

**Львівський національний університет імені Івана Франка**

**Кафедра вищої математики**

**“ЗАТВЕРДЖУЮ”**

Завідувач кафедри вищої математики

Доц. Гаталевич А.І.

“ \_\_\_\_\_ ” \_\_\_\_\_ 2020 року

**РОБОЧА ПРОГРАМА НАВЧАЛЬНОЇ ДИСЦИПЛІНИ**

**Вища математика**

**Галузь знань** 10 Природничі науки  
**Спеціальність** 101 Екологія  
**факультет** Географічний, Геологічний, Біологічний

**2020 – 2021 навчальний рік**

Робоча програма “Вища математика” для студентів за напрямом підготовки  
10 Природничі науки Спеціальність 101 Екологія

Розробник: Тріщ Б.М., доцент кафедри вищої математики, кандидат фізико-  
математичних наук.

Робочу програму схвалено на засіданні кафедри вищої математики

Протокол від “ \_\_\_\_ ” \_\_\_\_\_ 2020 року № \_\_\_\_

Завідувач кафедри вищої математики

\_\_\_\_\_

(Гаталевич А.І.)

©Тріщ Б.М., 2020 рік

## 1. Опис навчальної дисципліни

Найменування показників	Галузь знань, напрям підготовки, освітньо-кваліфікаційний рівень	Характеристика навчальної дисципліни
		денна форма навчання
Кількість кредитів – 3	Галузь знань 10 Природничі науки	Нормативна
	Напрямок підготовки 103 - 101 Екологія	
Модулів – 1		Рік підготовки:
		1-й
Загальна кількість годин - 120		Семестр
		1-й
Тижневих годин для денної форми навчання: аудиторних – 4 самостійної роботи студента – 3	Освітньо-кваліфікаційний рівень: бакалавр	Лекції
		32 год.
		Практичні, семінарські
		32 год.
		Лабораторні
		год.
		Самостійна робота
		56 год.
		Індивідуальні завдання:
		год.
Вид контролю:		
іспит		

Примітка.

Співвідношення кількості годин аудиторних занять до самостійної індивідуальної роботи становить 1,14

## 2. Мета та завдання навчальної дисципліни

Програма вивчення нормативної дисципліни “Вища математика” складена відповідно до місця та значення дисципліни за структурно-логічною схемою, передбаченою освітньо-професійною програмою підготовки бакалавра природничого напрямку і охоплює всі необхідні змістовні модулі.

**Мета дисципліни** — забезпечити належну базову математичну підготовку студентів та сформувати у них вміння застосовувати її для аналізу різноманітних явищ у професійній діяльності.

**Завдання дисципліни** — допомогти студентам засвоїти основи математичного апарату, необхідного для розв'язування теоретичних і практичних задач екології, економіки, хімії, фізики; виробити навички математичного дослідження прикладних математичних задач, зокрема, побудови математичних моделей та їх аналізу при допомозі математичних методів; прищепити студентам уміння самостійно вивчати літературу з математики та її прикладних питань.

Після вивчення курсу студент повинен:

**знати:** основні поняття вищої математики.

**вміти:** вирішувати теоретичні та практичні задачі.

### 3. Програма навчальної дисципліни

#### ЗМІСТОВНИЙ МОДУЛЬ 1.

#### ОСНОВИ ЛІНІЙНОЇ АЛГЕБРИ

##### Тема 1 *Матриці та дії з ними* — 1 год.:

- поняття матриці;
  - види матриць: квадратна, діагональна, одинична, нульова, симетрична, транспонована;
  - дії з матрицями: множення матриці на скаляр, додавання і віднімання матриць, множення матриць.
- Література.* [5]: с. 25-26.

##### Тема 2. *Визначники квадратних матриць, методи їх обчислення та властивості* — 1 год.:

- поняття визначників 2-го і 3-го порядків та їх обчислення;
  - поняття мінора та алгебраїчного доповнення елементів квадратної матриці;
  - поняття визначника  $n$ -го порядку;
  - властивості визначника  $n$ -го порядку;
  - теорема Лапласа;
  - використання властивостей визначника для спрощення його обчислення.
- Література.* [5]: с. 27-30.

##### Тема 3. *Обернена матриця. Ранг матриці* — 1 год.:

- поняття оберненої матриці;
  - доведення теореми про існування та єдиність оберненої матриці;
  - поняття рангу матриці;
  - методи обчислення рангу (метод мінорів, метод елементарних перетворень).
- Література.* [5]: 31-34.

##### Тема 4. *Система лінійних рівнянь* — 3 год.:

- поняття системи рівнянь і запис її у матричному вигляді;
  - системи  $n$  лінійних рівнянь з  $n$  невідомими;
  - метод Кремера;
  - метод оберненої матриці розв'язування системи  $n$  лінійних рівнянь з  $n$  невідомими;
  - теорема Кронекера-Капеллі;
  - метод Гаусса;
  - системи лінійних однорідних рівнянь.
- Література.* [5]: с.38-44.

## ЗМІСТОВНИЙ МОДУЛЬ 2.

### ЕЛЕМЕНТИ ВЕКТОРНОЇ АЛГЕБРИ ТА АНАЛІТИЧНОЇ ГЕОМЕТРІЇ

**Тема 1. Вектори на площині і в просторі та дії з ними** – 1 год.

- поняття вектора на площині і в просторі;
- дії над векторами; проекція вектора на вісь; поняття базису; координати вектора; довжина і напрямні косинуси вектора;
- скалярний добуток векторів і кут між векторами; векторний добуток двох векторів; мішаний добуток трьох векторів.

*Література.* [5]: с. 67-75

**Тема 2. Пряма на площині** — 2 год.

- загальне рівняння прямої та його дослідження; з кутовим коефіцієнтом; яка проходить через дві точки; яка відсікає дані відрізки на осях координат;
- кут між двома прямими, умови паралельності і перпендикулярності прямих;
- відстань від точки до прямої.

*Література.* [5]: с. 80-83.

**Тема 3. Лінії другого порядку на площині** — 1 год.

- канонічне рівняння кола.
- знаходження центру і радіуса кола за загальним його рівнянням;
- канонічне рівняння еліпса та його основні характеристики; канонічне рівняння гіперболи та її основні характеристики; канонічне рівняння параболи та її основні характеристики.

*Література.* [5]: с. 84-89

## ЗМІСТОВНИЙ МОДУЛЬ 3.

### ВСТУП ДО МАТЕМАТИЧНОГО АНАЛІЗУ

**Тема 1. Функція однієї змінної** —

- поняття функції однієї змінної;
- область визначення та область значень функції;
- способи задання функції;
- властивості функції: парність і непарність, монотонність, обмеженість, періодичність;
- основні елементарні функції та їх графіки;
- обернена функція, складна функція;
- класифікація функцій: алгебраїчні і трансцендентні функції;
- перетворення графіків елементарних функцій.

*Література.* [5]: с. 104-114.

## **Тема 2. Границя числової послідовності** — 1 год.:

- числова послідовність як функція натурального аргумента та її границя;
- нескінченно малі та нескінченно великі послідовності;
- теореми про границі числових послідовностей;
- невизначені вирази.

*Література.* [5]: с. 117-125.

## **Тема 3. Границя функції** – 1 год.:

- означення границі функції за Коші та за Гейне та їхня еквівалентність;
- односторонні границі функції в точці;
- нескінченно малі величини, їхні властивості та зв'язок з границею функції;
- нескінченно великі величини, їх властивості, зв'язок з нескінченно малими величинами;
- теореми про границі;
- невизначені вирази, розкриття невизначеностей;
- дві чудові границі;
- еквівалентні нескінченно малі функції;
- асимптотичні формули;
- поняття неперервності функції в точці;
- одностороння неперервність;
- точки розриву функції та їхня класифікація;
- головні властивості неперервних функцій;
- неперервність елементарних функцій.

*Література.* [5]: с. 138-159.

## **ЗМІСТОВНИЙ МОДУЛЬ 4.**

### **ДИФЕРЕНЦІАЛЬНЕ ЧИСЛЕННЯ ФУНКЦІЇ ОДНІЄЇ ЗМІННОЇ**

#### **Тема 1. Похідні та диференціали першого порядку** — 2 год.

- задачі, які приводять до поняття похідної функції;
- поняття похідної функції та її геометричний і фізичний;
- односторонні похідні;
- таблиця похідних елементарних функцій
- правила знаходження похідної суми, різниці, добутку і частки функцій;
- поняття диференційованості функції;
- поняття диференціала першого порядку функції;
- правило обчислення похідної складеної функції;

*Література.* [5]: с. 164-174.

#### **Тема 2. Похідні та диференціали вищих порядків. Основні теореми та формули диференціального числення функції однієї змінної** — 1 год.

- похідні вищих порядків;
- диференціали вищих порядків;
- теореми Ферма, Ролля, Лагранжа та Коші;

- правила Лопітала для розкриття невизначеностей  $\frac{0}{0}, \frac{\infty}{\infty}$ ;
  - формули Тейлора та Маклорена;
  - розклади деяких елементарних функцій за формулою Маклорена та їхнє застосування.
- Література.* [5]: с. 179-192

### **Тема 3. Застосування диференціального числення до дослідження функцій — 2 год.**

- умови зростання і спадання функції;
  - поняття локального екстремума функції та необхідна його умова;
  - достатні умови локального екстремуму функції;
  - найбільше і найменше значення функції на відрізку;
  - опуклість і вгнутість графіка функції;
  - точки перегину графіка функції;
  - асимптоти графіка функції та їх знаходження;
  - схема дослідження функції.
- Література.* [5]: с. 195-201.

## **ЗМІСТОВНИЙ МОДУЛЬ 5.**

### **ІНТЕГРАЛЬНЕ ЧИСЛЕННЯ ФУНКЦІЇ ОДНІЄЇ ЗМІННОЇ**

#### **Тема 1. Невизначений інтеграл, його властивості і методи обчислення — 2 год.**

- поняття первісної функції та невизначеного інтеграла;
  - властивості невизначеного інтеграла;
  - таблиця невизначених інтегралів;
  - метод підстановки;
  - метод інтегрування частинами;
  - інтегрування простих раціональних дробів;
  - поняття про метод інтегрування раціональних дробів;
  - про типи інтегралів, які зводяться до інтегралів від раціональних дробів;
  - інтеграли від квадратичних ірраціональностей;
  - інтегрування тригонометричних функцій;
  - універсальна тригонометрична підстановка;
  - про інтеграли, які не виражаються через елементарні функції.
- Література.* [5]: с. 216-226.

#### **Тема 2. Визначений інтеграл, його властивості, обчислення і застосування — 2 год.**

- задачі, які приводять до поняття визначеного інтеграла;
- поняття інтегральної суми і визначеного інтеграла;
- властивості визначеного інтеграла;



- теорема про середнє значення та її застосування;
  - формула Ньютона-Лейбніца обчислення визначеного інтеграла.
  - метод підстановки обчислення визначеного інтеграла;
  - формула інтегрування частинами визначеного інтеграла;
  - наближені методи обчислення визначеного інтеграла;
  - обчислення площ криволінійних фігур та об'ємів тіл за допомогою визначеного інтеграла;
  - застосування визначеного інтеграла.
- Література.*[5]: с. 229-235.

## ЗМІСТОВНИЙ МОДУЛЬ 6. ФУНКЦІЇ БАГАТЬОХ ЗМІННИХ

### Тема 1. *Поняття функції багатьох змінних, її границя та неперервність* — 0,5 год.:

- поняття функції багатьох змінних;
  - область визначення, область значень та графічне зображення функції;
  - границя функції багатьох змінних;
  - неперервність функції багатьох змінних;
  - властивості функцій багатьох змінних..
- Література.* [5]: с. 250-260.

### Тема 2. *Диференціальне числення функцій багатьох змінних* — 1,5 год.:

- частинний і повний прирости функції;
  - частинні похідні функції та їх геометричний зміст;
  - повний диференціал функції та його геометричний зміст;
  - застосування повного диференціалу функції до наближених обчислень;
  - похідна за напрямом та градієнт функції;
  - частинні похідні вищих порядків;
  - диференціали вищих порядків; .
- Література.*[5]: с. 263-276.

### Тема 3. *Екстремум функцій багатьох змінних* — 1 год.:

- поняття локального екстремуму функції;
  - необхідна умова екстремуму функції;
  - достатні умови екстремуму функції;
  - метод найменших квадратів;
  - найбільше та найменше значення функції у замкненій області;
  - поняття та математична постановка задачі на умовний екстремум; .
  - зведення задачі на умовний екстремум до задачі на безумовний екстремум;
  - метод множників Лагранжа;
  - достатні умови умовного екстремуму;
- Література.* [5]: с. 277-280.

## ЗМІСТОВНИЙ МОДУЛЬ 7.

### Числові та степеневі ряди

#### Тема 1. Числові ряди та їхня збіжність — 1 год.

- поняття числового ряду та його суми;
- властивості збіжних числових рядів;
- необхідна умова збіжності числового ряду; достатні ознаки збіжності числових рядів з додатними елементами; ознака порівняння;
- знакопереміжні ряди; ознака Лейбніца; абсолютна та умовна збіжність.

*Література.* [5]: с. 309-315.

#### Тема 2. Степеневі ряди. — 1 год.

- поняття степеневого ряду; радіус та область збіжності степеневого ряду;
- ряди Маклорена і Тейлора;
- розвинення функцій  $y = e^x$ ,  $y = \cos x$ ,  $y = \sin x$  у степеневі ряди; розвинення функцій  $y = (1+x)^\alpha$ ,  $y = \ln(1+x)$  у степеневі ряди; застосування степеневих рядів до наближених обчислень.

*Література.* [5]: с. 317-320.

## ЗМІСТОВНИЙ МОДУЛЬ 8.

### ДИФЕРЕНЦІАЛЬНІ РІВНЯННЯ

#### Тема 1. Диференціальні рівняння першого порядку — 2 год.

- поняття диференціального рівняння першого порядку, його частинний і загальний розв'язки;
- диференціальні рівняння з відокремлюваними змінними;
- задача Коші для диференціального рівняння 1-го порядку і теорема про існування і єдиність її розв'язку.
- однорідні диференціальні рівняння першого порядку;
- лінійні диференціальні рівняння першого порядку;

*Література.* [5]:, с. 322-332

#### Тема 2. Диференціальні рівняння другого порядку — 4 год

- диференціальні рівняння другого порядку зі сталими коефіцієнтами

*Література.* [5]:, с. 344-350.

#### 4. Структура навчальної дисципліни

Назви змістових модулів і тем	Кількість годин					
	Денна форма					
	Усього	у тому числі				
		л	п	лаб	інд	ср
1	2	3	4	5	6	7
<b>Змістовий модуль 1. Основи лінійної алгебри</b>						
Тема 1.	4	1	2			1
Тема 2.	4	1	2			1
Тема 3.	5	1	2			2
Тема 4.	8	3	2			3
Разом за змістовний модуль 1	21	6	8			7
<b>Змістовний модуль 2. Векторна алгебра та аналітична геометрія</b>						
Тема 1.	3	1	1			1
Тема 2.	5	2	1			2
Тема 3.	3	1	1			1
Разом за змістовний модуль 2	11	4	3			4
<b>Змістовний модуль 3. Вступ до математичного аналізу</b>						
Тема 1.	2		1			1
Тема 2.	4	1	1			2
Тема 3.	3	1	1			1
Разом за змістовний модуль 3	9	2	3			4
<b>Змістовний модуль 4. Диференціальне числення функцій однієї змінної</b>						
Тема 1.	5	2	1			2
Тема 2.	6	1	1			4
Тема 3.	8	2	2			4
Разом за змістовний модуль 4	19	5	4			10
<b>Змістовний модуль 5. Інтегральне числення функцій однієї змінної</b>						
Тема 1.	8	2	2			4
Тема 2.	8	2	2			4
Разом за змістовний модуль 5	16	4	4			8
<b>Змістовний модуль 6. Функції багатьох змінних</b>						
Тема 1.	3,5	0,5	1			2
Тема 2.	4,5	1,5	1			2
Тема 3.	4	1	1			2
Разом за змістовний модуль 6	12	3	3			6

<b>Змістовний модуль 7. Числові та функціональні ряди</b>						
<b>Тема 1.</b>	4	1	2			2
<b>Тема 2.</b>	6	1	1			2
Разом за змістовний модуль 7	11	2	3			4
<b>Змістовний модуль 8. Диференціальні рівняння</b>						
<b>Тема 1.</b>	10	2	2			6
<b>Тема 2.</b>	13	4	2			7
Разом за змістовний модуль 8	23	6	4			13
<b>Усього годин</b>	<b>120</b>	<b>32</b>	<b>32</b>			<b>56</b>

## **5. Теми практичних занять**

1. Матриці та дії над ними — 2 год.
2. Визначники, властивості, методи обчислення — 2 год.
3. Обернена матриця, ранг матриці — 2 год.
4. Системи лінійних рівнянь — 2 год.
5. Вектори та дії над ними — 1 год.
6. Пряма на площині — 1 год.
7. Лінії другого порядку на площині — 1 год.
8. Функції однієї змінної. Основні поняття — 1 год.
9. Границя числової послідовності — 1 год.
10. Границя функції однієї змінної — 1 год.
11. Похідні та диференціали першого порядку — 1 год.
12. Похідні та диференціали вищих порядків — 1 год.
13. Застосування похідної — 2 год.
14. Невизначений інтеграл, його властивості і методи обчислення — 2 год.
15. Визначений інтеграл — 2 год.
16. Поняття функції багатьох змінних, знаходження області визначення, побудова ліній рівня — 1 год.
17. Диференціальне числення функцій багатьох змінних — 1 год.
18. Екстремум функцій багатьох змінних — 1 год.
19. Числові ряди — 2 год.
20. Степеневі ряди — 1 год.
21. Диференціальні рівняння першого порядку — 2 год.
22. Диференціальні рівняння другого порядку — 2 год.

## **6. Самостійна робота**

1. Матриці та дії над ними — 1 год.
2. Визначники, властивості, методи обчислення — 1 год.
3. Обернена матриця, ранг матриці — 2 год.
4. Системи лінійних рівнянь — 3 год.
5. Вектори та дії над ними — 1 год.
6. Пряма на площині — 2 год.
7. Лінії другого порядку на площині — 1 год.
8. Функції однієї змінної. Основні поняття — 1 год.
9. Границя числової послідовності — 2 год.
10. Границя функції однієї змінної — 1 год.
11. Похідні та диференціали першого порядку — 2 год.
12. Похідні та диференціали вищих порядків — 4 год.
13. Застосування похідної — 4 год.
14. Невизначений інтеграл, його властивості і методи обчислення — 4 год.
15. Визначений інтеграл — 4 год.
16. Поняття функції багатьох змінних, знаходження області визначення, побудова ліній рівня — 2 год.
17. Диференціальне числення функцій багатьох змінних — 2 год.
18. Екстремум функцій багатьох змінних — 2 год.
19. Числові ряди — 2 год.
20. Степеневі ряди — 2 год.
21. Диференціальні рівняння першого порядку — 4 год.
22. Диференціальні рівняння другого порядку — 4 год.
23. Основні поняття описової статистики — 5 год.

## **7. Методи навчання**

Виклад на лекціях теоретичного матеріалу. Розв'язування задач на практичних заняттях.

## **8. Методи контролю**

Перевірка виконання домашніх завдань, поточне опитування теоретичного матеріалу, перевірка виконання індивідуальних домашніх завдань, проведення контрольних робіт.

## 9. Розподіл балів, які отримують студенти

Поточне тестування та самостійна робота			Екзамен	Сума
Змістовний модуль № 1-2	Змістовний модуль № 3-5	Змістовний модуль № 6-9	50	100
10	25	15		

### Шкала оцінювання: національна та ECTS

Сума балів за всі види навчальної діяльності	Оцінка ECTS	Оцінка за національною шкалою	
		для екзамену, курсового проекту(роботи), практики	для заліку
90-100	A	відмінно	зараховано
81-89	B	добре	
71-80	C		
61-70	D	задовільно	
51-60	E		
10-50	FX	незадовільно з можливістю повторного складання	незараховано з можливістю повторного складання
0-9	F	незадовільно з обов'язковим повторним вивченням дисципліни	незараховано з обов'язковим повторним вивченням дисципліни

## Рекомендована література

1. Б.М. Тріщ. Основи вищої математики. Навчальний посібник.– Львів. Видавничий центр ЛНУ імені Івана Франка. 2006. 385 с.
2. Б.М. Тріщ. Основи вищої математики. Теореми, приклади і задачі. Навчальний посібник. – Львів. Видавничий центр ЛНУ імені Івана Франка. 2008. 403 с.
3. Ковальчук Б.В., Тріщ Б.М. Основи аналітичної геометрії та лінійної алгебри. Навчальний посібник. –Львів. Видавничий центр ЛНУ імені Івана Франка. 2002. 270 с.
4. Тріщ Б.М. Аналітична геометрія і лінійна алгебра. Курс лекцій. –Львів. Видавничий центр ЛНУ імені Івана Франка. 2004. 245 с.
5. Тріщ Б.М. Математичний аналіз. Частина 1. Вступ у математичний аналіз. Курс лекцій. –Львів. Видавничий центр ЛНУ імені Івана Франка. 2004. 209с.
6. Тріщ Б.М. Математичний аналіз. Частина 2. Диференціальне та інтегральне числення функцій однієї змінної. Ряди. Курс лекцій. –Львів. Видавничий центр ЛНУ імені Івана Франка. 2004. 223 с.
7. Тріщ Б.М. Математичний аналіз. Частина 3. Функції багатьох змінних. Диференціальні рівняння. Курс лекцій. –Львів. Видавничий центр ЛНУ імені Івана Франка. 2004. 223 с.
8. Бабенко В.В., Зіневич А.Г., Кічура С.М., Тріщ Б.М., Цаповська Ж.Я. Збірник задач з вищої математики. –Львів. Видавничий центр ЛНУ імені Івана Франка. 2005. 255 с.
9. Б.М. Тріщ Вища математика. Збірник індивідуальних завдань. Навчальний посібник. Львів. Видавничий центр ЛНУ імені Івана Франка. 2020. 149 с.