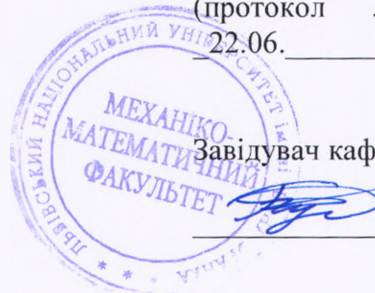


МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
Львівський національний університет імені Івана Франка
Механіко-математичний факультет
Кафедра математичної статистики і диференціальних рівнянь

Затверджено

На засіданні кафедри
математичної статистики і
диференціальних рівнянь
механіко-математичного
факультету
Львівського національного
університету імені Івана Франка
(протокол № 11 від
22.06. 2021 р.)

Завідувач кафедри Бугрій О.М.



Силабус з навчальної дисципліни
“Теорія узагальнених функцій”,
що викладається в межах ОПІ математика та статистика
першого (бакалаврського) рівня вищої освіти для
здобувачів з спеціальності 111 – математика

Львів 2021 р.

Назва дисципліни	Теорія узагальнених функцій
Адреса викладання дисципліни	Головний корпус ЛНУ ім. І. Франка м. Львів, вул. Університетська 1
Факультет та кафедра, за якою закріплена дисципліна	Механіко-математичний факультет Кафедра математичної статистики і диференціальних рівнянь
Галузь знань, шифр та назва спеціальності	11 -- математика та статистика 111 – математика
Викладачі дисципліни	Лопушанська Г.П., професор кафедри математичної статистики і диференціальних рівнянь
Контактна інформація викладачів	halyna.lopushanska@lnu.edu.ua ; http://new.nmf.lnu.edu.ua/department/msde ; http://new.nmf.lnu.edu.ua/employee/lopushanska_h_p ; Головний корпус ЛНУ ім. І. Франка, каб. 278. м. Львів, вул. Університетська, 1
Консультації з питань навчання по дисципліні відбуваються	Консультації в день проведення лекцій/практичних занять (за попередньою домовленістю).
Сторінка курсу	
Інформація про дисципліну	Курс розроблено таким чином, щоб надати учасникам знання з основ теорії узагальнених функцій, інтегральних перетворень (Фур'є і Лапласа) у просторах узагальнених функцій і їх застосування
Коротка анотація дисципліни	Дисципліна “Теорія узагальнених функцій” є нормативною дисципліною зі спеціальності 111 – математика для освітньої програми Математика, яка викладається в 3-му семестрі в обсязі 2-ох кредитів (за Європейською Кредитно-Трансферною Системою ECTS).
Мета та цілі дисципліни	Математичні моделі природознавства, економіки і суспільних наук не завжди описуються за допомогою регулярних функцій. Часто в таких моделях зустрічаються дані з різними особливостями. При розв'язуванні задач для диференціальних рівнянь, у вигляді яких записані такі математичні моделі, треба вміти працювати з узагальненими розв'язками, використовувати різні інтегральні перетворення, які для регулярних функцій не завжди визначені. Мета курсу полягає у вивченні основ теорії узагальнених функцій, інтегральних перетворень (Фур'є і Лапласа) у просторах узагальнених функцій і їх застосуваннях.
Література для вивчення дисципліни	1. Шилов Г.Е. Математический анализ. Второй специальный курс / Г.Е. Шилов. -- М.:Наука, 1965. 2. Гельфанд И.И. Обобщенные функции и действия над ними / И.И. Гельфанд и Г.Е. Шилов. -- М.: Физматгиз, 1958. -- 439 с. 3. Владимиров В.С. Уравнения математической физики / В.С. Владимиров -- М.: Наука, 1981. -- 512 с. 4. Городецький В.В. Узагальнені функції. Методи розв'язування задач.

	<p>Ч.1. Навч. посібник / В.В. Городецький, Я.М. Дрінь, М.І. Нагнибіда -- Чернівці: Книги - XXI, 2010. -- 242 с.</p> <p>5. Городецький В.В. Узагальнені функції. Методи розв'язування задач. Ч.2. Навч. посібник / В.В. Городецький, Я.М. Дрінь, М.І. Нагнибіда -- Чернівці: Книги - XXI, 2010. -- 216 с.</p> <p>6. Гупало Г.-В. С. Елементарна теорія узагальнених функцій та деякі її застосування / Г.-В.С. Гупало, Г.П. Лопушанська. -- К.: НМК ВО, 1992. -- 123 с.</p> <p>7. Лопушанська Г.П. Перетворення Фур'є та Лапласа: узагальнення, застосування. Навч.-метод. посіник / Г.П. Лопушанська, А.О. Лопушанський, О.М. М'яус - Вид-во Львів. ун-ту, 2014 -- 153 с.</p> <p>8. Кэч В. Введение в теорию обобщенных функций с приложениями в технике / В. Кэч, П.Т. Теодореску -- М.: Мир, 1978. -- 518 с.</p> <p>9. Романенко І.Б. Узагальнені функції в математичній фізиці. Навч.-метод. вказівки до практ. занять / І. Б Романенко.--Київ: ВПЦ "Київ. ун-т", 2008.</p>
Обсяг курсу	Загальний обсяг: 90 годин. Аудиторних занять: 48 год., з них 32 год. лекцій та 16 годин лабораторних робіт. Самостійної роботи: 42 год.
Очікувані результати навчання	<p>Після завершення цього курсу студент буде :</p> <p>Знати:</p> <ul style="list-style-type: none"> --основні дії над узагальненими функціями; --основні простори узагальнених функцій; --основні властивості інтегрального перетворення Фур'є звичайних та узагальнених функцій; --основні властивості інтегрального перетворення Лапласа звичайних та узагальнених функцій. <p>Вміти:</p> <ul style="list-style-type: none"> --виконувати основні дії над узагальненими функціями; --розв'язувати звичайні диференціальні рівняння та задачі Коші у просторі узагальнених функцій; -- будувати фундаментальні розв'язки диференціальних рівнянь та застосовувати їх до побудови та дослідження основних задач для диференціальних рівнянь та рівнянь у згортках; --застосовувати інтегральне перетворення Фур'є до побудови фундаментальних функцій диференціальних операторів, до дослідження та розв'язування основних задач для диференціальних рівнянь. --застосовувати інтегральне перетворення Лапласа до дослідження та розв'язування основних задач для диференціальних рівнянь.
Ключові слова	Узагальнена функція, задача Коші, узагальнений розв'язок, згортка, прямий добуток узагальнених функцій, перетворення Фур'є, перетворення Лапласа
Формат курсу	Очний, дистанційний Проведення лекцій, практичних занять і консультацій.
Теми	<p>Тема 1. Необхідність розширення класів функцій. Поняття узагальненої функції однієї змінної. Приклади.</p> <p>Тема 2. Основні дії над узагальненими функціями.</p> <p>Тема 3. Узагальнені розв'язки звичайних лінійних диференціальних рівнянь. Узагальнена задача Коші.</p>

	<p>Тема 4. Простори узагальнених функцій багатьох змінних. Основні дії.</p> <p>Тема 5. Простір фінітних узагальнених функцій. Розкладення одиниці.</p> <p>Тема 6. Збіжність у просторі узагальнених функцій. Дельта-видні послідовності.</p> <p>Тема 7. Згортка звичайних та узагальнених функцій. Її існування.</p> <p>Тема 8. Прямий добуток та композиція узагальнених функцій.</p> <p>Тема 9. Простори S та S'.</p> <p>Тема 10. Перетворення Фур'є основних та узагальнених функцій. Основні властивості.</p> <p>Тема 11. Приклади перетворень Фур'є і його застосування.</p> <p>Тема 12. Перетворення Фур'є фінітних узагальнених функцій. Структура узагальнених функцій.</p> <p>Тема 13. Перетворення Фур'є у L_2. Простори Соболева.</p> <p>Тема 14. Перетворення Лапласа. Основні властивості.</p> <p>Тема 15. Приклади перетворень Лапласа і його застосування.</p> <p>Тема 16. Застосування перетворень Фур'є і Лапласа до розв'язування задач для диференціальних рівнянь і побудови фундаментальних функцій.</p>
Пререквізити	Для вивчення курсу студенти потребують базових знань з математичного аналізу і диференціальних рівнянь, достатніх для сприйняття категоріального апарату методів диференціювання, інтегрування, степеневих і функційних рядів.
Навчальні методи та техніки, які будуть використовуватися під час викладання курсу	Презентації, лекції, практичні заняття, індивідуальні завдання
Необхідне обладнання	
Критерії оцінювання (окремо для кожного виду навчальної діяльності)	<p>Оцінювання проводиться за 100-бальною шкалою. Бали нараховуються за наступним співвідношенням:</p> <ul style="list-style-type: none"> • дві контрольні роботи: 30% семестрової оцінки; максимальна кількість балів 30; • колоквиум; 20% семестрової оцінки; максимальна кількість балів 20; • екзамен; 50% семестрової оцінки; максимальна кількість балів 50 <p>Підсумкова максимальна кількість балів 100.</p> <p>Письмові роботи: Студенти виконують три письмові роботи (дві контрольні по основних діях з узагальненими функціями, методах розв'язання рівнянь у просторі узагальнених функцій та інтегральних перетвореннях і тест з теоретичних завдань).</p> <p>Академічна доброчесність: Очікується, що роботи студентів будуть їх оригінальними дослідженнями чи міркуваннями. Відсутність посилань на використані джерела, фабрикування джерел, списування, втручання в роботу інших студентів становлять, але не обмежують, приклади можливої академічної недоброчесності. Виявлення ознак академічної недоброчесності в письмовій роботі студента є підставою для її незарахування викладачем, незалежно від масштабів плагіату чи обману.</p> <p>Відвідання занять є важливою складовою навчання. Очікується, що всі</p>

	<p>студенти відвідають усі лекції та практичні заняття курсу. Студенти повинні інформувати викладача про неможливість відвідати заняття. У будь-якому випадку студенти зобов'язані дотримуватися термінів визначених для виконання всіх видів письмових робіт та індивідуальних завдань, передбачених курсом.</p> <p>Література. Уся література, яку студенти не зможуть знайти самостійно, буде надана викладачем виключно в освітніх цілях без права її передачі третім особам. Студенти заохочуються до використання також й іншої літератури та джерел, яких немає серед рекомендованих.</p> <p>Політика виставлення балів. Враховуються бали, набрані при поточному тестуванні, контрольних і самостійних роботах і бали підсумкового тестування. При цьому обов'язково враховуються присутність на заняттях та активність студента під час лабораторного заняття; списування та плагіат; несвоєчасне виконання поставленого завдання і т. ін.</p> <p>Жодні форми порушення академічної доброчесності не толеруються.</p>
<p>Питання до заліку чи екзамену.</p>	<p>Поняття узагальненої функції однієї змінної. Приклади. Основні дії над узагальненими функціями. Приклади. Порядок сингулярності узагальненої функції. Простір D^+. Первісна узагальненої функції. Властивість первісної у D^+. Звичайні диференціальні рівняння в просторі узагальнених функцій. Фундаментальна функція лінійного диференціального рівняння та її побудова методом варіації сталих. Основна властивість фундаментальної функції. Узагальнена задача Коші. Простір узагальнених функцій багатьох змінних. Основні дії. Простір фінітних узагальнених функцій. Збіжність у просторі узагальнених функцій. Дельта-видні послідовності. Довести, що із збіжності послідовності функцій у просторі L випливає її збіжність у просторі D'. Довести, що із збіжності послідовності звичайних функцій випливає її збіжність у просторі D'. Згортка звичайних та узагальнених функцій. Її існування. Лінійність згортки. Умови неперервності згортки. Теорема про диференціювання згортки. Застосування згортки. Прямий добуток узагальнених функцій. Згортка у просторі D^+. Узагальнені розв'язки диференціальних рівнянь і рівнянь у згортках. Перетворення Фур'є основних функцій. Основні властивості. Простори S та S'. Перетворення Фур'є узагальнених функцій. Основні властивості. Приклади. Перетворення Фур'є у S, S' та L_2. Перетворення Фур'є фінітних узагальнених функцій. Структура фінітної узагальненої функції. Простори Соболева. Еквівалентність двох різних означень. Теорема Соболева про вкладення.</p>

	Перетворення Лапласа і його застосування.
Опитування	Анкету-оцінку з метою оцінювання якості курсу буде надано по завершенню курсу.

**Схема курсу “Теорія узагальнених функцій”
для студентів спеціальності 111 –математика**

Тиж-ні	Лекційний курс		Практичні заняття		К-сть год сам. роб.
	Назва теми	К-сть год	Назва теми	К-сть год	
1	2	3	4	5	6
1	<i>Необхідність розширення класів функцій. Поняття узагальненої функції однієї змінної. Приклади</i>	2	<i>Основні дії над узагальненими функціями.</i>	2	3,5
2	<i>Основні дії над узагальненими функціями.</i>	2			1,75
3	<i>Узагальнені розв'язки звичайних лінійних диференціальних рівнянь. Узагальнена задача Коші.</i>	2	<i>Узагальнені розв'язки диференціальних рівнянь</i>	2	3,5
4	<i>Простори узагальнених функцій багатьох змінних. Основні дії.</i>	2			1,75
5	<i>Простір фінітних узагальнених функцій. Розкладення одиниці.</i>	2	<i>Згортка і прямий добуток</i>	2	3,5
6	<i>Збіжність у просторі узагальнених функцій. Дельта-видні послідовності</i>	2			1,75
7	<i>Згортка звичайних та узагальнених функцій. Її існування.</i>	2	<i>Контрольна робота № 1</i>	2	3,5
8	<i>Прямий добуток та композиція узагальнених функцій</i>	2			1,75
9	<i>Простори S та S'.</i>	2	<i>Перетворення Фур'є</i>	2	3,5
10	<i>Перетворення Фур'є основних та узагал-</i>	2			1,75

	ьнених функцій. Основні властивості.				
11	Приклади перетворень Фур'є і його застосування	2	Перетворення Лапласа	2	3,5
12	Перетворення Фур'є фінітних узагальнених функцій. Структура узагальнених функцій	2			1,75
13	Перетворення Фур'є у L_2 . Простори Соболева	2	Рівняння у згортках.	2	3,5
14	Перетворення Лапласа. Основні властивості	2			1,75
15	Приклади перетворень Лапласа і його застосування	2	Контрольна робота № 2	2	3,5
16	Застосування перетворень Фур'є і Лапласа до розв'язування задач для диференціальних рівнянь і побудови фундаментальних функцій Колоквіум	2			1,75
	Разом	32		16	42
	Викладач: Лопушанська Г.П		Викладачі: Лопушанська Г.П.,		