

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ**  
**Львівський національний університет імені Івана Франка**  
**Механіко-математичний факультет**  
**Кафедра вищої математики**

**Затверджено**

На засіданні кафедри вищої математики  
механіко-математичного факультету  
Львівського національного університету  
імені Івана Франка  
(протокол № 9 від 28.05 2021 р.)

Завідувач кафедри Гаталевич А.І.

---

**Силабус з навчальної дисципліни**

**“ Аналітична геометрія”, що викладається в межах ОПШ**

**“Середня освіта” першого (бакалаврського) рівня вищої освіти  
для здобувачів зі спеціальності –**

**014.08 Середня освіта (Фізика)**

Львів 2021 р.

<b>Назва дисципліни</b>	Аналітична геометрія
<b>Адреса викладання дисципліни</b>	Корпус ЛНУ ім. І. Франка, м. Львів, вул. Драгоманова, 12
<b>Факультет та кафедра, за якою закріплена дисципліна</b>	Механіко-математичний факультет Кафедра вищої математики
<b>Галузь знань, шифр та назва спеціальності</b>	014 Середня освіта 014.08 Середня освіта (Фізика)
<b>Викладачі дисципліни</b>	Жумік Оксана Василівна, доцент кафедри вищої математики
<b>Контактна інформація викладачів</b>	<a href="mailto:oksana.zhumik@lnu.edu.ua">oksana.zhumik@lnu.edu.ua</a> Головний корпус ЛНУ ім. І. Франка, каб. 370. м. Львів, вул. Університетська, 1
<b>Консультації з питань навчання по дисципліні відбуваються</b>	Консультації в день проведення лекцій/практичних занять (за попередньою домовленістю).
<b>Сторінка курсу</b>	<a href="https://new.mmf.lnu.edu.ua/wp-admin/post.php?post=15463&amp;action=edit&amp;lang=uk">https://new.mmf.lnu.edu.ua/wp-admin/post.php?post=15463&amp;action=edit&amp;lang=uk</a>
<b>Інформація про дисципліну</b>	Предметом вивчення аналітичної геометрії і лінійної алгебри є скінченновимірні лінійні векторні простори та їх відображення алгебраїчними методами та вивчення геометричних об'єктів лінійних векторних просторів засобами алгебри і методом координат. Курс розроблено таким чином, щоб надати учасникам основні поняття і висвітлити сучасний стан досліджень у сфері наук про землю, які потребують знань з вищої математики.
<b>Коротка анотація дисципліни</b>	Дисципліна “Аналітична геометрія” є нормативною навчальною дисципліною циклу професійної і практичної підготовки з спеціальності 105 Прикладна фізика та наноматеріали (КТ), яка викладається в 1-му семестрі в обсязі 4-ох кредитів (за Європейською Кредитно-Трансферною Системою ECTS).
<b>Мета та цілі дисципліни</b>	Мета вивчення навчальної дисципліни: володіння математичним апаратом лінійної алгебри та аналітичної геометрії, який повинен бути достатнім для опрацювання математичних моделей, засвоєння студентами базисних понять та методів дослідження, пов'язаних з подальшою практичною діяльністю фахівця; напрацювання навиків самостійного вивчення наукової літератури, дослідження прикладних проблем.
<b>Література для вивчення дисципліни</b>	1. Атанасян Л.С. Геометрія / Атанасян Л.С. — К. : Вища школа, 1976. — 455 с. 2. Александров П.С. Курс аналитической геометрии и линейной алгебры / Александров П.С. — М. : Наука, 1979. — 511 с. 3. Білоусова В.П. Аналітична геометрія / В.П. Білоусова, І.Г. Ільїн та ін. — К. : Вища школа, 1973. — 327 с.

	<p>4. Волошина Т.В. Вибрані питання лінійної алгебри та аналітичної геометрії: навч.посібник / Волошина Т. В. — Луцьк: Вол. нац. ун-т, 2010. — 116 с.</p> <p>5. Гельфанд И.М. Лекции по линейной алгебре. / Гельфанд И. М. — М.: Наука, 1971. — 271 с.</p> <p>6. Ефимов Н.В. Линейная алгебра и многомерная геометрия / Н.В. Ефимов, Э.Р. Розенфорд. — М. : Наука, 1970. — 527 с. 7. Ефимов Н.В. Краткий курс аналитической геометрии / Ефимов Н.В. — М. : Наука, 1980. — 228 с.</p> <p>8. Ілляшенко В.Я. Аналітична геометрія та лінійна алгебра. Навчально-методичний посібник / В.Я. Ілляшенко, В.М. Кремень. — Ч. 1. — Луцьк: РВВ «Вежа» Волин. нац. ун-ту ім. Лесі Українки, 2010. — 152 с.</p> <p>9. Ілляшенко В.Я. Аналітична геометрія та лінійна алгебра. Навчально-методичний посібник / В.Я. Ілляшенко, В.М. Кремень. — Ч.2. Комплексні числа і многочлени. — Луцьк: РВВ «Вежа» Волин. нац. ун-ту ім. Лесі Українки, 2010. — 95с.</p> <p>10. Ильин В.А. Аналитическая геометрия / В.А. Ильин, Е.Г. Позняк Е.Г. — М. : Наука, 1988. — 223 с.</p> <p>11. Ильин В.А. Линейная алгебра / В.А. Ильин, Е.Г. Позняк Е.Г. — М. : Наука, 1974. — 296 с.</p> <p>12. Завало С.Т. Курс алгебри / Завало С. Т. — К. : Вища школа, 1985. — 503 с.</p> <p>Збірники задач</p> <p>1. Атанасян Л. С. Сборник задач по геометрии / Л.С. Атанасян, В.А. Атанасян. — Ч. I. — М. : Просвещение, 1973. — 256 с.</p> <p>2. Дубовик В.П. Вища математика: Збірник задач / В. П. Дубовик, І.І. Юрик. — К.: АКС, 2001. — 648 с.</p> <p>3. Завало С.Т. Алгебра і теорія чисел: Практикум / С.Т. Завало, С.С. Левищенко, В.В. Пилаєв, І.Д. Рокицький. — Ч. 1. — К. : Вища школа, 1983. — 232 с.</p> <p>4. Завало С.Т. Алгебра і теорія чисел: Практикум / С.Т. Завало, С.С. Левищенко, В.В. Пилаєв, І.Д. Рокицький. — Ч. 2. — К. : Вища школа, 1986. — 264 с.</p> <p>5. Икрамов Х.Д. Задачник по линейной алгебре / Икрамов Х.Д. — М. : Наука, 1975. — 320 с.</p> <p>6. Клетеник А.Е. Сборник задач по аналитической геометрии / Клетеник А.Е. — М. : Наука, 1967. — 200 с.</p> <p>7. Окунев Л.Я. Сборник задач по высшей алгебре / Окунев Л.Я. — М. : Наука, 1964. — 183 с.</p> <p>8. Проскуряков И.В. Сборник задач по линейной алгебре / Проскуряков И.В. — М. : Наука, 1974. — 384 с.</p> <p>9. Рудавський Ю.К. Збірник задач з лінійної алгебри та аналітичної геометрії / Рудавський Ю.К. — Львів : Бескид Біт, 2002. — 256 с.</p>
<b>Обсяг курсу</b>	Загальний обсяг: 107 годин. Аудиторних занять: 50 год., з них 16 години лекцій та 32 години практичних занять. Самостійна робота: 57 год.
<b>Очікувані результати навчання</b>	<p>Після завершення курсу «Аналітична геометрія» студенти повинні знати:</p> <ul style="list-style-type: none"> <li>- означення матриці, види матриць та властивості дій над матрицями;</li> <li>- означення та властивості визначника квадратної матриці;</li> <li>- означення лінійної залежності та незалежності систем n-вимірних векторів, їх властивості;</li> <li>- поняття рангу, базису системи векторів, рангу матриці;</li> <li>- різні форми запису і методи розв'язування систем лінійних рівнянь;</li> <li>- основи векторної алгебри;</li> <li>- рівняння прямої на площині, прямої і площини у просторі;</li> <li>- рівняння кривих другого порядку;</li> <li>- поняття векторного простору над полем, евклідового простору;</li> </ul>

	студенти повинні вміти: - обчислювати визначники матриць; - виконувати алгебраїчні операції з матрицями; - знаходити обернену матрицю; - аналізувати та розв'язувати системи лінійних рівнянь; - знаходити фундаментальну систему розв'язків однорідної системи лінійних рівнянь; - обчислювати ранг матриці; - виконувати алгебраїчні операції з векторами; - визначати лінійну залежність та незалежність векторів; - розкласти вектор за довільним базисом; - обчислювати скалярний, векторний та мішаний добуток векторів та застосовувати їх до розв'язання задач; - складати рівняння прямих і площин; - обчислювати кути між прямими та площинами, відстань між точками, між точкою і прямою, між точкою і площиною; - визначати тип ліній другого порядку та зводити її загальне рівняння до канонічного вигляду;
<b>Ключові слова</b>	Вектор, квадратична форма, лінія, площина, крива другого порядку, поверхня.
<b>Формат курсу</b>	Очний, дистанційний Проведення лекцій, практичних занять і консультацій.
<b>Теми</b>	1. Поняття матриці. Дії над матрицями. 2. Визначники другого, третього та $n$ – го порядку, їх властивості. 3. Розв'язування систем лінійних рівнянь методом послідовного виключення невідомих. 4. Векторні простори та їх підпростори. 5. Критерій сумісності системи лінійних рівнянь. Фундаментальна система розв'язків однорідної системи лінійних рівнянь. 6. Поняття вектора. Колінеарність і компланарність векторів. Лінійні операції над векторами. 7. Лінійна залежність векторів. Властивості. Базис простору. Координати вектора в даному базисі. 8. Скалярний, векторний і мішаний добуток векторів. 9. Різні системи координат на площині. 10. Пряма на площині 11. Лінії другого порядку на площині. Еліпс. Гіпербола. Парабола. 12. Площина в просторі. Різні способи її задання. 13. Пряма в просторі. Взаємне розміщення прямої і площини. 14. Поверхні другого порядку.
<b>Підсумковий контроль, форма</b>	Екзамен у кінці семестру.
<b>Пререквізити</b>	Для вивчення курсу студенти потребують базових знань з - Алгебри та основ математичного аналізу - Геометрії
<b>Навчальні методи та техніки, які будуть використовуватися під час викладання курсу</b>	Презентації, лекції, практичні заняття. Індивідуальні завдання
<b>Необхідне обладнання</b>	Комп'ютер із загально вживаним програмним забезпеченням, доступ до Internet мережі.
<b>Критерії оцінювання (окремо для кож-</b>	Оцінювання проводиться за 100-бальною шкалою. Бали нараховуються за наступним співвідношенням:

<p>ного виду навчальної діяльності)</p>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• написання двох тестових модулів: по 50% семестрової оцінки кожен; максимальна кількість балів 100.</li> </ul> <p>Підсумкова максимальна кількість балів – 100.</p> <p><b>Письмові роботи:</b> Очікується, що студенти виконають дві письмові роботи (два тести з теоретичних і лабораторних завдань).</p> <p><b>Академічна доброчесність:</b> Очікується, що роботи студентів будуть їх оригінальними дослідженнями чи міркуваннями. Відсутність посилань на використані джерела, фабрикування джерел, списування, втручання в роботу інших студентів становлять, але не обмежують, приклади можливої академічної недоброчесності. Виявлення ознак академічної недоброчесності в письмовій роботі студента є підставою для її незарахування викладачем, незалежно від масштабів плагіату чи обману.</p> <p><b>Відвідання занять</b> є важливою складовою навчання. Очікується, що всі студенти відвідають усі лекції та практичні заняття курсу. Студенти повинні інформувати викладача про неможливість відвідати заняття. У будь-якому випадку студенти зобов'язані дотримуватися термінів визначених для виконання всіх видів письмових робіт та індивідуальних завдань, передбачених курсом.</p> <p><b>Література.</b> Уся література, яку студенти не зможуть знайти самостійно, буде надана викладачем виключно в освітніх цілях без права її передачі третім особам. Студенти заохочуються до використання також й іншої літератури та джерел, яких немає серед рекомендованих.</p> <p><b>Політика виставлення балів.</b> Враховуються бали набрані при поточному тестуванні, самостійній роботі та бали підсумкового тестування. При цьому обов'язково враховуються присутність на заняттях та активність студента під час практичного заняття; недопустимість пропусків та запізнь на заняття; користування мобільним телефоном, планшетом чи іншими мобільними пристроями під час заняття в цілях не пов'язаних з навчанням; списування та плагіат; несвоєчасне виконання поставленого завдання і т. ін.</p>
<p>Питання до заліку чи екзамену.</p>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Поняття матриці. 2. Дії над матрицями. Означення суми двох матриць. Властивості суми. 3. Добуток матриці на число. Означення. Властивості. 4. Множення матриць. Означення добутку двох квадратних матриць однакового порядку. 5. Множення прямокутних матриць. Які прямокутні матриці можна перемножувати? Яку матрицю одержимо в результаті? 6. Властивості добутку матриць. 7. Поняття мінора матриці. 9. Означення оберненої матриці. Умова існування оберненої матриці та її єдиність. 10. Знаходження оберненої матриці за допомогою алгебраїчних доповнень. 11. Розв'язування матричних рівнянь. Розв'язування систем лінійних рівнянь матричним способом. 12. Знаходження оберненої матриці за допомогою елементарних перетворень рядків.</li> <li>2. Визначники другого, третього та <math>n</math> – го порядку, їх властивості. 1. Перестановки. 2. Інверсії, парність і непарність перестановки. 3. Аналіз будови визначників другого і третього порядків. 4. Означення визначника <math>n</math> – го порядку. 5. Властивості визначника <math>n</math> – го порядку. 6. Способи обчислення визначників. 7. Властивості визначників другого порядку. 8. Поняття визначника третього порядку. 9. Розклад визначника третього порядку за елементами рядка чи стовпця.</li> <li>3. Розв'язування систем лінійних рівнянь методом послідовного виключення невідомих. 1. Основні поняття. Система двох лінійних рівнянь з двома невідомими. Розв'язок системи. Сумісна і несумісна системи. 2. Система <math>m</math> лінійних рівнянь з <math>n</math> невідомими. Рівносильні системи. 3. Елементарні перетворення систем лінійних рівнянь. 4.</li> </ol>

Розв'язування систем лінійних рівнянь методом послідовного виключення невідомих. 5. Правило Крамера. 8

4. Векторні простори та їх підпростори. 1. Означення векторного простору. Приклади. 2. Деякі властивості векторного простору, які впливають з аксіом векторного простору. 3. Лінійна залежність векторів: означення лінійної залежності, лінійної незалежності векторів, властивості. 4. Розмірність базис векторного простору. 5. Зв'язок між розмірністю і базисом векторного простору. 6. Розклад вектора за базисними векторами. Координати вектора. Дії над векторами в координатній формі. 7. Зв'язок між базисами. Матриця переходу від одного базису до іншого. 8. Зв'язок між координатами вектора в різних базисах. 9. Означення підпростору. Критерії підпростору. 10. Перетин двох підпросторів. Сума двох підпросторів. 11. Зв'язок між розмірностями суми двох підпросторів і їх перетину.
5. Критерій сумісності системи лінійних рівнянь. Фундаментальна система розв'язків однорідної системи лінійних рівнянь. 1. Основні поняття. Поняття рангу матриці. Знаходження рангу матриці за допомогою елементарних перетворень рядків матриці. 2. Критерій сумісності системи лінійних рівнянь. Критерій визначеності. 3. Однорідна система лінійних рівнянь. 4. Властивості розв'язків однорідної системи рівнянь. 5. Фундаментальна система розв'язків О.С.Л.Р. 6. Загальний розв'язок О.С.Л. Р. 7. Зв'язок між розв'язками неоднорідної і відповідної їй однорідної системи рівнянь. 8. Розв'язки неоднорідної та відповідної однорідної системи лінійних рівнянь. Підпростір розв'язків однорідної системи лінійних рівнянь. Змістовий модуль 2. Аналітична геометрія на площині.
6. Поняття вектора. Колінеарність і компланарність векторів. Лінійні операції над векторами. 1. Поняття напрямку. Напрявлені відрізки. 2. Поняття вектора. Співнапрявлені і протилежно спрявлені вектори. 3. Довжина вектора. Рівність векторів. 4. Додавання векторів. Властивості додавання. 5. Віднімання векторів. Властивості різниці векторів. 6. Множення вектора на число. Властивості добутку вектора на число. 7. Лема про колінеарні вектори. Поняття векторного простору.
7. Лінійна залежність векторів. Властивості. Базис простору. Координати вектора в даному базисі. 1. Поняття лінійної комбінації векторів. 2. Означення та властивості лінійної залежності векторів. 3. Означення лінійної незалежності векторів. 4. Умова колінеарності двох та компланарності трьох векторів. 5. Теорема про лінійну залежність будь-яких чотирьох векторів простору. 6. Поняття базису простору. Ортонормований базис. 7. Теорема про розклад вектора за базисними векторами. 8. Поняття координат вектора в даному базисі. 9. Координати суми векторів і добутку вектора на число. 10. Умова колінеарності двох векторів в координатах. 11. Умова компланарності трьох векторів в координатах.
8. Скалярний, векторний і мішаний добутки векторів. 1. Скалярний добуток двох векторів і його властивості. Вираз скалярного добутку векторів через координати. 1.1. Проектування на пряму, площину, на вісь. Теореми про проекції векторів. 1.2. Ортогональна проекція вектора на вісь. 1.3. Задачі, які приводять до поняття скалярного добутку. 1.4. Означення скалярного добутку. Означення скалярного добутку векторів через ортогональну проекцію. 1.5. Алгебраїчні властивості скалярного добутку. 1.6. Геометричні властивості скалярного добутку: а) умова перпендикулярності векторів; б) задачі, які розв'язуються за допомогою скалярного добутку. 1.7. Вираз

скалярного добутку векторів через їх координати 2. Векторний добуток векторів і його властивості. Мішаний добуток трьох векторів. 2.1. Орієнтація репера. 2.2. Задачі, які приводять до векторного добутку. 2.3. Означення векторного добутку. 2.4. Алгебраїчні властивості векторного добутку. 2.5. Геометричні властивості векторного добутку. 2.6. Вираз векторного добутку векторів через їх координати. 3. Мішаний добуток векторів. 3.1. Означення мішаного добутку трьох векторів. 3.2. Геометричний зміст мішаного добутку. 3.3. Вираз мішаного добутку векторів через їх координати. 10

9. Різні системи координат на площині. 1. Афінна система координат на площині. 2. Координати точки. 3. Основні задачі в афінній системі координат: а) координати вектора через координати його початку і кінця; б) поділ відрізка в даному відношенні. 4. Прямокутна декартова система координат та основні задачі в прямокутній системі координат: а) відстань між двома точками; б) площа трикутника. 5. Полярна система координат. Різні види полярних координат. 6. Зв'язок між прямокутними і полярними координатами. 7. Перетворення афінних систем координат. 8. Перетворення прямокутних систем координат: а) постановка задачі; б) перетворення координат при перенесенні початку; в) перетворення координат при повороті осей. 9. Дві основні задачі аналітичної геометрії.
10. Пряма на площині 1. Напрямний вектор прямої. 2. Різні способи задання прямої: а) канонічне рівняння; б) параметричні рівняння; в) пряма задана двома точками; г) пряма "у відрізках" на осях; д) загальне рівняння прямої; е) рівняння прямої з кутовим коефіцієнтом. 3. Розміщення прямої відносно системи координат. 4. Взаємне розміщення двох прямих на площині. 11 5. Пучок прямих. 6. Нормальний вектор прямої. 7. Пряма задана точкою і нормальним вектором. 8. Геометричний зміст коефіцієнтів при змінних в загальному рівнянні прямої. 9. Нормальне рівняння прямої. 10. Віддаль від точки до прямої. 11. Кут між двома прямими. 12. Умова перпендикулярності двох прямих.
11. Лінії другого порядку на площині. Еліпс. Гіпербола. Парабола. 1. Еліпс. 1.1. Означення еліпса. 1.2. Виведення канонічного рівняння. 1.3. Властивості еліпса. 1.4. Форма еліпса. 2. Гіпербола. 2.1. Означення гіперболи. 2.2. Виведення канонічного рівняння. 2.3. Властивості гіперболи. 2.4. Асимптоти гіперболи. 2.5. Форма гіперболи. 3. Парабола. 3.1. Означення параболи. 3.2. Виведення канонічного рівняння. 3.3. Властивості параболи. 3.4. Форма параболи. 4. Оптичні властивості ліній другого порядку. 5. Лінії другого порядку в полярних координатах.
12. Аналітична геометрія в просторі. Метод координат в просторі. 1. Афінна і прямокутна декартова системи координат в просторі. Координати точки в просторі. 2. Основні задачі в афінній та прямокутній декартовій системах координат. 3. Геометричний зміст рівнянь і нерівностей в просторі. Дві основні задачі аналітичної геометрії в просторі.
13. Площина в просторі. Різні способи її задання.. 1. Напрямний вектор площини. 2. Канонічне рівняння площини. 3. Загальна рівняння площини. 4. Рівняння площини "у відрізках". 5. Розміщення площини відносно системи координат. 6. Взаємне розміщення двох площин. 7. Нормальний вектор площини. 8. Геометричний зміст коефіцієнтів при змінних в загальному рівнянні площини. 9. Рівняння площини, заданої точкою і нормальним вектором. 10. Нормальне рівняння площини. 11.

	<p>Віддаль від точки до площини. 12. Кут між площинами. 13. Умова перпендикулярності двох площин.</p> <p>14. Пряма в просторі. Взаємне розміщення прямої і площини. 1. Напрямний вектор прямої. 2. Способи задання прямої в просторі: а) точкою і напрямним вектором; б) двома точками; в) перетином двох площин. 3. Канонічні рівняння прямої. 4. Параметричні рівняння прямої. 5. Пряма, як перетин двох площин. 6. Взаємне розміщення двох прямих в просторі. Відстань між прямими в просторі. 6.1. Умова паралельності прямих. 6.2. Умова співпадіння прямих. 6.3. Умова перетину двох прямих. 6.4. Умова мимобіжності двох прямих. 6.5. Віддаль між паралельними прямими. 7. . Взаємне розміщення прямої і площини в просторі 7.1.Умова паралельності прямої і площини. 7.2. Умова перетину прямої і площини. 13 7.3. Умова того, що пряма лежить в площині. 7.4. Кут між прямою і площиною. 7.5. Умова перпендикулярності прямої і площини.</p>
<b>Опитування</b>	Анкету-оцінку з метою оцінювання якості курсу буде надано по завершенню курсу.