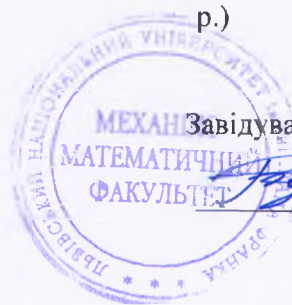


**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ**  
**Львівський національний університет імені Івана Франка**  
**Механіко-математичний факультет**  
**Кафедра математичної статистики і диференціальних рівнянь**

**Затверджено**

На засіданні кафедри  
математичної статистики і  
диференціальних рівнянь  
механіко-математичного  
факультету  
Львівського національного  
університету імені Івана Франка  
(протокол № 11 від 22.06.2021  
р.)



Завідувач кафедри: Бургій О.М.

**Силабус з навчальної дисципліни**  
**“Рівняння математичної фізики”,**  
**що викладається в межах ОПП Системні науки та**  
**кібернетика**  
**першого (бакалаврського) рівня вищої освіти для**  
**здобувачів з спеціальності 113 – прикладна математика**

Львів 2021 р.

<b>Назва дисципліни</b>	Рівняння математичної фізики
<b>Адреса викладання дисципліни</b>	Головний корпус ЛНУ ім. І. Франка м. Львів, вул. Університетська 1
<b>Факультет та кафедра, за якою закріплена дисципліна</b>	Механіко-математичний факультет Кафедра математичної статистики і диференціальних рівнянь
<b>Галузь знань, шифр та назва спеціальності</b>	11 -- математика та статистика 113 – прикладна математика
<b>Викладачі дисципліни</b>	Лопушанська Г.П., професор кафедри математичної статистики і диференціальних рівнянь
<b>Контактна інформація викладачів</b>	halyna.lopushanska@lnu.edu.ua; <a href="http://new.nmf.lnu.edu.ua/employee/lopushanska.htm">http://new.nmf.lnu.edu.ua/employee/lopushanska.htm</a> ; Головний корпус ЛНУ ім. І. Франка, каб. 278. м. Львів, вул. Університетська, 1
<b>Консультації з питань навчання по дисципліні відбуваються</b>	Консультації в день проведення лекцій/практичних занять (за попередньою домовленістю).
<b>Сторінка курсу</b>	<a href="http://new.nmf.lnu.edu.ua/course/rmf_for_113-ppm">http://new.nmf.lnu.edu.ua/course/rmf_for_113-ppm</a>
<b>Інформація про дисципліну</b>	Курс розроблено таким чином, щоб надати учасникам знання з методів дослідження коректності основних задач для лінійних диференціальних рівнянь із частинними похідними другого порядку і основних методів їх розв'язання.
<b>Коротка анотація дисципліни</b>	Дисципліна “Рівняння математичної фізики” є нормативною дисципліною зі спеціальності 113 – прикладна математика для освітньої програми Системні науки та кібернетика, яка викладається в 4-му семестрі в обсязі 3-ох кредитів (за Європейською Кредитно-Трансферною Системою ECTS).
<b>Мета та цілі дисципліни</b>	Математичні моделі багатьох різних задач природознавства, економіки, суспільних наук -- це початкові чи крайові задачі для звичайних диференціальних рівнянь чи диференціальних рівнянь із частинними похідними. Мета курсу полягає в оволодінні основними методами дослідження коректності основних задач для лінійних диференціальних рівнянь із частинними похідними другого порядку, дослідження основних властивостей їхніх розв'язків, у вивченні основних методів розв'язання таких задач.
<b>Література для вивчення дисципліни</b>	1. Бобик О.І. Рівняння математичної фізики (Класифікація, основні крайові задачі, теорема Ковалевської і характеристики): Текст лекцій. -- Львів: ЛДУ, 1990.

	<ol style="list-style-type: none"> <li>2. Бобик О.І. Рівняння математичної фізики (Гармонічні функції, коректність граничних задач для рівняння Лапласа і Пуассона, функція точкового джерела): Текст лекцій.-- Львів: ЛДУ, 1990.</li> <li>3. Бобик О.І., Бобик І.О. Практикум з рівнянь математичної фізики. Ч.1. --Львів, 1996.</li> <li>4. Бобик О.І., Бобик І.О. Практикум з рівнянь математичної фізики. Ч.2. --Львів, 1996.</li> <li>5. Бугрій О.М. Рівняння математичної фізики: методичні вказівки.-- Львів: вид. центр ЛНУ імені Івана Франка, 2006.</li> <li>6. Бокало М.М. Рівняння математичної фізики (Класифікація рівнянь з частинними похідними. Постановки крайових задач. Задача Коші. Текст лекцій. --Львів: ЛДУ, 1994.</li> <li>7. Іванчов М.І. Вступ до теорії рівнянь у частинних похідних: текст лекцій.--Львів: іада плюс, 2004.</li> <li>8. Івасишен С.Д. , Лавренчук В.П., Івасюк Г.П., Рева Н.В. Основи класичної теорії рівнянь математичної фізики. -- Чернівці: Вид. дім "Родовід", 2015.</li> <li>9. Кошляков Н.С., Глинер Э.В., Смирнов М.М. Уравнения в частных производных математической физики. -- М.: Высшая школа, 1970.</li> <li>10. Лопушанська Г.П., Бугрій О.М., Лопушанський А.О. Диференціальні рівняння та рівняння математичної фізики: підручник --2-ге вид., виправ. і доп. - Львів: Видавець І.Е. Чижиков, 2017. -- 372с. -- (Серія"Університетська бібліотека").</li> <li>11. Перестюк М.О., Маринець В.В. Теорія рівнянь математичної фізики. -- К.: Либідь. - 2001.</li> <li>12. Петровский И.Г. Лекции об уравнениях с частными производными. -- М.: ГИФМЛ, 1961.</li> <li>13. Смирнов М.М. Дифференциальные уравнения в частных производных второго порядка.-- М.: Наука, 1964.</li> <li>14. Тихонов А.И., Самарский А.А. Уравнения математической физики.-- М.: Наука, 1966.</li> <li>15. Николенко В.Н. Уравнения математической физики.-- М., .: Наука, 1981.</li> </ol>
<b>Обсяг курсу</b>	Загальний обсяг: 120 годин. Аудиторних занять: 64 год., з них 32 год. Лекцій та 32 години лабораторних робіт. Самостійної роботи: 56 год.
<b>Очікувані результати навчання</b>	<p>Після завершення цього курсу студент буде:</p> <p>Знати:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>--методи дослідження коректності основних задач для лінійних диференціальних рівнянь із частинними похідними другого порядку, дослідження властивостей їхніх розв'язків;</li> <li>--методи розв'язання основних задач для рівнянь математичної фізики.</li> </ul> <p>Вміти:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>--зводити до канонічного вигляду рівняння з частинними похідними другого порядку зі сталими коефіцієнтами у випадку довільної кількості незалежних змінних та зі змінними коефіцієнтами у випадку двох незалежних змінних;</li> <li>--знаходити загальний розв'язок гіперболічних рівнянь другого порядку з двома незалежними змінними, розв'язувати задачу Коші для таких</li> </ul>

	<p>рівнянь;  --формулювати та розв'язувати задачу Гурса для рівнянь із двома незалежними змінними;  --застосовувати формули для знаходження розв'язку задачі Коші для хвильового рівняння, рівняння коливань мембрани та рівняння коливань струни;  --застосовувати метод відокремлення змінних та метод розкладу в ряди за власними функціями крайової задачі для звичайного диференціального рівняння другого порядку при розв'язуванні мішаних задач для рівнянь коливань струни, прямокутної та круглої мембрани, використовуючи при цьому властивості власних значень та власних функцій;  --застосовувати метод відокремлення змінних та метод розкладу в ряди за власними функціями крайової задачі для звичайного диференціального рівняння другого порядку при розв'язуванні крайових задач для рівнянь теплопровідності в стержні, крайових задач для рівнянь Лапласа та Пуассона в прямокутнику та кругових областях.</p>
<b>Ключові слова</b>	Рівняння з частинними похідними, задача Коші, мішана задача, крайова задача, метод характеристик, метод рядів, інтегральне зображення, потенціал, інтегральне рівняння.
<b>Формат курсу</b>	Очний, дистанційний Проведення лекцій, лабораторних робіт і консультацій.
<b>Теми</b>	<p><b>Тема 1.</b> Класифікація та зведення до канонічного вигляду рівнянь з частинними похідними другого порядку. Знаходження загального розв'язку рівнянь гіперболічного типу.</p> <p><b>Тема 2.</b> Загальне формулювання задачі Коші. Поняття про характеристики рівняння та коректність задачі. Приклад Адамара.</p> <p><b>Тема 3.</b> Формулювання основних задач для рівнянь гіперболічного типу.</p> <p><b>Тема 4.</b> Коректність розв'язку задачі Коші для рівняння коливань струни.</p> <p><b>Тема 5.</b> Перетворення Фур'є. Існування розв'язку задачі Коші для хвильового рівняння.</p> <p><b>Тема 6.</b> Вільні коливання закріпленої струни. Метод Фур'є. Поняття узагальненого розв'язку.</p> <p><b>Тема 7.</b> Існування та єдиність розв'язку першої мішаної задачі для рівняння коливань струни, його неперервна залежність від даних</p> <p><b>Тема 8.</b> Коливання прямокутної та круглої мембран.</p> <p><b>Тема 9.</b> Рівняння теплопровідності. Формулювання основних задач.</p> <p><b>Тема 10.</b> Перша крайова задача для рівняння теплопровідності. Принцип максимуму. Існування та єдиність розв'язку.</p> <p><b>Тема 11.</b> Існування та єдиність розв'язку задачі Коші для рівняння теплопровідності.</p> <p><b>Тема 12.</b> Формулювання основних задач для рівнянь еліптичного типу. Формули Гріна.</p> <p><b>Тема 13.</b> Основні властивості гармонічних функцій. Єдиність розв'язку задачі Діріхле для рівняння Пуассона. Неєдиність розв'язку внутрішньої задачі Неймана для рівняння Пуассона.</p> <p><b>Тема 14.</b> Крайові задачі для рівняння Лапласа в прямокутнику та кругових областях.</p> <p><b>Тема 15.</b> Функція Гріна задачі Діріхле для рівняння Лапласа. Задача Діріхле для рівняння Лапласа в кулі та зовні кулі. Єдиність розв'язку</p>



	<p>зовнішньої задачі Неймана для рівняння Пуассона.</p> <p><b>Тема 16.</b> Теорія потенціалу. Фізичний зміст потенціалів. Властивості об'ємного та поверхневих потенціалів. Зведення крайових задач для рівняння Лапласа до інтегральних рівнянь.</p>
<b>Підсумковий контроль, форма</b>	Залік у кінці семестру
<b>Пререквізити</b>	Для вивчення курсу студенти потребують базових знань з математичного аналізу і диференціальних рівнянь, достатніх для сприйняття категоріального апарату методів диференціювання, інтегрування, степеневих і функційних рядів, рядів Фур'є, розв'язування звичайних диференціальних рівнянь.
<b>Навчальні методи та техніки, які будуть використовуватися під час викладання курсу</b>	Презентації, лекції, лабораторні роботи, індивідуальні завдання
<b>Необхідне обладнання</b>	Комп'ютер із необхідним програмним забезпеченням, доступ до Internet мережі.
<b>Критерії оцінювання (окремо для кожного виду навчальної діяльності)</b>	<p>Оцінювання проводиться за 100-бальною шкалою. Бали нараховуються за наступним співвідношенням:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>• Змістовий модуль 1: 15% семестрової оцінки за контрольну роботу, максимальна кількість балів 15.</li> <li>• Змістовий модуль 2: 15% семестрової оцінки за колоквіум, максимальна кількість балів 15.</li> </ul>

	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Змістовий модуль 3: 20% семестрово оцінки за контрольну роботу, максимальна кількість балів 20.</li> <li>• залік: 50% семестрової оцінки, максимальна кількість балів 50.</li> </ul> <p>Підсумкова максимальна кількість балів 100.</p> <p><b>Письмові роботи:</b> Студенти виконують три письмові роботи (дві контрольні по методах розв'язання задач і тест із теоретичних завдань).</p> <p><b>Академічна доброчесність:</b> Очікується, що роботи студентів будуть їх оригінальними дослідженнями чи міркуваннями. Відсутність посилань на використані джерела, фабрикування джерел, списування, втручання в роботу інших студентів становлять, але не обмежують, приклади можливої академічної недоброчесності. Виявлення ознак академічної недоброчесності в письмовій роботі студента є підставою для її незарахування викладачем, незалежно від масштабів плагіату чи обману.</p> <p><b>Відвідання занять</b> є важливою складовою навчання. Очікується, що всі студенти відвідають усі лекції та практичні заняття курсу. Студенти повинні інформувати викладача про неможливість відвідати заняття. У будь-якому випадку студенти зобов'язані дотримуватися термінів визначених для виконання всіх видів письмових робіт та індивідуальних завдань, передбачених курсом.</p> <p><b>Література.</b> Уся література, яку студенти не зможуть знайти самостійно, буде надана викладачем виключно в освітніх цілях без права її передачі третім особам. Студенти заохочуються до використання також й іншої літератури та джерел, яких немає серед рекомендованих.</p> <p><b>Політика виставлення балів.</b> Враховуються бали, набрані при поточному тестуванні, контрольних і самостійних роботах і бали підсумкового тестування. При цьому обов'язково враховуються присутність на заняттях та активність студента під час лабораторного заняття; списування та плагіат; несвоєчасне виконання поставленого завдання і т. ін.</p> <p>Жодні форми порушення академічної доброчесності не толеруються.</p>
<p><b>Питання до заліку чи екзамену.</b></p>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Класифікація та зведення до канонічного вигляду рівнянь з частинними похідними другого порядку.</li> <li>2. Знаходження загального розв'язку рівнянь гіперболічного типу.</li> <li>3. Загальне формулювання задачі Коші. Теорема Ковалевської.</li> <li>4. Поняття про характеристики рівняння та коректність задачі. Приклад Адамара.</li> <li>5. Формулювання основних задач для рівнянь гіперболічного типу.</li> <li>6. Коректність розв'язку задачі Коші для рівняння коливань струни.</li> <li>7. Перетворення Фур'є. Існування розв'язку задачі Коші для хвильового рівняння.</li> <li>8. Вільні коливання закріпленої струни. Метод Фур'є.</li> <li>9. Існування розв'язку першої мішаної задачі для рівняння коливань струни.</li> <li>10. Єдиність розв'язку першої мішаної задачі для рівняння коливань струни.</li> <li>11. Неперервна залежність від даних розв'язку першої мішаної задачі для рівняння коливань струни.</li> <li>12. Загальна схема методу Фур'є. Властивості власних значень та власних функцій.</li> </ol>

	<p>13. Коливання прямокутної мембрани.</p> <p>14. Формулювання основних задач для рівнянь параболічного типу.</p> <p>15. Перша крайова задача для рівняння теплопровідності. Принцип максимуму.</p> <p>16. Існування та єдиність розв'язку першої крайової задачі для рівняння поширення тепла у стержні..</p> <p>17. Існування та єдиність розв'язку задачі Коші для рівняння теплопровідності.</p> <p>18. Формулювання основних задач для рівнянь еліптичного типу.</p> <p>19. Перша та друга формули Гріна.</p> <p>20. Формула інтегрального зображення гладких функцій.</p> <p>21. Основні властивості гармонічних функцій.</p> <p>22. Єдиність розв'язку задачі Діріхле для рівняння Пуассона.</p> <p>23. Неєдиність розв'язку внутрішньої задачі Неймана для рівняння Пуассона.</p> <p>24. Крайові задачі для рівняння Лапласа в прямокутнику та кругових областях.</p> <p>25. Функція Гріна задачі Діріхле для рівняння Лапласа.</p> <p>26. Задача Діріхле для рівняння Лапласа в кулі та зовні кулі.</p> <p>27. Єдиність розв'язку зовнішньої задачі Неймана для рівняння Пуассона.</p> <p>28. Властивості об'ємного та поверхневих потенціалів.</p> <p>29. Зведення крайових задач для рівняння Лапласа до інтегральних рівнянь.</p> <p>30. Інтегральні рівняння Фредгольма другого роду.</p>
<b>Опитування</b>	Анкету-оцінку з метою оцінювання якості курсу буде надано по завершенню курсу.

**Схема курсу “Рівняння математичної фізики”  
для студентів спеціальності 113 – прикладна математика**

Тиж-ні	Лекційний курс		Практичні заняття		К-сть год сам. роб.
	Назва теми	К-сть год	Назва теми	К-сть год	
1	2	3	4	5	6
1	<i>Класифікація та зведення до канонічного вигляду рівнянь з частинними похідними другого порядку. Знаходження загального розв'язку рівнянь гіперболічного типу.</i>	2	<i>Класифікація та зведення до канонічного вигляду рівнянь у частинних похідних другого порядку.</i>	2	3,5
2	<i>Загальне формулювання задачі Коші. Поняття про характеристики рівняння та коректність задачі. Приклад</i>	2	<i>Загальний розв'язок рівняння</i>	2	3,5

	<i>Адамара.</i>				
3	<i>Формулювання основних задач для рівнянь гіпербо-лічного типу.</i>	2	<i>Задача Гурса для рівнянь гіперболічного типу</i>	2	3,5
4	<i>Коректність розв'язку задачі Коші для рівняння коливань струни.</i>	2	<i>Задача Коші для рівнянь гіперболічного типу</i>	2	3,5
5	<i>Перетворення Фур'є. Існування розв'язку задачі Коші для хвильового рівняння.</i>	2	<i>Контрольна робота № 1</i>	2	3,5
6	<i>Вільні коливання закріпленої струни. Метод Фур'є.</i>	2	<i>Метод Фур'є</i>	2	3,5
7	<i>Існування та єдиність розв'язку першої мішаної задачі для рівняння коливань струни, його неперервна залежність від даних.</i>	2	<i>Мішані задачі для рівняння коливань струни при однорідних крайових умовах</i>	2	3,5
8	<i>Колівання прямокутної та круглої мембран</i>	2	<i>Загальні мішані задачі для рівняння коливань струни</i>	2	3,5
9	<i>Рівняння теплопровідності. Формулювання основних задач.</i>	2	<i>Крайові задачі для рівняння поширення тепла в стержні</i>	2	3,5
10	<i>Перша крайова задача для рівняння теплопровідності. Принцип максимуму. Існування та єдиність розв'язку.</i>	2	<i>Крайові задачі для рівняння Пуассона в прямокутних областях</i>	2	3,5
11	<i>Існування та єдиність розв'язку задачі Коші для рівняння теплопровідності. Колоквіум.</i>	2	<i>Крайові задачі для рівняння Пуассона в кругових областях</i>	2	3,5
12	<i>Формулювання основних задач для рівнянь еліптичного типу. Формули Гріна.</i>	2	<i>Контрольна робота № 2</i>	2	3,5
13	<i>Основні властивості гармонічних функцій. Єдиність розв'язку задачі Діріхле для рівняння Пуассона. Несединість розв'язку внутрішньої задачі Неймана для рівняння Пуассона</i>	2	<i>Мішані задачі для рівняння коливань прямокутної мембрани</i>	2	3,5



14	<i>Крайові задачі для рівняння Лапласа в прямокутнику та кругових областях.</i>	2	<i>Мішані задачі для рівняння коливань круглої мембрани</i>	2	3,5
15	<i>Функція Гріна задачі Діріхле для рівняння Лапласа. Задача Діріхле для рівняння Лапласа в кулі та зовні кулі. Єдиність розв'язку зовнішньої задачі Неймана для рівняння Пуассона</i>	2	<i>Робота з формулами</i>	2	3,5
16	<i>Теорія потенціалу. Фізичний зміст потенціалів. Властивості об'ємного та поверхневих потенціалів. Зведення крайових задач для рівняння Лапласа до інтегральних рівнянь.</i>	2	<i>Інтегральні рівняння</i>	2	3,5
	Разом	32		32	56
	Викладач: Лопушанська Г.П		Викладачі: Лопушанська Г.П., Бугрій О.М.		