

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
Львівський національний університет імені Івана Франка

ПРОГРАМА
навчальної дисципліни
“ДИФЕРЕНЦІАЛЬНІ ТА ІНТЕГРАЛЬНІ РІВНЯННЯ”

підготовки бакалаврів
галузі знань
“Освіта. Педагогіка”
напряму підготовки
014.08 “Середня освіта”
Спеціалізація
“Фізика”

1. ВСТУП

Предметом вивчення навчальної дисципліни “Диференціальні та інтегральні рівняння” є математичні поняття та методи диференціальних та інтегральних рівнянь.

Міждисциплінарні зв’язки: для вивчення дисципліни необхідні знання з математичного аналізу та фізики.

Програма навчальної дисципліни складається з таких змістовий модулів:

Змістовий модуль 1. Звичайні диференціальні рівняння першого порядку

Змістовий модуль 2. Диференціальні рівняння вищих порядків

Змістовий модуль 3. Системи диференціальних рівнянь та інтегральні рівняння

1. Мета та завдання навчальної дисципліни

1.1. **Метою** викладання навчальної дисципліни “Диференціальні та інтегральні рівняння” є засвоєння студентами теорії, вміння застосовувати її до розв’язування задач, набуття практичних навиків у використанні математичної літератури і довідників, набуття навиків у вмінні втілювати у математичну форму конкретні задачі, доведення задачі до практично прийняттого вигляду – числа або графіка.

1.2. **Основними завданнями** вивчення дисципліни “Диференціальні та інтегральні рівняння” є допомога студентам у засвоєнні основ математичного апарату, необхідного для розв’язування теоретичних і практичних задач фізики; вироблення навиків математичного дослідження прикладних задач, зокрема, побудови математичних моделей фізичних процесів та їх аналізу при допомозі математичних методів; прищеплення студентам уміння самостійно вивчати літературу з математики та її прикладних питань.

1.3. Згідно з вимогами освітньо-професійної програми студенти повинні:

знати

- поняття та методи розв’язування звичайних диференціальних рівнянь;
- поняття та методи розв’язування лінійних, нормальних і симетричних систем диференціальних рівнянь;
- поняття та методи розв’язування диференціальних рівнянь в частинних похідних;
- поняття та методи теорії стійкості;
- поняття та методи дослідження лінійних інтегральних рівнянь;

вміти:

- класифікувати диференціальні рівняння першого порядку та знати методи їх розв’язування;
- понижувати порядок диференціальних рівнянь, коли це можливо;
- будувати загальний розв’язок лінійного рівняння n -го порядку;
- знаходити загальний розв’язок лінійних систем;
- знаходити загальний інтеграл нормальних і симетричних систем;
- розв’язувати лінійні рівняння в частинних похідних першого порядку;
- класифікувати та досліджувати лінійні інтегральні рівняння;
- застосовувати математичний апарат при розв’язанні інженерних та фізичних

задач.

2. ІНФОРМАЦІЙНИЙ ОБСЯГ НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ

Змістовий модуль 1. Звичайні диференціальні рівняння першого порядку

Тема 1. Диференціальні рівняння першого порядку, розв'язані стосовно похідної

Поняття звичайного диференціального рівняння. Порядок рівняння. Частковий та загальний розв'язки. Задачі, які зводяться до диференціальних рівнянь. Диференціальні рівняння першого порядку, розв'язані стосовно похідної, які інтегруються в квадратурах. Рівняння з відокремлюваними змінними і ті, що зводяться до них. Однорідні рівняння і ті, що зводяться до них. Узагальнені однорідні рівняння. Лінійні рівняння першого порядку. Структура загального розв'язку. Метод варіації сталої. Метод Бернуллі. Рівняння Бернуллі. Рівняння в повних диференціалах. Інтегруючий множник. Методи знаходження інтегруючого множника.

Тема 2. Теорема існування та єдності розв'язку задачі Коші для рівняння $y' = f(x, y)$

Постановка задачі Коші для диференціального рівняння $y' = f(x, y)$. Геометричний зміст задачі Коші. Теорема існування та єдиності розв'язку задачі Коші для диференціального рівняння першого порядку, розв'язаного відносно похідної.

Тема 3. Рівняння першого порядку, нерозв'язані стосовно похідної

Теорема Коші для рівняння $F(x, y, y') = 0$. Найпростіші рівняння, розв'язки яких можна знайти в параметричній формі. Загальна схема методу введення параметру. Рівняння Лагранжа і Клеро. Особливі розв'язки. Особливі точки.

Змістовий модуль 2. Диференціальні рівняння вищих порядків

Тема 4. Рівняння вищих порядків

Задача Коші для рівняння вищого порядку. Зведення рівняння вищого порядку до нормальної системи диференціальних рівнянь. Теорема Коші для нормальної системи. Теорема Коші для рівняння вищого порядку. Рівняння вищих порядків, які інтегруються в квадратурах. Рівняння, які допускають пониження порядку.

Тема 5. Лінійні рівняння n -го порядку

Загальні властивості лінійних рівнянь. Лінійне однорідне рівняння. Загальна теорія цього рівняння. Лінійно залежні і незалежні системи функцій. Визначник Вронського. Його властивості. Фундаментальна система розв'язків лінійного

однорідного рівняння. Структура загального розв'язку лінійного однорідного рівняння n -го порядку. Формула Остроградського–Ліувілля. Лінійне неоднорідне рівняння. Загальний розв'язок цього рівняння. Метод варіації сталих. Лінійні рівняння з сталими коефіцієнтами. Метод невизначених коефіцієнтів. Лінійні рівняння, які зводяться до рівнянь з сталими коефіцієнтами. Рівняння Ейлера. Рівняння Чебишева. Рівняння Бесселя. Інтегрування ДР за допомогою степеневих рядів. Метод узагальнених степеневих рядів.

Змістовий модуль 3. Системи диференціальних рівнянь та інтегральні рівняння

Тема 6. Системи диференціальних рівнянь

Зведення нормальної системи диференціальних рівнянь до одного рівняння. Загальний розв'язок і загальний інтеграл нормальної системи. Перші інтеграли. Необхідна і достатня умова першого інтеграла. Симетричні системи. Перші інтеграли симетричної системи. Лінійні системи диференціальних рівнянь. Структура загального розв'язку лінійної однорідної та неоднорідної системи. Метод варіації сталих. Лінійні системи з сталими коефіцієнтами.

Елементи теорії стійкості. Означення стійкості та асимптотичної стійкості розв'язку нормальної системи диференціальних рівнянь, геометрична інтерпретація стійкості нульового розв'язку нормальної системи на фазовій площині, зведення задачі дослідження на стійкість розв'язку нормальної системи до задачі до задачі дослідження на стійкість нульового розв'язку, дослідження на стійкість нульового розв'язку ЛОС диференціальних рівнянь з сталими коефіцієнтами за коренями характеристичного рівняння, дослідження на стійкість нульового розв'язку нелінійних систем за першим наближенням.

Тема 7. Рівняння в частинних похідних першого порядку

Поняття рівняння в частинних похідних. Порядок такого рівняння. Приклади. Задача Коші. Геометричний зміст Задачі Коші. Узагальнена задача Коші. Лінійне однорідне рівняння в частинних похідних першого порядку. Лінійне неоднорідне рівняння в частинних похідних першого порядку. Задача Коші та узагальнена задача Коші для таких рівнянь.

Тема 8. Лінійні інтегральні рівняння

Класифікація інтегральних рівнянь. Рівняння Фредгольма другого роду. Характеристичні числа, власні числа та власні функції ядра інтегрального рівняння. Рівняння Фредгольма другого роду з виродженим ядром. Метод послідовних наближень. Ітеровані ядра. Резольвента ядра рівняння Фредгольма. Альтернатива Фредгольма. Рівняння Фредгольма з симетричним ядром. Рівняння Вольтерри другого роду. Метод послідовних наближень. Рівняння Вольтерри з виродженим ядром. Рівняння Вольтерри першого роду.

3. РЕКОМЕНДОВАНА ЛІТЕРАТУРА

1. Ляшко І.І., Боярчук О.К., Гай Я.Г., Калайда О.Ф. Диференціальні рівняння. Київ: “Вища школа”, 1981. – 503 с.
2. Колодій І.М., Верба І.І., Барабаш Г.М. Курс лекцій з теорії диференціальних та інтегральних рівнянь.– Львів: Видавничий центр ЛНУ імені Івана Франка, 2003. – 117 с.
3. Степанов В.В. Курс дифференциальных уравнений. М.: Государственное издательство физико-математической литературы, 1958. – 468 с.
4. Лизоркин П.И. Курс дифференциальных и интегральных уравнений с дополнительными главами анализа. М.: “Наука”, 1981. – с.
5. Федорюк М.В. Обыкновенные дифференциальные уравнения. М.: “Наука”, 1985. – с.
6. Тихонов А.Н., Васильева А.Б., Свешников А.Г. Дифференциальные уравнения. М.: “Наука”, 1980. – с.
7. Бугров Я.С., С.М. Никольский. Высшая математика. Дифференциальные уравнения. Кратные интегралы. Ряды. Функции комплексного переменного. М.: “Наука”, 1987. – 448 с.
8. Амелькин В.В. Дифференциальные уравнения в приложениях. М. “Наука”, 1987. – с.
9. Эльсгольц Л.Э. Дифференциальные уравнения и вариационное исчисление. М.: “Наука”, 1969. – с.
10. Петровский И.Г. Лекции по теории интегральных уравнений. М.: “Наука”, 1960. – с.
11. Зельдович Я.Б., Мышкис А.Д. Элементы прикладной математики. М.: “Наука”, 1972. – с.

4. ФОРМА ПІДСУМКОВОГО КОНТРОЛЮ УСПІШНОСТІ НАВЧАННЯ

Підсумкову оцінку якості засвоєння навчальної програми з дисципліни “Диференціальні та інтегральні рівняння” визначають за результатами іспиту, порядком проведення якого встановлює робоча навчальна програма.

5. ЗАСОБИ ДІАГНОСТИКИ УСПІШНОСТІ НАВЧАННЯ

Оцінювання знань студентів з дисципліни “Диференціальні та інтегральні рівняння” здійснюється за рейтинговою системою, яка є основою кредитно-модульного процесу навчання.

Бально-рейтингова система оцінювання знань студентів складається з таких головних складових:

III семестр

Загальна кількість годин – 90, з них: лекцій – 16, практичних занять – 32, самостійна робота – 42.

Курс поділяється на 3 змістові модулі, за кожен з яких студент може отримати по 15, 20 та 15 балів відповідно, разом це складає 1 модуль, оцінений у 50 балів.

№ з/п	Модуль	Види контролю	К-сть видів	Максимальний бал
1.	Звичайні диференціальні рівняння першого порядку	Контрольне опитування	1	15
2.	Диференціальні рівняння вищих порядків	Колоквіум	1	10
		Контрольне опитування	1	10
3.	Системи диференціальних рівнянь та інтегральні рівняння	Контрольне опитування	1	15

Рейтингова оцінка контролю знань студентів (у балах)

№ з/п	Види контролю	К-сть видів	Сума балів
1.	Колоквіум	1	10
2.	Контрольне опитування	3	40
Загальна сума балів			50

Примітка 1. За пропущені контрольні або колоквіуми без поважних причин студентів виставляється 0 балів.

Примітка 2. Для одержання допуску до іспиту студент повинен набрати не менше 26 балів.

Студент обов'язково складає іспит, де він максимально може набрати 50 балів. Отримані на іспиті бали додаються до балів, набраних студентом під час семестру, і оцінка за іспит ставиться згідно з приведеною нижче таблицею оцінювання знань.

Таблиця оцінювання знань

Бали	Оцінка
90–100	відмінно
81–89	дуже добре
71–79	добре
61–69	задовільно
51–59	достатньо
< 50	незадовільно