

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
Львівський національний університет імені Івана Франка
Механіко-математичний факультет
Кафедра алгебри, топології та основ математики

Затверджено

На засіданні кафедри алгебри,
топології та основ математики
(протокол № __ від _____ 2021 р.)

В.о. завідувача кафедри
Проф. Зарічний М.М.

Силабус з навчальної дисципліни
“Топологічна алгебра”,
що викладається в межах ОНП “Математика”
підготовки доктора філософії (PhD)
з галузі знань 11 Математика та статистика
третього (освітньо-наукового) рівня вищої освіти
для здобувачів з спеціальності 111 – Математика

Назва дисципліни	Топологічна алгебра
Адреса викладання дисципліни	Головний корпус ЛНУ ім. І. Франка м. Львів, вул. Університетська 1
Факультет та кафедра, за якою закріплена дисципліна	Механіко-математичний факультет Кафедра алгебри, топології та основ математики
Галузь знань, шифр та назва спеціальності	11 – Математика та статистика 111 – Математика
Викладачі дисципліни	Банах Тарас Онуфрійович, професор кафедри алгебри, топології та основ математики; Гутік Олег Володимирович, доцент кафедри алгебри, топології та основ математики Гуран Ігор Йосипович, доцент кафедри алгебри, топології та основ математики, декан механіко-математичного факультету
Контактна інформація викладачів	taras.banakh@lnu.edu.ua ; oleg.gutik@lnu.edu.ua ; ihor.huran@lnu.edu.ua ; Головний корпус ЛНУ ім. І. Франка, каб. 374-375. м. Львів, вул. Університетська, 1
Консультації з питань навчання по дисципліні	Консультації в день проведення лекцій/практичних занять (за попередньою домовленістю).
Сторінка курсу	https://new.mmf.lnu.edu.ua/academics/postgraduates/onp-np-111
Інформація про дисципліну	Дисципліна вільного вибору аспіранта «Топологічна алгебра» є складовою циклу освітньо-наукової програми підготовки доктора філософії у галузі математики і статистики з спеціальності 111 «Математика».
Коротка анотація дисципліни	Дисципліна “Топологічна алгебра” викладається впродовж 6-го та 7-го семестрів в обсязі 3-х кредитів (за Європейською Кредитно-Трансферною Системою ECTS).
Мета та цілі дисципліни	Метою вивчення дисципліни “Топологічна алгебра” є забезпечення належної підготовки з сучасної топологічної алгебри, вивчення основних тополого-алгебраїчних структур; оволодіння сучасними методами теорії топологічних груп, топологічних напівгруп і напівтопологічних напівгруп, теоретичними положеннями та основними застосуваннями топологічної алгебри в різних задачах математики.
Література для вивчення дисципліни	1. Гуран І. Й., Зарічний М. М. Елементи теорії топологічних груп. Київ : НМК ВО, 1991. 2. Carruth J. H., Hildebrandt J. A., Koch R. J. The theory of topological semi-groups. – New York etc.: Marcell Dekker Inc., 1983. – Vol. 1. – 244 p.; 1986. – Vol. 2. – 196 p. 3. Ruppert W. Compact semitopological semigroups: An intrinsic theory. – Berlin: Springer, 1984. – vi+260 p. 4. Gierz G., Hofmann K. H., Keimel K., Lawson J. D., Mislove M. W., Scott D. S. Continuous lattices and domains. – Cambridge: Cambridge Univ. Press., 2003. 5. Arhangel'skii A., Tkachenko M. Topological groups and related structures. - World Scientific, Paris, 2008. 6. Dikranjan D. N., Prodanov I. R., Stoyanov L. N. Topological Groups: Cha-

	<p>racters, Dualities, and Minimal Group Topologies, Marcel Dekker Inc, 1990.</p> <p>7. Roelcke W., Dierolf S. Uniform Structures on Topological Groups and Their Quotients. McGraw-Hill College, 1982.</p> <p>8. Hofmann K. H., Morris S. A. The structure of compact groups, 3rd ed. W. de Gruyter. 2006.</p> <p>9. Hofmann K. H. The Pontryagin duality of compact 0-dimensional semi-lattices and its applications. Lect. Notes Math. 396, Springer-Verlag, 1974.</p>
Обсяг курсу	Загальний обсяг: 90 годин. Аудиторних занять: 64 год., з них 32 год. лекційних та 32 години практичних занять. Самостійної роботи: 56 год.
Очікувані результати навчання	У результаті вивчення даного курсу аспірант буде: знати: основні поняття, твердження та методи з топологічної алгебри; основні тополого-алгебраїчні структури та їх застосування; об'єкти дослідження топологічної алгебри; розуміти сучасні напрямки досліджень топологічної алгебри. вміти: розв'язувати теоретичні та практичні задачі з топологічної алгебри.
Ключові слова	Тополого-алгебраїчні структури
Формат курсу	Очний, дистанційний Проведення лекційних, практичних занять і консультацій.
Теми	<p>Основні розділи:</p> <ol style="list-style-type: none"> 1. Топологічні групи та напівгрупи. 2. Напівтопологічні групи та напівгрупи 3. Топологічні грапи та напівгрупи: основні конструкції. 4. Деякі спеціальні класи топологічних груп. 5. Вільні топологічні групи та напівгрупи. 6. Топологічні напівґратки.
Підсумковий контроль, форма	6-й семестр – залік. 7-й семестр – іспит. Письмова з подальшим обговоренням
Пререквізити	Для вивчення даного курсу аспірантам потрібно знати алгебру та загальну топологію за програмами дисциплін загальна алгебра та топологія, які вивчались на першому (бакалаврському) і другому (магістерському) освітніх рівнях, а також додаткові розділи топології та додаткові розділи алгебри і теорії чисел.
Навчальні методи та техніки	Презентації, лекції, дискусії, консультації.
Необхідне обладнання	Комп'ютер із необхідним програмним забезпеченням, доступ до Internet мережі.
Критерії оцінювання (окремо для кожного виду навчальної діяльності)	<p>6-ий семестр. Оцінювання проводиться за 100-бальною шкалою. Бали нараховуються за наступним співвідношенням:</p> <ul style="list-style-type: none"> • поточна успішність на практичних заняттях: 50% семестрової оцінки; максимальна кількість балів 50. • підготовка презентації та виступ на навчальному семінарі за вибраною темою: 50% семестрової оцінки; максимальна кількість балів 50. <p>Підсумкова залікова оцінка: максимальна кількість балів 100.</p> <p>7-ий семестр. Оцінювання проводиться за 100-бальною шкалою. Бали нараховуються за наступним співвідношенням:</p> <ul style="list-style-type: none"> • поточна успішність на практичних заняттях: 50% семестрової оцінки; максимальна кількість балів 50. • підготовка презентації та виступ на навчальному семінарі за вибраною темою: 50% семестрової оцінки; максимальна кількість балів 50. <p>Підсумкова максимальна кількість балів 100.</p>

	<p>Академічна доброчесність: Очікується, що роботи аспірантів будуть їх оригінальними дослідженнями чи міркуваннями. Відсутність посилань на використані джерела, фабрикування джерел, списування, втручання в роботу інших студентів становлять, але не обмежують, приклади можливої академічної недоброчесності. Виявлення ознак академічної недоброчесності в написанні контрольних робіт, колоквиумів є підставою для їх незарахування викладачем, незалежно від масштабів плагіату чи обману.</p> <p>Література. Уся література, яку студенти не зможуть знайти самостійно, буде надана викладачем виключно в освітніх цілях без права її передачі третім особам. Студенти заохочуються до використання також й іншої літератури та джерел, яких немає серед рекомендованих.</p> <p>Політика виставлення балів. Враховуються бали набрані при всіх видах поточного контролю, самостійній роботі та бали підсумкового іспиту. При цьому обов'язково враховуються присутність на заняттях та активність аспіранта під час занять; недопустимість пропусків та запізнь на заняття; користування мобільним телефоном, планшетом чи іншими мобільними пристроями під час заняття в цілях не пов'язаних з навчанням; списування та плагіат; несвоєчасне виконання поставленого завдання і т. ін. Жодні форми порушення академічної доброчесності не толеруються.</p>
<p>Питання до заліку чи екзамену.</p>	<p>Топологічні групи та напівгрупи. Деякі алгебричні поняття. Групи та напівгрупи з топологіями. Околи одиниці в топологічних групах та напівгрупах. Недискретні топологізації. Фактор-напівгрупи та фактор-групи напівтопологічних і топологічних груп та напівгруп. Прямі добутки, Σ-добутки, σ-добутки. Факторизаційні теореми. Рівномірності на топологічних групах. Теорема Маркова. Структура мінімального ідеалу в компактній топологічній напівгрупі.</p> <p>Напівтопологічні групи та напівгрупи. Ідемпотенти в компактних напівгрупах. Нарізна неперервність і непевність інверсії в напівтопологічних групах та напівгрупах. Теорема Елліса. Псевдокомпактні напівтопологічні групи та напівгрупи. Топологічні напівгрупи з скороченнями. Проблема Уоллеса.</p> <p>Топологічні групи та напівгрупи: основні конструкції. Локально компактні топологічні групи. Фактори стосовно локально компактних підгруп. Переднорма на топологічних групах, метизація топологічних груп. Групи ізометрій і групи гомеоморфізмів. Поповнення за Райковим топологічних груп. Прекомпактні групи.</p> <p>Деякі спеціальні класи топологічних груп. Теорема Івановського-Кузьміна. Повнота по Чеху топологічних груп. Екстремально зв'язні топологічні та квазітопологічні групи. Досконалі відображення та топологічні групи.</p> <p>Вільні топологічні групи та напівгрупи. Означення та основні властивості. Продовження псевдо метрики з топологічного простору на вільну топологічну групу. Розширення метризованих груп компактними групами. Прямі границі вільних топологічних груп та їх повнота. Вільні топологічні групи на метризованих просторах. М-еквівалентні простори.</p> <p>Топологічні напівгратки. Частково впорядковані топологічні простори та топологічні напівгратки. Нуль-вимірні топологічні напівгратки. Напівгратки Лоусона. Приклад компактної топологічної напівгратки, яка не є напівграткою Лоусона.</p>
<p>Опитування</p>	<p>Анкету-оцінку з метою оцінювання якості курсу буде надано по завершенню курсу.</p>