. Збіжність за ймовірністю вибірових моментів та функцій від них.
14. Асимптотична нормальність вибірових моментів.
15. Вибіркові квантили та їх асимптотична нормальність.
16. Граничні розподіли крайніх членів варіаційного ряду.
17. Розподіл χ^2 -квадрат
18. Розподіл Стюдента
19. Розподіл Фішера.
20. Означення квадратичних та лінійних форм від нормальних випадкових величин.
21. Лема про незалежність квадратичних та лінійних форм якщо добуток відповідних матриць дорівнюють нулю.
22. Лема про незалежність квадратичних форм, якщо добуток відповідних матриць дорівнюють нулю.
23. Лема про розподіл квадратичної форми для ідемпотентної матриці.
24. Теорема про розподіл квадратичної форми для вибірки з нормального розподілу.
25. Теорема про незалежність середнього та вибіркової дисперсії і відповідні розподіли.
26. Теорема про розподіл частки центрованого середнього і середньо-квадратичного відхилення.
27. Теорема про розподіл частки різниці середніх і кореня суми

вибіркових дисперсій.

28. Теорема про розподіл частки вибіркових дисперсій.
29. Означення незміщеної оцінки, узгодженої оцінки, оптимальної оцінки, асимптотично незміщеної оцінки.
30. Теорема про єдиність оптимальної оцінки.
31. Приклад параметричної функції для якої не існує незміщеної оцінки.

2 частина.

1. Теорема про оптимальну оцінку лінійної комбінації статистик для оптимальних оцінок.
2. Означення функції правдоподібності та її властивості.
3. Нерівність Рао-Крамера.
4. Означення ефективної оцінки.
5. Експоненціальна модель.
6. Критерій Бхатачарія.
7. Критерій оптимальності для векторного параметра.
8. Означення достатньої статистики та критерій факторизації.
9. Теорема Рао-Блекуелла-Колмогорова.
10. Теорема про повну достатню статистику.
11. Навести приклад достатньої статистики, яка не є повною.
12. Означення та приклади методу максимальної правдоподібності.
13. Принцип інваріантності для оцінки, отриманої методом максимальної правдоподібності.
14. Метод накопичення для наближеного обчислення оцінки максимальної правдоподібності.
15. Асимптотичні властивості методу максимальної правдоподібності.
16. Приклад моделі для якої оцінка м.м.п. не є асимптотично нормальною.
17. Метод моментів і його обґрунтування.
18. Метод мінімуму χ^2 -квадрат.
19. Мультиполіноміальні оцінки.
20. Інтервальне оцінювання . Постановка задачі.
21. Побудова інтервалу надійності за допомогою центральної

статистики.

22. Побудова інтервалу надійності з використанням точкової оцінки параметра та асимптотичної нормальності.

Практика.

1. Уміти знаходити усі характеристики для описової та аналітичної статистики (статистичний ряд, варіаційний ряд,)
2. Уміти знаходити порядкові статистики та їх розподіли.
3. Уміти знаходити квантилі.
4. Уміти знаходити щільності розподілу χ^2 -квадрат, Стюдента, Фішера.
5. Уміти знаходити оцінки методом моментів. Методом максимальної правдоподібності.
6. Уміти перевіряти оцінки на незміщеність, асимптотичну незміщеність, узгодженість, оптимальність, ефективність.
7. Уміти знаходити достатню статистику.
8. Уміти перевіряти розподіли на експоненціальність та знаходити звідти ефективні оцінки.
9. Уміти знаходити достатні статистики.
10. Уміти будувати інтервали надійності використовуючи центральну статистику та розподіл точкових оцінок.

II СЕМЕСТР

Теорія

1. Поняття про статистичні гіпотези.
2. Означення помилки першого роду.
3. Означення помилки другого роду.
4. Критерії згоди та їх основні характеристики.
5. Означення статистики критерію.
6. Означення критичної області.
7. Означення рівня значущості.
8. Означення функції потужності критерію.
9. Означення потужності критерію.

10. Умова незміщеності критерію.
11. Критерій згоди Колмогорова.
12. Критерій згоди χ^2 -квадрат К. Пірсона. Постановка задачі. Статистика критерію для випадку, коли гіпотетичний розподіл заданий однозначно.
13. Гранична теорема для розподілу статистики критерію.
14. Теорема про узгодженість критерію χ^2 -квадрат.
15. Критерій згоди χ^2 -квадрат для випадку, коли гіпотетичний розподіл не задається однозначно.
16. Критерій згоди квантилів.
17. Критерій згоди χ^2 -квадрат для неперервних розподілів. Питання його узгодженості.
18. Критерій згоди. Симетричні статистики в схемі групування.
19. Критерій згоди порожніх ящиків.
20. Асимптотична поведінка потужності критерію порожніх ящиків.
21. Критерій згоди. Загальні симетричні критерії.
22. Гіпотеза однорідності. Постановка задачі.
23. Гіпотеза однорідності. Критерій Смірнова.
24. Гіпотеза однорідності. Критерій χ^2 -квадрат.
25. Гіпотеза однорідності. Критерій порожніх блоків.
26. Гіпотеза однорідності. Критерій серій.
27. Гіпотеза однорідності. Рангові критерії.
28. Гіпотеза незалежності. Постановка задачі.
29. Гіпотеза незалежності. Критерій χ^2 -квадрат.
30. Гіпотеза незалежності. Критерій Спірмена.
31. Гіпотеза незалежності. Критерій Кендалла.
32. Гіпотеза випадковості.
33. Поняття параметричної гіпотези.
34. Критерії перевірки гіпотез.
35. Означення простої гіпотези.
36. Означення складної гіпотези.
37. Загальний принцип вибору критичної області.

38. Рівномірно найпотужніші критерії.
39. Вибір з двох простих гіпотез. Критерій Неймана-Пірсона.
40. Критерій Неймана-Пірсона для дискретних розподілів.
41. Складні гіпотези. Рівномірно найпотужніший критерій проти складних альтернатив.
42. Перевірка простої гіпотези проти двосторонньої альтернативи. Рівномірно найпотужніші незміщені критерії.
43. Локально найпотужніші критерії.
44. Перевірка гіпотез та інтервали надійності.
45. Критерій відношення правдоподібності.
46. Критерій відношення правдоподібності для великих вибірок.
47. Асимптотичні властивості критерію відношення правдоподібності.
48. Теорема про близькі альтернативи критерію відношення правдоподібності.
49. Поняття про послідовний аналіз.
50. Означення критерію Вальда.
51. Про кількість спостережень в критерії Вальда.
52. Про вибір границь в критерії Вальда.
53. Про середню кількість спостережень в критерії Вальда.

ПРАКТИЧНА ЧАСТИНА.

1. Для текстово поставлених задач сформулювати нульову та альтернативну гіпотезу. Уміти знаходити ймовірності помилки першого та другого роду.
2. Знати статистики для усіх критеріїв, які ми розглядали.
3. **ОБОВ'ЯЗКОВО ЗНАТИ УСІ РОЗПОДІЛИ З ЇХ ЗАКОНАМИ РОЗПОДІЛУ АБО ЩІЛЬНОСТЯМИ, МАТЕМАТИЧЕНИМ СПОДІВАННЯМ ТА ДИСПЕРСІЄЮ!!!!!!**
4. Уміти перевіряти статистичні гіпотези.
5. Знати різницю між квантилем розподілу та верхньою α -межею.
6. Уміти знаходити емпіричну функцію розподілу.
7. Уміти будувати функцію відношення правдоподібності.
8. Уміти користуватись статистичними таблицями.

Опитування	Анкету-оцінку з метою оцінювання якості курсу буде надано в кінці вивчення курсу.

**Схема курсу “Математична статистика”
для студентів спеціальності 112 – Статистика**

Тиж- ні	Лекційний курс		Практичні заняття		К- стьгод сам. роб.
	Назва теми	К- стьгод	Назва теми	К- стьгод	
1	2	3	4	5	6
1	Описова статистика	2	Описова статистика	2	4
2	Порядкові статистики. Емпірична функція розподілу	4	Порядкові статистики. Емпірична функція розподілу	2	5
3	Вибіркові характеристики	2	Вибіркові характеристики	2	4
4	Асимптотична поведінка вибіркових моментів	4	Асимптотична поведінка вибіркових моментів	2	4
5	Вибіркові квантілі	2	Вибіркові квантілі	2	5
6	Розподіл деяких функцій від нормально розподілених випадкових величин	4	Розподіл деяких функцій від нормально розподілених випадкових величин	2	4
7	Статистичні оцінки	4	Статистичні оцінки	4	5
8.	Критерій оптимальності	4	Критерій оптимальності	4	4
9.	Принцип достатності і оптимальності оцінок	4	Принцип достатності і оптимальності оцінок	2	5
10	Оцінки максимальної правдоподібності	3	Оцінки максимальної правдоподібності	4	5
11	Метод моментів та інші методи, що базуються на групуванні даних	2	Метод моментів та інші методи, що базуються на групуванні даних	4	5
12	Інтервали надійності	4	Інтервали надійності	2	5
13	Поняття статистичної гіпотези і статистичного критерію. Критерії згоди	2	Поняття статистичної гіпотези і статистичного критерію. Критерії згоди	2	4
14.	Перевірка гіпотези про вид розподілу	4	Перевірка гіпотези про вид розподілу	4	5
15.	Гіпотези однорідності	4	Гіпотези однорідності	3	5
16.	Гіпотези незалежності та критерії випадковості	4	Гіпотези незалежності і випадковості	3	5
17.	Параметричні критерії. Загальні поняття	2	Параметричні критерії. Загальні поняття	2	4

18.	Вибір з двох простих гіпотез. Критерій Неймана-Пірсона	2	Вибір з двох простих гіпотез. Критерій Неймана-Пірсона	2	4
19.	Вибір з двох простих гіпотез. Поняття про послідовний аналіз	4	Вибір з двох простих гіпотез. Поняття про послідовний аналіз	2	5
20.	Складні гіпотези	2	Складні гіпотези	2	5
21.	Критерій відношення правдоподібності	4	Критерій відношення правдоподібності	2	5
22.	Поняття про дискримінантний аналіз Байєсівський і мінімакський підхід	2	Поняття про дискримінантний аналіз	2	5
23.	Задача класифікацій спостережень	2	Задача класифікацій спостережень	2	4
		71		58	106