

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ**

**Львівський національний університет імені Івана Франка**

## **Вища математика для економістів**

### **ПРОГРАМА Навчальної дисципліни**

**галузь знань  
спеціальність**

**07 “Управління та адміністрування”  
072 “Фінанси, банківська справа та страхування”**

**факультет**

**економічний**

РОЗРОБЛЕНО ТА ВНЕСЕНО

кафедра вищої математики

РОЗРОБНИК ПРОГРАМИ

кандидат фізико-математичних наук,  
доцент Тріщ Б.М.

Обговорено та рекомендовано до затвердження  
Вченою радою механіко-математичного факультету  
29 серпня 2020 року, протокол №1

## ВСТУП

Програма вивчення навчальної дисципліни “Вища математика для економістів” складена відповідно до освітньо-професійної програми підготовки бакалавра спеціальності 072 “Фінанси, банківська справа та страхування.”

**Предметом** вивчення навчальної дисципліни є властивості матриць і визначників, системи лінійних рівнянь, пряма на площині, криві другого порядку, основні властивості функцій, границя функцій, диференціальне числення функцій однієї змінної, інтегральне числення функцій однієї змінної, диференціальне числення функцій багатьох змінних, числові та степеневі ряди, звичайні диференціальні рівняння, різницеві рівняння.

**Міждисциплінарні зв'язки:** курс “Вища математика” є базовим для вивчення курсів теорія ймовірностей, методи оптимізації, фінансова математика, економічних дисциплін, у процесі викладання яких використовуються математичні поняття і методи.

### 1. Мета та завдання навчальної дисципліни

1.1. Метою викладання навчальної дисципліни “Вища математика для економістів” є формування особистості студентів, розвиток їхнього інтелекту і здатності до логічного мислення, формування математичного апарату, необхідного для вирішення теоретичних і практичних завдань в економіці, розвиток аналітичного мислення, вироблення вмій і навиків формалізації та дослідження конкретних проблем.

1.2. Основне завдання вивчення дисципліни “Вища математика для економістів” полягає в тому, щоб допомогти студентам засвоїти основи математичного апарату, необхідного для розв'язування теоретичних і практичних задач економіки; виробити навички математичного дослідження прикладних задач; навчити студентів самостійно опрацьовувати літературу з вищої математики та її застосування до вирішення прикладних задач.

1.3. Згідно з вимогами освітньо-професійної програми студенти повинні:

**знати:** основні поняття та методи вищої математики.

**вміти:** розв'язувати теоретичні та прикладні задачі, застосовувати математичні методи для аналізу соціально-економічних процесів.

На вивчення навчальної дисципліни відводиться **240** годин **8** кредитів ЄКТС.

## **2. Інформаційний обсяг навчальної дисципліни**

### **ЗМІСТОВНИЙ МОДУЛЬ 1. ОСНОВИ МАТЕМАТИКИ**

#### ***Тема 1. Предмет і метод математики***

Головні етапи розвитку математики; математичні поняття і методи як моделі процесів природи та економіки; поняття множини як первісного поняття математики. Класифікація множин; числові множини: множина цілих чисел, множина раціональних чисел, множина дійсних чисел; арифметичні та логічні операції над множинами; модуль дійсного числа, його властивості та геометричний зміст.

#### ***Тема 2. Комплексні числа та дії з ними***

Необхідність розширення поняття дійсного числа; поняття комплексного числа та його геометричне зображення; дії з комплексними числами в алгебраїчній формі; модуль, аргумент і тригонометрична форма комплексного числа; дії з комплексними числами у тригонометричній формі.

#### ***Тема 3. Метод математичної індукції та основи комбінаторики***

Поняття методу математичної індукції та схема його застосування; поняття перестановок, розміщень і комбінацій та формули для обчислення їх числа; застосування основних понять комбінаторики для аналізу економічних ситуацій; біном Ньютона та властивості коефіцієнтів його розкладу.

### **ЗМІСТОВНИЙ МОДУЛЬ 2. ОСНОВИ ЛІНІЙНОЇ АЛГЕБРИ ТА ЇЇ ЗАСТОСУВАННЯ В ЕКОНОМІЦІ**

#### ***Тема 1. Матриці та дії з ними***

Поняття матриці та її економічне тлумачення; види матриць: квадратна, діагональна, одинична, нульова, симетрична, транспонована; дії з матрицями: множення матриці на скаляр, додавання і віднімання матриць, множення матриць; застосування матриць в економічних розрахунках.

#### ***Тема 2. Визначники квадратних матриць, методи їх обчислення та властивості***

Поняття визначників 2-го і 3-го порядків та їх обчислення; поняття визначника  $n$ -го порядку; поняття мінора та алгебраїчного доповнення елементів квадратної матриці; теорема Лапласа; властивості визначника  $n$ -го порядку та їх використання для спрощення його обчислення .

#### ***Тема 3. Обернена матриця. Ранг матриці***

Поняття оберненої матриці та її знаходження; поняття рангу матриці; методи обчислення рангу (метод мінорів, метод елементарних перетворень).

#### **Тема 4. Системи лінійних рівнянь та їх застосування в економіці**

Поняття системи рівнянь і запис її у матричному вигляді; системи  $n$  лінійних рівнянь з  $n$  невідомими; метод Кремера; метод оберненої матриці розв'язування системи  $n$  лінійних рівнянь з  $n$  невідомими; теорема Кронекера-Капеллі; метод Гаусса. Системи лінійних однорідних рівнянь; фундаментальна система розв'язків системи лінійних однорідних рівнянь; побудова загального розв'язку системи рівнянь за допомогою фундаментальної системи; модель Леонтьєва.

#### **Тема 5. Векторні простори**

Поняття  $n$ -вимірного вектора і векторного простору; лінійна залежність і незалежність векторів; базис векторного простору; розклад вектора за базисом, перехід від одного базису до іншого; евклідів простір.

#### **Тема 6. Власні числа і власні вектори матриці**

Поняття власного числа і власного вектора матриці; знаходження власних чисел і власних векторів матриці; лінійна модель економічного обміну;

#### **Тема 7. Квадратичні форми**

Поняття квадратичної форми та її канонічного вигляду; метод Лагранжа зведення квадратичної форми до канонічного виду; класифікація квадратичних форм; критерій Сильвестра знаковизначеності квадратичної форми.

### **ЗМІСТОВНИЙ МОДУЛЬ 3. ВЕКТОРНА АЛГЕБРА**

#### **Тема 1. Вектори на площині і в просторі та дії з ними — 2 год.**

Поняття вектора на площині і в просторі; дії над векторами; проекція вектора на вісь; поняття базису; координати вектора; довжина і напрямні косинуси вектора; скалярний добуток векторів і кут між векторами; векторний добуток двох векторів; мішаний добуток трьох векторів;

### **ЗМІСТОВНИЙ МОДУЛЬ 4. АНАЛІТИЧНА ГЕОМЕТРІЯ**

#### **Тема 1. Пряма на площині**

Поняття рівняння лінії на площині; рівняння прямої: а) з кутовим коефіцієнтом; б) яка проходить через дві точки; в) яка відсікає дані відрізки на осях координат; кут між двома прямими, умови паралельності і перпендикулярності прямих; загальне рівняння прямої та його дослідження; відстань точки до прямої; пряма лінія як математична модель економічних процесів.

## **Тема 2. Лінії другого порядку на площині**

Загальне рівняння лінії 2-го порядку на площині; нормальне рівняння кола. Знаходження центру і радіуса кола за загальним його рівнянням; канонічне рівняння еліпса та його основні характеристики; канонічне рівняння гіперболи та її основні характеристики; канонічне рівняння параболи та її основні характеристики; лінії другого порядку як математичні моделі економічних процесів.

## **Тема 3. Площина і пряма у просторі**

Поняття рівняння поверхні у просторі. Рівняння сфери; рівняння площини, яка проходить через дану точку і перпендикулярно до даного вектора; загальне рівняння площини у просторі та його дослідження; кут між двома площинами та умови паралельності і перпендикулярності двох площин; рівняння прямої у просторі, яка проходить через дану точку і паралельно до даного вектора (канонічне рівняння прямої); пряма як перетин двох площин у просторі та зведення його до канонічного рівняння; кут між двома прямими у просторі та умови паралельності і перпендикулярності двох прямих; кут між прямою і площиною у просторі та умови паралельності і перпендикулярності прямої і площини у просторі.

# **ЗМІСТОВНИЙ МОДУЛЬ 5.**

## **ВСТУП ДО МАТЕМАТИЧНОГО АНАЛІЗУ**

### **Тема 1. Функція однієї змінної.**

Поняття функції однієї змінної; область визначення та область значень функції; способи задання функції; властивості функції: парність і непарність, монотонність, обмеженість, періодичність; основні елементарні функції та їх графіки; обернена функція, складна функція; класифікація функцій: алгебраїчні і трансцендентні функції; перетворення графіків елементарних функцій; застосування функцій в економіці.

### **Тема 2. Границя числової послідовності**

Числова послідовність як функція натурального аргумента та її границя; нескінченно малі та нескінченно великі послідовності; теореми про границі числових послідовностей; невизначені вирази; елементи математики фінансів (прості та складні відсотки, розрахунок ренти, погашення боргу).

### **Тема 3. Границя функції**

Означення границі функції за Коші та за Гейне та їхня еквівалентність; односторонні границі функції в точці; нескінченно малі величини, їхні властивості та зв'язок з границею функції; нескінченно великі величини, їх властивості, зв'язок з нескінченно малими величинами; теореми про границі; невизначені вирази, розкриття невизначеностей; дві чудові границі; неперервне нарахування відсотків; еквівалентні нескінченно малі функції; асимптотичні формули; поняття неперервно-

сті функції в точці; одностороння неперервність; точки розриву функції та їхня класифікація; головні властивості неперервних функцій; неперервність елементарних функцій.

## **ЗМІСТОВНИЙ МОДУЛЬ 6. ДИФЕРЕНЦІАЛЬНЕ ЧИСЛЕННЯ ФУНКЦІЙ ОДНІЄЇ ЗМІННОЇ**

### **Тема 1. Похідні та диференціали першого порядку**

Задачі, які приводять до поняття похідної функції; поняття похідної функції та її геометричний, фізичний і економічний зміст; односторонні похідні; поняття диференційованості функції; зв'язок між диференційованістю і неперервністю функції; поняття диференціала першого порядку функції; інваріантність форми першого диференціала; схема обчислення похідної функції і виведення формул для похідних функцій:  $y = x^n$ ,  $y = \sin x$ ,  $y = \cos x$ ,  $y = \ln x$ ; правила диференціювання суми, різниці, добутку і частки функцій та формула для похідної функції  $y = \operatorname{tg} x$ ,  $y = \operatorname{ctg} x$ . правило обчислення похідної складеної функції; правила обчислення похідних оберненої і неявної функцій; виведення формул для похідних функцій  $y = e^x$ ,  $y = \arcsin x$ ,  $y = \operatorname{arctg} x$ ; виведення формул для похідних функцій  $y = a^x$ ,  $y = \arccos x$ ,  $y = \operatorname{arcctg} x$ ,  $y = x^\alpha$ ,  $y = \sqrt{x}$ ; зведена таблиця похідних елементарних функцій і правил диференціювання;

### **Тема 2. Похідні та диференціали вищих порядків. Основні теореми та формули диференціального числення функції однієї змінної**

Похідні вищих порядків; диференціали вищих порядків; похідні функцій заданих параметрично; теореми Ферма, Ролля, Лагранжа та Коші; правила Лопіталя для розкриття невизначеностей  $\frac{0}{0}$ ,  $\frac{\infty}{\infty}$ ; формули Тейлора та Маклорена; розклади деяких елементарних функцій за формулою Маклорена та їхнє застосування.

### **Тема 3. Застосування диференціального числення до дослідження функцій**

Умови зростання і спадання функції; поняття локального екстремуму функції та необхідна його умова; достатні умови екстремуму функції; найбільше і найменше значення функції на відрізку; опуклість і вгнутість графіка функції; точки перегину графіка функції; асимптоти графіка функції та їх знаходження; схема дослідження функції.

### **Тема 4. Застосування диференціального числення функцій однієї змінної до задачі моделей економіки**

Еластичність функції та її геометрична інтерпретація; еластичність деяких елементарних функцій; типи еластичностей в економіці; граничні, або маргінальні величини в економіці; максимізація прибутку; аналіз витрат: визначення ліквіда-

ційної ціни продукції фірми і найменші граничні витрати; оптимізація оподаткування підприємств; закон спадної ефективності виробництва.

## **ЗМІСТОВНИЙ МОДУЛЬ 7. ІНТЕГРАЛЬНЕ ЧИСЛЕННЯ ФУНКЦІЙ ОДНІЄЇ ЗМІННОЇ**

### **Тема 1. *Невизначений інтеграл, його властивості і методи обчислення***

Поняття первісної функції та невизначеного інтеграла; властивості невизначеного інтеграла; таблиця невизначених інтегралів; обчислення невизначеного інтеграла, використовуючи незалежність його від вибору змінної: метод підстановки; метод інтегрування частинами; інтегрування простих раціональних дробів; поняття про метод інтегрування раціональних дробів; про типи інтегралів, які зводяться до інтегралів від раціональних дробів; інтеграли від квадратичних ірраціональностей; інтегрування тригонометричних функцій; універсальна тригонометрична підстановка; про інтеграли, які не виражаються через елементарні функції.

### **Тема 2. *Визначений інтеграл, його властивості, обчислення і застосування***

Задачі, які приводять до поняття визначеного інтеграла; поняття інтегральної суми і визначеного інтеграла; геометричний та економічний зміст визначеного інтеграла; властивості визначеного інтеграла; теорема про середнє значення та її застосування; формула Ньютона-Лейбніца обчислення визначеного інтеграла. Метод підстановки обчислення визначеного інтеграла; формула інтегрування частинами визначеного інтеграла; наближені методи обчислення визначеного інтеграла; обчислення площ криволінійних фігур та об'ємів тіл за допомогою визначеного інтеграла; економічні застосування визначеного інтеграла: обчислення обсягу продукції, додаткового загального прибутку від процентів вкладу і т.п.

### **Тема 3. *Невластиві інтеграли***

Невластиві інтеграли першого типу; невластиві інтеграли другого типу; теореми порівняння; застосування невластивих інтегралів у фінансах.

## **ЗМІСТОВНИЙ МОДУЛЬ 8 ФУНКЦІЇ БАГАТЬОХ ЗМІННИХ**

### **Тема 1. *Поняття функції багатьох змінних, її границя та неперервність***

Евклідова площа та евклідов простір; множини точок в евклідовому просторі; послідовності точок та їхні границі; поняття функції багатьох; область визначення, область значень та графічне зображення функції; функції багатьох змінних в економіці; границя функції багатьох змінних; неперервність функції багатьох змінних; властивості функцій багатьох змінних.



## **Тема 2. Диференціальне числення функцій багатьох змінних**

Частинний і повний прирости функції; частинні похідні функції та їх геометричний зміст; повний диференціал функції та його геометричний зміст; застосування повного диференціалу функції до наближених обчислень; похідна за напрямом та градієнт функції; застосування частинних похідних та повного диференціалу функції в економічних розрахунках; частинні похідні вищих порядків; диференціали вищих порядків; формула Тейлора для функцій багатьох змінних; поняття неявної функції багатьох змінних; диференціювання неявних функцій багатьох змінних.

## **Тема 3. Екстремум функції багатьох змінних**

Поняття локального екстремуму функції; необхідна умова екстремуму функції; достатні умови екстремуму функції; метод найменших квадратів; найбільше та найменше значення функції у замкненій області; поняття та математична постановка задачі на умовний екстремум; зведення задачі на умовний екстремум до задачі на безумовний екстремум; метод множників Лагранжа; достатні умови умовного екстремуму; застосування екстремуму функції в економічних розрахунках.

## **Тема 4. Кратні та криволінійні інтеграли**

Поняття подвійного інтеграла та його властивості; обчислення подвійних інтегралів; заміна змінних у подвійному інтегралі; деякі геометричні застосування подвійних інтегралів; поняття потрійного інтеграла; поняття криволінійного інтеграла по довжині дуги та його обчислення.

# **ЗМІСТОВНИЙ МОДУЛЬ 9**

## **ЧИСЛОВІ ТА ФУНКЦІОНАЛЬНІ РЯДИ**

### **Тема 1. Числові ряди та їх збіжність**

Поняття числового ряду та його суми; властивості збіжних числових рядів; необхідна умова збіжності числового ряду; достатні ознаки збіжності числових рядів з додатними елементами; ознака порівняння; знакопереміжні ряди; ознака Лейбніца; абсолютна та умовна збіжність; застосування числових рядів в економіці (модель Кейнса).

### **Тема 2. Степеневі ряди**

Поняття функціонального ряду та області його збіжності; поняття степеневих рядів; теорема Абеля і радіус та область збіжності степеневих рядів; ряди Маклорена і Тейлора; розвинення функцій  $y = e^x$ ,  $y = \cos x$ ,  $y = \sin x$  у степеневі ряди; розвинення функцій  $y = (1+x)^\alpha$ ,  $y = \ln(1+x)$  у степеневі ряди; застосування степеневих рядів до наближених обчислень.

### Тема 3. Ряди Фур'є

Ряд Фур'є  $2\pi$  - періодичної функції; ряд Фур'є  $2l$  - періодичної функції; ряди Фур'є парних і непарних функцій; ряд Фур'є неперіодичної функції.

## ЗМІСТОВНИЙ МОДУЛЬ 10

### ДИФЕРЕНЦІАЛЬНІ ТА РІЗНИЦЕВІ РІВНЯННЯ

#### Тема 1. Диференціальні рівняння першого порядку

Поняття диференціального рівняння першого порядку, його частинний і загальний розв'язки; економічні задачі, що потребують використання диференціальних рівнянь; диференціальні рівняння з відокремлюваними змінними; задача Коші для диференціального рівняння 1-го порядку і теорема про існування і єдиність її розв'язку. однорідні диференціальні рівняння першого порядку; рівняння першого порядку, які зводяться до однорідних; лінійні диференціальні рівняння першого порядку; рівняння 1-го порядку, що зводяться до лінійних; макроекономічні моделі динаміки національного доходу та їх аналіз при допомозі розв'язків лінійного неоднорідного диференціального рівняння першого порядку.

#### Тема 2. Диференціальні рівняння вищих порядків. Системи рівнянь. Різницеві рівняння. Застосування до задач та моделей економіки

Поняття диференціальних рівнянь вищих порядків; диференціальні рівняння які допускають пониження порядку; поняття диференціального рівняння другого порядку та його частинного і загального розв'язків; лінійне однорідне диференціальне рівняння другого порядку: загальний і частинний розв'язки рівняння; структура загального розв'язку лінійного однорідного диференціального рівняння другого порядку; знаходження загального розв'язку лінійного однорідного диференціального рівняння 2-го порядку з сталими коефіцієнтами методом Ейлера; знаходження загального розв'язку лінійного однорідного диференціального рівняння вищого порядку з сталими коефіцієнтами методом Ейлера. Структура загального розв'язку лінійного неоднорідного диференціального рівняння 2-го порядку; знаходження частинного розв'язку лінійного неоднорідного диференціального рівняння 2-го порядку методом варіації сталих; знаходження частинного розв'язку лінійного неоднорідного диференціального рівняння 2-го порядку методом незначених коефіцієнтів; знаходження розв'язків лінійних диференціальних рівнянь вищих порядків; системи лінійних диференціальних рівнянь; поняття про різницеві диференціальні рівняння; модель природного зростання випуску продукції; динамічна модель Кейнса.

### **3. Рекомендована література**

1. Б.М. Тріщ. Вища математика для економістів. Підручник. Львів. Видавничий центр ЛНУ імені Івана Франка. 2011. 552 с.
2. Б.М. Тріщ. Основи вищої математики. Навчальний посібник.– Львів. Видавничий центр ЛНУ імені Івана Франка. 2006. 385 с.
3. Б.М. Тріщ. Основи вищої математики. Теореми, приклади і задачі. Навчальний посібник. – Львів. Видавничий центр ЛНУ імені Івана Франка. 2008. 403 с.
4. Б.М. Тріщ Збірник індивідуальних завдань з вищої математики. Навчальний посібник. Львів. Видавничий центр ЛНУ імені Івана Франка. 2017. 318 с.
5. Бабенко В.В., Зіневич А.Г., Кічура С.М., Тріщ Б.М., Цаповська Ж.Я. Збірник задач з вищої математики. –Львів. Видавничий центр ЛНУ імені Івана Франка. 2005. 255 с.

#### **4. Форма підсумкового контролю успішності навчання: екзамен**

**5. Засоби діагностики успішності навчання:** опитування студентів, контрольні роботи, самостійні індивідуальні завдання.