

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
Львівський національний університет імені Івана Франка
Механіко-математичний факультет
Кафедра математичної статистики і диференціальних рівнянь

Затверджено
На засіданні кафедри
математичної статистики і
диференціальних рівнянь
механіко-математичного
факультету
Львівського національного
університету імені Івана Франка
(протокол № 11 від
22.06. 2020 р.)



Завідувач кафедри Бугрій О.М.

Силабус з навчальної дисципліни
“Диференціальні рівняння”,
що викладається в межах ОПП Математика та статистика
першого (бакалаврського) рівня вищої освіти для
здобувачів з спеціальності 113 – прикладна математика

Львів 2021 р.

Назва дисципліни	Диференціальні рівняння
Адреса викладання дисципліни	Головний корпус ЛНУ ім. І. Франка м. Львів, вул. Університетська 1
Факультет та кафедра, за якою закріплена дисципліна	Механіко-математичний факультет Кафедра математичної статистики і диференціальних рівнянь
Галузь знань, шифр та назва спеціальності	11--математика та статистика 113 – прикладна математика
Викладачі дисципліни	Бугрій О.М., професор кафедри математичної статистики і диференціальних рівнянь, Лопушанська Г.П., професор кафедри математичної статистики і диференціальних рівнянь
Контактна інформація викладачів	oleh.buhrii@lnu.edu.ua ; http://new.mmf.lnu.edu.ua/employee/buhrii_o_m ; halyna.lopushanska@lnu.edu.ua ; http://new.mmf.lnu.edu.ua/employee/lopushanska_h_p ; Головний корпус ЛНУ ім. І. Франка, каб. 278. м. Львів, вул. Університетська, 1
Консультації з питань навчання по дисципліні відбуваються	Консультації в день проведення лекцій/практичних занять (за попередньою домовленістю).
Сторінка курсу	http://new.mmf.lnu.edu.ua/course/dr_for_113-pm
Інформація про дисципліну	Курс розроблено таким чином, щоб надати учасникам знання основних методів дослідження коректності задачі Коші і крайових задач для звичайних диференціальних рівнянь, коректності задачі Коші для нормальних систем диференціальних рівнянь, методів побудови їх розв'язків, вивчення властивостей розв'язків, дослідження їх стійкості. Також у курсі представлено дослідження квазілінійних рівнянь із частинними похідними першого порядку і задачі Коші для них.
Коротка анотація дисципліни	Дисципліна “Диференціальні рівняння” є нормативною дисципліною зі спеціальності 113 –прикладна математика для освітньої програми Системний аналіз, яка викладається в 3-му семестрі в обсязі 3-ох кредитів (за Європейською Кредитно-Трансферною Системою ECTS).
Мета та цілі дисципліни	Математичні моделі багатьох задач природознавства, економіки, суспільних наук -- це початкові чи крайові задачі для диференціальних рівнянь. Мета курсу полягає в оволодінні основними методами дослідження коректності таких задач, дослідження основних властивостей їхніх розв'язків, у вивченні основних методів розв'язання диференціальних рівнянь та задач для них.
Література для вивчення	1. Бугрій О.М., Процах Н.П., Бугрій Н.В. Основи диференціальних рівнянь: теорія, приклади та задачі. -- . -- Львів: Видавець І.Е.

<p>дисципліни</p>	<p>Чижиков, 2011.</p> <ol style="list-style-type: none"> 2. Бугрій О.М. Диференціальні рівняння: методичні вказівки.-- Львів: вид. центр ЛНУ імені Івана Франка, 2006. 3. Головатий Ю.Д., Кирилич В.М., Лавренюк С.П. Диференціальні рівняння: навч. посібник.-- Львів: ЛНУ імені Івана Франка, 2011. 4. Лавренюк С.П. Курс диференціальних рівнянь. -- Львів: ВНТЛ, 1997. 5. Лопатинский Я.Б. Обыкновенные дифференциальные уравнения.-- К.: Вища шк., 1984. 6. Лопушанська Г.П., Бугрій О.М., Лопушанський А.О. Диференціальні рівняння та рівняння математичної фізики: підручник --2-ге вид., виправ. і доп. -- Львів: Видавець І.Е. Чижиков, 2017. 7. Петровский И.Г. Лекции по теории обыкновенных дифференциальных уравнений.-- М.: Наука, 1970. 8. Самойленко А.М., Кривошея С.А., Перестюк Н.А. Диференціальні рівняння приклади й задачі.-- К.: Либідь, 1994. 9. Самойленко А.М., Перестюк М.О., Парасюк І.О. Диференціальні рівняння.-- К.: Либідь, 1994. 10. Матвеев Н.М. Методы интегрирования обыкновенных дифференциальных уравнений.-- М.: Высш. шк., 1967. 11. Степанов В.В. Курс дифференциальных уравнений.-- М.: ГИФМЛ, 1958. 12. Федорюк М.В. Обыкновенные дифференциальные уравнения.-- М.: Наука, 1980. 13. Шкіль М.І. Сотниченко М.А. Звичайні диференціальні рівняння.-- К.: Вища шк., 1992.
<p>Обсяг курсу</p>	<p>Загальний обсяг: 120 годин. Аудиторних занять: 64 год., з них 32 год. Лекцій та 32 години лабораторних робіт. Самостійної роботи: 56 год.</p>
<p>Очікувані результати навчання</p>	<p>Після завершення цього курсу студент буде :</p> <p>Знати:</p> <ul style="list-style-type: none"> -методи дослідження коректності задачі Коші для звичайних диференціальних рівнянь першого і вищих порядків, дослідження властивостей їхніх розв'язків; -основні властивості розв'язків лінійних рівнянь вищих порядків та лінійних нормальних систем; -достатні умови стійкості розв'язків динамічних систем диференціальних рівнянь; -методи розв'язання звичайних диференціальних рівнянь і квазілінійних рівнянь із частинними похідними першого порядку. <p>Вміти:</p> <ul style="list-style-type: none"> --розв'язувати найпростіші звичайні диференціальні рівняння першого порядку; -формулювати задачу Коші, встановлювати достатні умови її коректності, основні властивості розв'язків; -розв'язувати диференціальні рівняння вищих порядків шляхом пониження їх порядку;

	<p>-знаходити загальні розв'язки лінійних диференціальних рівнянь вищих порядків та лінійних нормальних систем диференціальних рівнянь зі сталими коефіцієнтами;</p> <p>-знаходити загальний розв'язок квазілінійного рівняння з частинними похідними першого порядку,</p> <p>-розв'язувати задачу Коші для нього.</p>
Ключові слова	Диференціальне рівняння, задача Коші, розв'язок, стійкість за Ляпуновим, інтегральна крива, інтегральна поверхня
Формат курсу	Очний, дистанційний Проведення лекцій, лабораторних робіт і консультацій.
Теми	<p>Тема 1. Поняття диференціального рівняння першого порядку і задачі, що зводяться до них. Поняття розв'язку. Геометрична інтерпретація рівняння першого порядку, розв'язаного щодо похідної та його розв'язку.</p> <p>Тема 2. Явні диференціальні рівняння першого порядку, що інтегруються в квадратурах: з відокремлюваними змінними, однорідні, лінійні, в повних диференціалах та звідні до них.</p> <p>Тема 3. Задача Коші для явного диференціального рівняння першого порядку. Теорема про існування та єдиність її розв'язку.</p> <p>Тема 4. Коректність задачі Коші. Продовження розв'язку. Неперервна залежність від даних. Гладкість розв'язку. Теорема Коші про аналітичний розв'язок.</p> <p>Тема 5. Неявне диференціальне рівняння першого порядку. Теорема про існування та єдиність розв'язку задачі Коші для нього. Поняття про особливі точки та особливі розв'язки рівняння. Методи інтегрування..</p> <p>Тема 6. Поняття нормальної системи диференціальних рівнянь, її розв'язку. Задача Коші і теорема про існування та єдиність її розв'язку. Канонічне рівняння вищого порядку, його розв'язок. Зведення канонічного рівняння до нормальної системи і нормальної системи до канонічного рівняння вищого порядку. Задача Коші для канонічного рівняння вищого порядку і теорема про існування та єдиність її розв'язку. Поняття загального розв'язку. Методи пониження порядку рівняння.</p> <p>Тема 7. Лінійні нормальні системи диференціальних рівнянь (ЛС). Загальні властивості розв'язків. Задача Коші для ЛС та уточнення теореми про існування та єдиність її розв'язку. Лінійні рівняння вищих порядків (ЛР). Задача Коші для ЛР та уточнення теореми про існування та єдиність її розв'язку.</p> <p>Тема 8. Структура загального розв'язку лінійної однорідної (ЛОС) та лінійної неоднорідної (ЛНЕС) системи диференціальних рівнянь. Метод варіації сталих знаходження частинного розв'язку ЛНЕС. Структура загального розв'язку лінійного однорідного (ЛОР) та лінійного неоднорідного (ЛНЕР) диференціального рівняння вищого порядку. Метод варіації сталих.</p> <p>Тема 9. ЛС та ЛР зі сталими коефіцієнтами. Метод Ейлера знаходження фундаментальної системи розв'язків ЛОС та ЛОР.</p> <p>Тема 10. Метод невизначених коефіцієнтів знаходження частинного розв'язку ЛНЕС та ЛНЕР.</p> <p>Тема 11. Поняття інтегралу, першого інтегралу та загального інтегралу нормальної системи диференціальних рівнянь. Існування загального інтегралу та його зв'язок із загальним розв'язком системи. Симметрична</p>

	<p>форма нормальної системи диференціальних рівнянь.</p> <p>Тема 12. Лінійне однорідне та квазілінійне рівняння з частинними похідними першого порядку. Структура загального розв'язку. Задача Коші. Її геометричне тлумачення. Теорема про існування та єдиність її розв'язку.</p> <p>Тема 13. Автономні системи диференціальних рівнянь та властивості їх розв'язків. Стійкість за Ляпуновим. Теорема Ляпунова про стійкість та асимптотичну стійкість, Четаєва про нестійкість.</p> <p>Тема 14. Дослідження стійкості нульового розв'язку системи диференціальних рівнянь за першим наближенням. Поведінка траєкторій в околі точки спокою.</p> <p>Тема 15. Крайові задачі для звичайних диференціальних рівнянь другого порядку.</p> <p>Тема 16. Задача Штурма-Ліувіля. Властивості власних значень і власних функцій.</p>
Підсумковий контроль, форма	Екзамен у кінці семестру
Пререквізити	Для вивчення курсу студенти потребують базових знань з математичного аналізу і лінійної алгебри, достатніх для сприйняття категоріального апарату методів диференціювання, інтегрування, степеневих і функційних рядів, розв'язування лінійних алгебричних систем.
Навчальні методи та техніки, які будуть використовуватися під час викладання курсу	Презентації, лекції, лабораторні роботи, індивідуальні завдання
Необхідне обладнання	http://new.mmf.lnu.edu.ua/course/dr_for_113-pm
Критерії оцінювання (окремо для кожного виду навчальної діяльності)	<p>Оцінювання проводиться за 100-бальною шкалою. Бали нараховуються за наступним співвідношенням:</p> <ul style="list-style-type: none"> • контрольні роботи: 35% семестрової оцінки; максимальна кількість балів 35; • колоквиум; 15% семестрової оцінки; максимальна кількість балів 10; • екзамен; 50% семестрової оцінки; максимальна кількість балів 50 <p>Підсумкова максимальна кількість балів 100.</p>

	<p>Письмові роботи: Студенти виконують три письмові роботи (дві контрольні по методах розв'язання рівнянь і систем рівнянь і тест з теоретичних завдань).</p> <p>Академічна доброчесність: Очікується, що роботи студентів будуть їх оригінальними дослідженнями чи міркуваннями. Відсутність посилань на використані джерела, фабрикування джерел, списування, втручання в роботу інших студентів становлять, але не обмежують, приклади можливої академічної недоброчесності. Виявлення ознак академічної недоброчесності в письмовій роботі студента є підставою для її незарахування викладачем, незалежно від масштабів плагіату чи обману.</p> <p>Відвідання занять є важливою складовою навчання. Очікується, що всі студенти відвідають усі лекції та практичні заняття курсу. Студенти повинні інформувати викладача про неможливість відвідати заняття. У будь-якому випадку студенти зобов'язані дотримуватися термінів визначених для виконання всіх видів письмових робіт та індивідуальних завдань, передбачених курсом.</p> <p>Література. Уся література, яку студенти не зможуть знайти самостійно, буде надана викладачем виключно в освітніх цілях без права її передачі третім особам. Студенти заохочуються до використання також й іншої літератури та джерел, яких немає серед рекомендованих.</p> <p>Політика виставлення балів. Враховуються бали, набрані при поточному тестуванні, контрольних і самостійних роботах і бали підсумкового тестування. При цьому обов'язково враховуються присутність на заняттях та активність студента під час лабораторного заняття; списування та плагіат; несвоєчасне виконання поставленого завдання і т. ін.</p> <p>Жодні форми порушення академічної доброчесності не толеруються.</p>
<p>Питання до заліку чи екзамену.</p>	<ol style="list-style-type: none"> 1. Явні диференціальні рівняння першого порядку, що інтегруються в квадратурах: з відокремлюваними змінними, однорідні, лінійні, в повних диференціалах та звідні до них. 2. Задача Коші для явного диференціального рівняння першого порядку. Теорема про існування та єдиність її розв'язку. 3. Коректність задачі Коші. 4. Продовження розв'язку. 5. Гладкість розв'язку. 6. Теорема Коші про аналітичний розв'язок. 7. Неявне диференціальне рівняння першого порядку. Теорема про існування та єдиність розв'язку задачі Коші для нього. 8. Поняття про особливі точки та особливі розв'язки рівняння. 9. Методи введення параметра. 10. Задача Коші для нормальної системи диференціальних рівнянь, теорема про існування та єдиність її розв'язку. 11. Задача Коші для канонічного рівняння вищого порядку, теорема про існування та єдиність її розв'язку. 12. Зведення канонічного рівняння до нормальної системи і нормальної системи до канонічного рівняння вищого порядку. 13. Методи пониження порядку рівняння. 14. Лінійні нормальні системи диференціальних рівнянь (ЛС). Загальні властивості розв'язків.

	<p>15. Задача Коші для ЛС та уточнення теореми про існування та єдиність її розв'язку.</p> <p>16. Задача Коші для ЛР та уточнення теореми про існування та єдиність її розв'язку.</p> <p>17. Структура загального розв'язку ЛОС і ЛНЕС.</p> <p>18. Метод варіації сталих знаходження частинного розв'язку ЛНЕС.</p> <p>19. Структура загального розв'язку ЛОР і ЛНЕР. Метод варіації сталих.</p> <p>20. ЛС та ЛР зі сталими коефіцієнтами. Метод Ейлера знаходження фундаментальної системи розв'язків ЛОС та ЛОР.</p> <p>21. Метод невизначених коефіцієнтів знаходження частинного розв'язку ЛНЕС та ЛНЕР.</p> <p>22. Інтеграл, перший інтеграл і загальний інтеграл нормальної системи диференціальних рівнянь. Існування загального інтегралу та його зв'язок із загальним розв'язком системи.</p> <p>23. Інтеграл, перший інтеграл і загальний інтеграл нормальної системи диференціальних рівнянь у симетричній формі. Метод інтегровних комбінацій.</p> <p>24. Лінійне однорідне і квазілінійне рівняння з частинними похідними першого порядку. Структура загального розв'язку.</p> <p>25. Задача Коші для квазілінійного рівняння з частинними похідними першого порядку. Її геометричне тлумачення. Теорема про існування та єдиність її розв'язку.</p> <p>26. Автономні системи диференціальних рівнянь та властивості їх розв'язків.</p> <p>27. Поняття стійкості за Ляпуновим.</p> <p>28. Теореми Ляпунова про стійкість та асимптотичну стійкість, теорема Четаєва про нестійкість.</p> <p>29. Дослідження стійкості нульового розв'язку за першим наближенням.</p> <p>30. Поведінка траєкторій автономної системи двох диференціальних рівнянь в околі точки спокою і розв'язку явного диференціального рівняння в околі особливої точки.</p> <p>31. Крайові задачі для звичайних диференціальних рівнянь другого порядку.</p> <p>32. Задача Штурма-Ліувіля. Властивості власних значень і власних функцій.</p>
Опитування	Анкету-оцінку з метою оцінювання якості курсу буде надано по завершенню курсу.

**Схема курсу “Диференціальні рівняння”
для студентів спеціальності 113 – прикладна математика**

Тиж-ні	Лекційний курс		Практичні заняття		К-сть год сам. роб.
	Назва теми	К-сть год	Назва теми	К-сть год	
1	2	3	4	5	6
1	Основні поняття теорії зви-	2	Рівняння з відокремлюва-	2	3,5

	чайних диференціальних рівнянь, найпростіші типи диференціальних рівнянь		ними змінними, однорідні рівняння першого порядку		
2	Явні диференціальні рівняння першого порядку, що інтегруються в квадратурах: з відокремлюваними змінними, однорідні, лінійні, в повних диференціалах та звідні до них.	2	Рівняння, звідні до однорідних рівнянь	2	3,5
3	Задача Коші для явного диференціального рівняння першого порядку. Теорема про існування та єдиність її розв'язку	2	Лінійні рівняння першого порядку, рівняння Бернуллі	2	3,5
4	Коректність задачі Коші. Продовження розв'язку. Неперервна залежність від даних. Гладкість розв'язку. Теорема Коші про аналітичний розв'язок	2	Рівняння в повних диференціалах та звідні до них	2	3,5
5	Неявне диференціальне рівняння першого порядку. Теорема про існування та єдиність розв'язку задачі Коші для нього. Поняття про особливі точки та особливі розв'язки рівняння. Методи інтегрування.	2	Контрольна робота № 1	2	3,5
6	Поняття нормальної системи диференціальних рівнянь, її розв'язку. Задача Коші і теорема про існування та єдиність її розв'язку. Канонічне рівняння вищого порядку, його розв'язок. Зведення канонічного рівняння до нормальної системи і нормальної системи до канонічного рівняння вищого порядку. Задача Коші для канонічного рівняння вищого порядку і теорема про існування та єдиність її розв'язку. Поняття загального розв'язку. Методи пониження порядку рівняння. Колоквіум N 1	2	Неявні рівняння першого порядку	2	3,5
7	Лінійні нормальні системи диференціальних рівнянь (ЛС). Загальні властивості розв'язків. Задача Коші для ЛС та уточнення теореми про існування та єдиність її розв'язку. Лінійні рівняння вищих порядків (ЛР). Задача Коші для ЛР та уточнення теореми про існування та єдиність її розв'язку.	2	Диференціальні рівняння вищого порядку	2	3,5

8	Структура загального розв'язку лінійної однорідної (ЛОС) та лінійної неоднорідної (ЛНЕС) системи диференціальних рівнянь. Метод варіації сталих знаходження частинного розв'язку ЛНЕС. Структура загального розв'язку лінійного однорідного (ЛОР) та лінійного неоднорідного (ЛНЕР) диференціального рівняння вищого порядку. Метод варіації сталих.	2	Лінійні однорідні рівняння зі сталими коефіцієнтами та звідні до них	2	3,5
9	ЛС та ЛР зі сталими коефіцієнтами. Метод Ейлера знаходження фундаментальної системи розв'язків ЛОС та ЛОР.	2	Лінійні неоднорідні рівняння зі сталими коефіцієнтами: методи варіації сталих і невизначених коефіцієнтів	2	3,5
10	Метод невизначених коефіцієнтів знаходження частинного розв'язку ЛНЕС та ЛНЕР	2	Лінійні неоднорідні рівняння: метод невизначених коефіцієнтів (II)	2	3,5
11	Поняття інтегралу, першого інтегралу та загального інтегралу нормальної системи диференціальних рівнянь. Існування загального інтегралу та його зв'язок із загальним розв'язком системи. Симметрична форма нормальної системи диференціальних рівнянь.	2	Системи лінійних однорідних рівнянь зі сталими коефіцієнтами	2	3,5
12	Лінійне однорізне та квазілінійне рівняння з частинними похідними першого порядку. Структура загального розв'язку. Задача Коші. Її геометричне тлумачення. Теорема про існування та єдиність її розв'язку.	2	Системи лінійних неоднорідних рівнянь зі сталими коефіцієнтами	2	3,5
13	Автономні системи диференціальних рівнянь та властивості їх розв'язків. Стійкість за Ляпуновим. Теорема Ляпунова про стійкість та асимптотичну стійкість, Четаєва про нестійкість.	2	Контрольна робота № 2	2	3,5
14	Дослідження стійкості нульового розв'язку системи диференціальних рівнянь за першим наближенням. Поведінка траєкторій в околі точки спокою.	2	Нелінійні нормальні системи	2	3,5
15	Крайові задачі для звичайних диференціальних рівнянь другого порядку. Колоквіум N 2	2	Рівняння з частинними похідними першого порядку	2	3,5

16	<i>Задача Штурма-Ліувіля. Властивості власних значень і власних функцій.</i>	2	<i>Задача Штурма-Ліувіля</i>	2	3,5
	Разом	32		32	56
	Викладач: Лопушанська Г.П		Викладачі: Лопушанська Г.П., Бугрій О.М.		