


МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
Львівський національний університет імені Івана Франка
Механіко-математичний факультет
Кафедра алгебри, топології та основ математики



Затверджено
На засіданні кафедри алгебри,
топології та основ математики
механіко-математичного
факультету
Львівського національного
університету імені Івана Франка
(протокол № _____
_____ 2020 р.)

від

Завідувач кафедри алгебри,
топології та основ математики

проф. Зарічний М.М.

**Силабус з навчальної дисципліни
«ЛІНІЙНА АЛГЕБРА»,
що викладається в межах ОПІ «Середня освіта (Математика)»
першого (бакалаврського) рівня вищої освіти
для здобувачів зі спеціальності 111 «Математика»**

Назва дисципліни	Лінійна алгебра
Адреса викладання дисципліни	Львівський національний університет імені Івана Франка, механіко-математичний факультет, м. Львів, вул. Університетська, 1, 79000
Факультет та кафедра, за якою закріплена дисципліна	Механіко-математичний факультет, кафедра алгебри, топології та основ математики
Галузь знань, шифр та назва спеціальності	11 Математика та статистика, 111 Математика
Викладач дисципліни	Романів Олег Миколайович, кандидат фізико-математичних наук, доцент, доцент кафедри алгебри, топології та основ математики; Мельник Іванна Орестівна, кандидат фізико-математичних наук, доцент, доцент кафедри алгебри, топології та основ математики; Малоїд-Глебова Марта Олександрівна, кандидат фізико-математичних наук, доцент кафедри алгебри, топології та основ математики;
Контактна інформація викладачів	Роб. тел. (032) 239 41 72 e-mail: oleh.romaniv@lnu.edu.ua , ivanna.melnyk@lnu.edu.ua , marta.maloid-glebova@lnu.edu.ua м. Львів, вул. Університетська, 1, ауд. 375.
Консультації з питань навчання по дисципліні відбуваються	Консультації в день проведення лекцій або практичних занять (за попередньою домовленістю). Можливі консультації онлайн через Telegram, а також в Zoom (за попередньою домовленістю). Для погодження часу консультацій слід писати на електронну пошту викладача.
Сторінка дисципліни	http://mmf.lnu.edu.ua/algstu/446 http://mmf.lnu.edu.ua/algstu/301 https://e-learning.lnu.edu.ua/course/view.php?id=985 http://e-learning.lnu.edu.ua/course/view.php?id=3340
Інформація про дисципліну	Дисципліна «Лінійна алгебра» є нормативною дисципліною зі спеціальності 111 «Математика» для освітньої програми першого (бакалаврського) рівня вищої освіти, яка викладається в першому і другому семестрах в обсязі 7 кредитів (за Європейською Кредитно-Трансферною Системою ECTS) (перший семестр – 3 кредити, другий семестр – 4 кредити).
Коротка анотація дисципліни	Вивчення дисципліни «Лінійна алгебра» необхідне для засвоєння матеріалу пов'язаних з нею дисциплін, які будуть викладатись на курсах, а також дозволить майбутнім фахівцям використовувати набуті знання в

	<p>своїй професійній діяльності. Саме тому у курсі розглядаються системи лінійних рівнянь і методи їх розв'язування, лінійний простір, евклідов простір, теорія лінійних операторів, білінійні та квадратичні форми. Даний курс є фундаментальним курсом для математичних спеціальностей і базовим для вивчення дисциплін як «Загальна алгебра», «Алгебра і теорія чисел», «Математичний аналіз», «Диференціальні рівняння», «Комплексний аналіз», «Функціональний аналіз», спеціальних курсів тощо</p>
<p>Мета та цілі дисципліни</p>	<p>Метою дисципліни «Лінійна алгебра» є ознайомлення та оволодіння сучасними методами, теоретичними положеннями та основними застосуваннями лінійної алгебри в різних задачах математики, економіки, механіки, фізики та інших наук.</p> <p>Завдання дисципліни: вивчення базових понять лінійної алгебри, підготовка до використання набутих знань в подальших навчальних курсах, сприяння розвитку логічного та аналітичного мислення студентів.</p>
<p>Література для вивчення дисципліни</p>	<p style="text-align: center;">Основна</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. <i>Андрійчук В. І., Забавський Б. В.</i> Лінійна алгебра. – Львів: Видавничий центр ЛНУ ім. І.Франка, 2008. – 238 с. 2. <i>Романів О. М.</i> Лінійна алгебра. Частина 2: підручник / Львів: Видавець І.Е. Чижиков, 2014. – 279 с. 3. <i>Андрійчук В. І., Забавський Б. В.</i> Алгебра і теорія чисел. – Львів: ЛНУ ім. І. Франка, 2009. – 266 с. 4. <i>Зеліско В. Р., Зеліско Г. В.</i> Основи лінійної алгебри і аналітичної геометрії. – Львів: Видавничий центр ЛНУ ім. І.Франка, 2011. – 326 с. 5. <i>Зеліско В. Р., Зеліско Г. В.</i> Лінійна алгебра і аналітична геометрія. Практикум. – Львів: Видавничий центр ЛНУ ім. І.Франка, 2014. – 374 с. <p style="text-align: center;">Додаткова</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. <i>Завало С.Т.</i> Курс алгебри. – К.: Вища школа, 1985. – 503 с. 2. <i>Кострикин А. И.</i> Введение в алгебру. Ч. II. Линейная алгебра. – 3-е изд. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2000. – 368 с. 3. <i>Кострикин А. И.</i> Введение в алгебру. Ч. I. Основы алгебры. – 3-е изд. – М.: ФИЗМАТЛИТ, 2004. – 272 с. 4. Сборник задач по алгебре / Под ред. А.И. Кострикина. – М.: Физматлит, 2001. – 464 с. 5. <i>Проскуряков И. В.</i> Сборник задач по линейной алгебре. – 7-е изд. – М.: Наука, 1984. – 336 с.

Обсяг дисципліни	210 годин (90 годин у першому, 120 годин у другому семестрі), з них 128 годин аудиторних занять. З них 64 години лекцій, 64 години лабораторних занять та 72 години самостійної роботи.
Очікувані результати навчання	<p>Після завершення курсу «Лінійна алгебра» студент буде:</p> <p>Знати: основні поняття лінійної алгебри, зокрема такі як матриця, визначник, обернена матриця, ранг матриці, елементарна матриця, система лінійних рівнянь, арифметичний лінійний простір, лінійно залежна та незалежна система векторів, комплексне число, многочлен, найбільший спільний дільник многочленів, корінь многочлена і його кратність, лінійний простір, база лінійного простору, лінійний оператор, жорданова форма матриці лінійного оператора, білінійна функція, квадратична функція, скалярний добуток, евклідів та унітарний простір, ортогональний оператор, самоспряжений оператор.</p> <p>Вміти: розв'язувати системи лінійних алгебраїчних рівнянь, обчислювати визначники, знаходити обернену матрицю, ранг матриці, досліджувати системи лінійних алгебраїчних рівнянь на сумісність та визначеність, знаходити фундаментальну систему розв'язків однорідної системи лінійних рівнянь, виконувати арифметичні дії над комплексними числами, підносити їх до степеня, знаходити корені з комплексних чисел, знаходити найбільший спільний дільник многочленів, розкласти многочлени на незвідні множники, записувати матрицю лінійного оператора, знаходити власні значення та власні вектори лінійного оператора, знаходити жорданову нормальну форму матриці лінійного оператора, ортогоналізувати системи векторів, зводити до канонічного вигляду квадратичні форми.</p>
Ключові слова	Матриця, визначник, система лінійних алгебраїчних рівнянь, комплексне число, многочлен (поліном), корінь многочлена, лінійний простір, база лінійного простору, лінійний оператор, жорданова форма матриці лінійного оператора, евклідів та унітарний простір, ортогональний оператор, самоспряжений оператор, квадратична форма.
Формат дисципліни	Очний, дистанційний, змішаний.
	Проведення лекцій, лабораторних занять та консультацій для кращого розуміння тем.
Теми	<p>Курс складається з чотирьох змістових модулів.</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Матриці та дії над ними 2. Визначники 3. Системи лінійних алгебраїчних рівнянь

	<p>4. Арифметичний лінійний (векторний) простір</p> <p>5. Ранг матриці та його застосування</p> <p>6. Алгебричні структури</p> <p>7. Комплексні числа</p> <p>8. Поліноми від одної змінної</p> <p>9. Лінійні простори</p> <p>10. Лінійні оператори</p> <p>11. Евклідові та унітарні простори</p> <p>12. Оператори в евклідових та унітарних просторах</p> <p>13. Лінійні, білінійні та квадратичні форми</p>
Підсумковий контроль, форма	Іспити в першому і другому семестрах. Іспити проводяться у письмовій формі.
Пререквізити	Для вивчення дисципліни студенти потребують базових знань зі шкільного курсу математики, достатніх для сприйняття категоріального апарату.
Постреквізити	Дисципліна є базовою для вивчення таких дисциплін як «Загальна алгебра», «Алгебра і теорія чисел», «Математичний аналіз», «Диференціальні рівняння», «Комплексний аналіз», «Функціональний аналіз», спеціальних курсів тощо.
Навчальні методи та техніки, які будуть використовуватися під час викладання дисципліни	Лекції, виконання лабораторних робіт, консультації.
Необхідне обладнання	Мультимедійний центр для презентацій.
Критерії оцінювання (окремо для кожного виду навчальної діяльності)	<p>Результати навчальної діяльності студентів в семестрі оцінюються за 100-бальною шкалою.</p> <p>Бали нараховуються за наступним співвідношенням:</p> <p>Контрольні роботи (лабораторні заняття): 25% семестрової оцінки; максимальна кількість балів 25.</p> <p>Колоквіуми (теоретична частина курсу): 25% семестрової оцінки; максимальна кількість балів: 25.</p> <p>Іспит: 50% семестрової оцінки. Максимальна кількість балів: 50.</p>
Політика курсу	<i>Академічна доброчесність.</i> Очікується, що студенти виконуватимуть навчальні завдання, завдання поточного та підсумкового контролю самостійно, не користуються недозволеними засобами, не видають за свої результати роботи інших людей. При використанні чужих ідей і тверджень у власних роботах посилаються на використані джерела інформації.

	<p>Виявлення ознак академічної недоброчесності в письмовій роботі студента є підставою для її незарахування викладачем.</p> <p><i>Література.</i> Література, яку студенти не зможуть знайти самостійно, буде надана викладачем виключно в освітніх цілях без права її передачі третім особам. Студенти заохочуються до використання також й іншої літератури та джерел, яких немає серед рекомендованих.</p> <p><i>Відвідування занять.</i> Очікується, що всі студенти відвідають усі лекції та лабораторні заняття дисципліни. За згоди декана та викладача дозволяється перейти на індивідуальний графік занять. У будь-якому випадку студенти зобов'язані дотримуватися термінів виконання усіх видів робіт, передбачених робочою програмою курсу.</p>
Опитування	Анкету-оцінку з метою оцінювання якості курсу буде надано після завершення курсу.
Питання до екзамену	<p style="text-align: center;">Перший семестр</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Матриці, лінійні операції над ними. 2. Добуток матриць. 3. Транспонована матриця. 4. Системи лінійних алгебричних рівнянь. Форми запису СЛАР. 5. Східчасті матриці та східчасті системи рівнянь. 6. Елементарні перетворення систем лінійних рівнянь. Еквівалентні системи лінійних алгебричних рівнянь. 7. Елементарні перетворення матриць. Елементарні матриці, їх зв'язок з елементарними перетвореннями. 8. Метод Гаусса (виключення невідомих) розв'язування систем лінійних рівнянь. 9. Перестановки, транспозиції. Лема про транспозицію. 10. Визначники n-го порядку, їх властивості. 11. Мінори та алгебричні доповнення. Теорема Лапласа. 12. Розклад визначника за рядком (стовпцем). 13. Визначник добутку матриць. 14. Обернена матриця: існування, єдиність, властивості. 15. Знаходження оберненої матриці методом елементарних перетворень. 16. Матричні рівняння. Матричний метод розв'язування систем лінійних алгебраїчних рівнянь.

	<p>17. Арифметичний лінійний простір \mathbb{R}^n. Вектори та лінійні операції над ними.</p> <p>18. Лінійно залежні та лінійно незалежні системи векторів. Леми про лінійну залежність.</p> <p>19. Теорема про заміну.</p> <p>20. Лема про базисний мінор.</p> <p>21. Ранг матриці (за рядками, стовпцями, мінорами). Теорема про ранг матриці.</p> <p>22. Властивості рангу матриці.</p> <p>23. Теорема Кронекера-Капеллі.</p> <p>24. Формули Крамера.</p> <p>25. Загальний розв'язок системи лінійних алгебричних рівнянь, його структура.</p> <p>26. Однорідні системи лінійних алгебричних рівнянь. Простір розв'язків.</p> <p>27. Фундаментальна система розв'язків однорідної системи лінійних алгебричних рівнянь.</p> <p>28. Алгебричні операції.</p> <p>29. Групи та підгрупи.</p> <p>30. Циклічні підгрупи і групи.</p> <p>31. Групи підстановок.</p> <p>32. Кільця і поля.</p> <p>33. Поле комплексних чисел.</p> <p>34. Алгебрична форма комплексного числа.</p> <p>35. Тригонометрична форма комплексного числа.</p> <p>36. Формула Муавра.</p> <p>37. Корені n-го степеня з комплексного числа.</p> <p>38. Корені n-го степеня з одиниці. Первісні корені n-го степеня з одиниці.</p> <p>39. Кільце многочленів від одної змінної.</p> <p>40. Ділення з остачею в кільці многочленів.</p> <p>41. Найбільший спільний дільник (НСД) і найменше спільне кратне (НСК) в кільці многочленів.</p> <p>42. Алгоритм Евкліда.</p> <p>43. Незвідні многочлени. Канонічний розклад многочлена.</p> <p>44. Корені многочленів і лінійні множники. Теорема Безу та наслідки з неї. Формули Вієта.</p> <p>45. Кратні корені і кратні множники.</p> <p>46. Многочлени над полями дійсних та комплексних чисел. Основна теорема алгебри.</p>
Питання до екзамену	<p style="text-align: center;">Другий семестр</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Лінійні простори. Означення і приклади. 2. Лінійна залежність в лінійному просторі. 3. База і координати вектора стосовно бази. 4. Розмірність лінійного простору.

5. Матриця переходу від однієї бази до іншої. Зв'язок координат вектора в різних базах.
6. Підпростори лінійного простору. Лінійна оболонка.
7. Перетин і сума підпросторів.
8. Пряма сума підпросторів.
9. Розмірність суми підпросторів.
- 10.Ізоморфізми та гомоморфізми лінійних просторів, їх властивості. Ізоморфність лінійних просторів однакової розмірності.
- 11.Лінійні оператори, їх властивості. Матриця лінійного оператора.
- 12.Зв'язок матриць лінійного оператора в різних базах. Подібність матриць.
- 13.Дії над лінійними операторами. Матриці суми, добутку лінійних операторів та добутку оператора на скаляр. Алгебра лінійних операторів.
- 14.Ізоморфність алгебри лінійних операторів та алгебри матриць.
- 15.Ядро і образ лінійного оператора. Ранг і дефект лінійного оператора, зв'язок між ними.
- 16.Невироджений оператор. Обернений оператор.
- 17.Власні значення і власні вектори лінійного оператора. Властивості власних векторів. Власний підпростір. Характеристичний многочлен. Інваріантність характеристичного многочлена.
- 18.Алгебраїчна і геометрична кратність власних значень лінійного оператора.
- 19.Матриці, подібні до діагональної. Лінійні оператори простої структури. Лінійні оператори з простим спектром.
- 20.Жорданова нормальна форма матриці лінійного оператора.
- 21.Теорема Гамільтона-Келі.
- 22.Скалярний добуток в лінійних просторах. Евклідові та унітарні простори.
- 23.Метричні поняття в лінійних просторах зі скалярним добутком. Довжина (норма) вектора. Нерівність Коші-Буняковського. Кут між векторами в евклідовому просторі.
- 24.Ортогональність в лінійному просторі. Ортогональні вектори. Ортогональні та ортонормовані бази.
- 25.Процес ортогоналізації Грама-Шмідта.
- 26.Ортогональні підпростори та ортогональні доповнення.

	<p>27.Спряжений оператор, його існування та єдиність. Матриця спряженого оператора. Властивості спряження.</p> <p>28.Нормальні оператори.</p> <p>29.Ізометричні оператори.</p> <p>30.Матриця і спектр унітарного та ортогонального оператора. Канонічний вигляд матриці ортогонального оператора. Класифікація ортогональних операторів. Теорема Ейлера.</p> <p>31.Самоспряжені оператори. Ермітові та симетричні оператори, їх властивості.</p> <p>32.Лінійні функціонали та лінійні форми.</p> <p>33.Білінійні функціонали та білінійні форми. Матриця білінійної форми в різних базах. Зв'язок матриць білінійної форми в різних базах.</p> <p>34.Симетричні білінійні форми та їх матриці.</p> <p>35.Квадратичні функціонали та квадратичні форми. Матриця і ранг квадратичної форми.</p> <p>36.Зведення квадратичної форми до головних осей.</p> <p>37.Метод Лагранжа зведення квадратичної форми до канонічного вигляду.</p> <p>38.Канонічний та нормальний вигляд квадратичної форми. Інваріанти квадратичних форм.</p> <p>39.Закон інерції дійсної квадратичної форми.</p> <p>40.Додатно визначені квадратичні форми. Критерій Сильвестра.</p>
--	--

Розробники:

Романів О.М.

Мельник І.О.