

**МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ**  
**Львівський національний університет імені Івана Франка**  
**Механіко-математичний факультет**  
**Кафедра теорії функцій і теорії ймовірностей**

**Затверджено**

На засіданні  
кафедри теорії функцій і  
функціонального аналізу  
механіко-математичного факультету  
Львівського національного університету  
імені Івана Франка  
(протокол № \_\_\_\_\_ від \_\_\_\_\_ 2021\_\_ р.)

Завідувач кафедри Скасків О.Б.

---

**Силабус з навчальної дисципліни**  
**“Додаткові розділи комплексного аналізу”,**  
**що викладається в межах освітньо-наукової програми**  
**підготовки доктора філософії**  
**(третього (освітньо-наукового) рівня вищої освіти)**  
**для здобувачів зі спеціальності 111 – Математика**

Львів 2021 р.

<b>Назва дисципліни</b>	Додаткові розділи комплексного аналізу
<b>Адреса викладання дисципліни</b>	Головний корпус ЛНУ ім. І. Франка м. Львів, вул. Університетська 1
<b>Факультет та кафедра, за якою закріплена дисципліна</b>	Механіко-математичний факультету Кафедра теорії функцій і теорії ймовірностей
<b>Галузь знань, шифр та назва спеціальності</b>	11 – математика і статистика 111 – математика
<b>Викладачі дисципліни</b>	Скасків Олег Богданович, професор кафедри теорії функцій і функціонального аналізу
<b>Контактна інформація викладачів</b>	<a href="mailto:ioleh.skaskiv@lnu.edu.ua">ioleh.skaskiv@lnu.edu.ua</a> ; <a href="http://prima.lnu.edu.ua/faculty/mechmat/Departments/TFTJ/Web/Frameukr.htm">http://prima.lnu.edu.ua/faculty/mechmat/Departments/TFTJ/Web/Frameukr.htm</a> ; Головний корпус ЛНУ ім. І. Франка, каб. 380. м. Львів, вул. Університетська, 1
<b>Консультації з питань навчання по дисципліні</b>	Консультації в день проведення лекцій (за попередньою домовленістю).
<b>Сторінка курсу</b>	<a href="https://new.mmf.lnu.edu.ua/academics/postgraduates/onp-np-111">https://new.mmf.lnu.edu.ua/academics/postgraduates/onp-np-111</a>
<b>Інформація про дисципліну</b>	Теорія просторів Гарді бере свій початок у 20-х роках ХХ століття. Деяко пізніше М.Джрбашян та Бергман започаткували основи теорії просторів Бергмана, яка бурхливо розвивається і в наш час. Зокрема, проблема повного опису нулів функцій з просторів Бергмана досі залишається відкритою. Вивчення цих та інших просторів спирається на перехресне застосування методів комплексного і функціонального аналізу
<b>Коротка анотація дисципліни</b>	Дисципліна “Додаткові розділи комплексного аналізу” є дисципліною спеціалізації за вибором зі спеціальності 111 – математика для освітньої програми підготовки доктора філософії, яка викладається в Львівському національному університеті імені Івана Франка в 2-3-му семестрах в обсязі 3-ох кредитів (за Європейською Кредитно-Трансферною Системою ECTS).
<b>Мета та цілі дисципліни</b>	Мета вивчення основної дисципліни “Додаткові розділи комплексного аналізу” – формування комплексу знань і навиків сучасної теорії функцій.
<b>Література для вивчення дисципліни</b>	1. V. Azarin, Growth theory of subharmonic functions, arXiv 0709.1077v4 [math.CV] 2 Apr 2008, 325 p. 2. О. Скасків, А. Бандура, Асимптотичні оцінки додатних інтегралів та цілі функції, Львів--Івано-Франківськ, ЛНУ-ІФНТУНГ, 2015, 108 с. 3. Ж.-П. Кахан, Случайные функциональные ряды, М.:~Мир, 1973, 302 с. 4. М.В. Федорюк, Метод перевала, М.: Наука, 1977, 368 с. 5. М.А. Евграфов, Асимптотические оценки и целые функции, М. : Наука, 1979, 320 с.
<b>Обсяг курсу</b>	Загальний обсяг: 90 години. Аудиторних занять: 64 год., з них 32 год. лекційних та 32 годин семінарських. Самостійної роботи: 26 год.
<b>Очікувані результати навчання</b>	У результаті вивчення даного курсу студент буде: <b>знати:</b> базові поняття і факти з теорії асимптотичного оцінювання цілих і аналітичних функцій, зображених функціональними рядами і інтегралами <b>вміти:</b> застосовувати основні методи отримання асимптотичних оцінок аналітичних функцій.

<b>Ключові слова</b>	Асимптотичний ряд, метод Лапласа, метод перевалу, метод Вімана-Валірона, метод Розенблума, нерівність Вімана, співвідношення Бореля, ряд Діріхле, інтеграл Лапласа-Стілт'єса, субгармонійна функція.
<b>Формат курсу</b>	Очний денний Проведення лекційних і семінарських занять, консультацій.
<b>Теми</b>	<ol style="list-style-type: none"> <li>1. Асимптотичні формули і асимптотичні ряди: основні поняття, символіка Ландау.</li> <li>2. Найпростіші асимптотичні оцінки інтегралів і рядів.</li> <li>3. Асимптотичні послідовності і їхні властивості.</li> <li>4. Означення асимптотичного розвинення за Пуанкаре та асимптотичного розвинення за Ердеї. Приклади побудови асимптотичних розвинень.</li> <li>5. Властивості асимптотичних рядів. Теорема єдиності асимптотичного ряду.</li> <li>6. Теореми про почленне інтегрування і диференціювання "рівномірного" асимптотичного ряду. Теорема додавання асимптотичних рядів.</li> <li>7. Степеневі асимптотичні ряди: теореми додавання і множення.</li> <li>8. Асимптотичні розвинення інтегралів, залежних від великого параметра. Метод інтегрування частинами.</li> <li>9. Метод лишків знаходження асимптотичних розвинень.</li> <li>10. Метод твірних функцій знаходження асимптотичних розвинень.</li> <li>11. Метод Лапласа для інтегралу Лапласа: загальні поняття. Приклади.</li> <li>12. Метод перевалу для інтегралу Лапласа: загальні поняття. Приклади.</li> <li>13. Метод стаціонарної фази для інтегралу Фур'є: загальні поняття. Приклади застосування. Функція Ейрі.</li> <li>14. Інтеграл Лапласа-Стілт'єса, залежні від великого параметра. Ймовірнісний підхід до асимптотичного оцінювання: загальні оцінки.</li> <li>15. Асимптотичні оцінки зовні виняткових множин інтегралів Лапласа-Стілт'єса, залежних від великого параметра.</li> <li>16. Нерівності типу Бореля, Вімана-Валірона. Наслідки для інтегралів Лапласа, цілих функцій, заданих степеневими рядами та рядами Діріхле.</li> <li>17. Шкали зростання цілих і аналітичних функцій. Аналоги формули Коші-Адамара.</li> <li>18. Випадкові степеневі ряди та ряди Діріхле. Ефекти типу Леві покращення асимптотичних властивостей функцій, зображуваних такими рядами.</li> <li>19. Цілі характеристичні і хребтові функції. Аналоги формул Адамара.</li> <li>20. Поняття про граничні множини Азаріна для субгармонічних і цілих функцій. Основні поняття і теореми. Зв'язок граничних множин з іншими характеристиками.</li> </ol>
<b>Підсумковий контроль, форма</b>	3-й семестр – залік 4-й семестр – іспит Письмова з подальшим опитуванням
<b>Пререквізити</b>	Для вивчення даного курсу студенти потрібні базові знання з магістерської програми з математики
<b>Навчальні методи та техніки</b>	Презентації, лекції, задачі підвищеної складності Індивідуальні завдання.
<b>Необхідне обладнання</b>	Доступ до Internet мережі.
<b>Критерії оцінювання (окремо для кожного виду навчальної)</b>	Оцінювання проводиться за 100-бальною шкалою. Бали нараховуються за основі балів поточної успішності (які набираються на практичних заняттях та внаслідок обговорення на лекціях), а також здачі письмових заліку та іспиту. <b>Максимальна кількість балів:</b> за поточну успішність – 30, за залік – 20, за

діяльності)	<p>іспит – 50.</p> <p><b>Академічна доброчесність:</b> Очікується, що роботи студентів будуть їх оригінальними дослідженнями чи міркуваннями. Відсутність посилань на використані джерела, фабрикування джерел, списування, втручання в роботу інших студентів становлять, але не обмежують, приклади можливої академічної недоброчесності. Виявлення ознак академічної недоброчесності в написанні контрольної роботи чи індивідуального завдання є підставою для її незарахування викладачем, незалежно від масштабів плагіату чи обману.</p> <p><b>Відвідання занять</b> є важливою складовою навчання. Очікується, що всі студенти відвідають усі лекції та лабораторні заняття курсу. Студенти повинні інформувати викладача про неможливість відвідати заняття. У будь-якому випадку студенти зобов'язані дотримуватися термінів визначених для виконання всіх видів робіт та індивідуальних завдань, передбачених курсом.</p> <p><b>Література.</b> Уся література, яку студенти не зможуть знайти самостійно, буде надана викладачем виключно в освітніх цілях без права її передачі третім особам. Студенти заохочуються до використання також й іншої літератури та джерел, яких немає серед рекомендованих.</p> <p><b>Політика виставлення балів.</b> Враховуються бали набрані при поточному тестуванні, самостійній роботі та бали підсумкового тестування. При цьому обов'язково враховуються присутність на заняттях та активність студента під час практичного заняття; недопустимість пропусків та запізнь на заняття; користування мобільним телефоном, планшетом чи іншими мобільними пристроями під час заняття в цілях не пов'язаних з навчанням; списування та плагіат; несвоєчасне виконання поставленого завдання і т. ін. Жодні форми порушення академічної доброчесності не толеруються.</p>
Питання до заліку чи екзамену.	<p>Поняття асимптотичної формули і асимптотичного ряду. Означення асимптотичного розвинення за Пуанкаре та асимптотичного розвинення за Ердеї. Властивості асимптотичних рядів. Теорема єдиності асимптотичного ряду та теореми про почленне інтегрування і диференціювання "рівномірного" асимптотичного ряду, теорема додавання асимптотичних рядів. Степеневі асимптотичні ряди: теореми додавання і множення. Асимптотичні розвинення інтегралів, залежних від великого параметра. Метод інтегрування частинами. Метод Лапласа для інтегралу Лапласа: загальні поняття, лема Ватсона. Вміти застосовувати Теореми про вклад граничної точки максимуму та внутрішньої точки максимуму. Метод перевалу для інтегралу Лапласа: загальні поняття. Теореми про асимптотику перетворень Лапласа та Мелліна. Асимптотика функції Ейрі. Метод стаціонарної фази: загальні поняття. Теореми про нерівності типу Бореля, Вімана-Валірона. Наслідки для інтегралів Лапласа, цілих функцій, заданих степеневими рядами та рядами Діріхле. Метод максимального члена функціонального ряду і аналоги формули Адамара для знаходження узагальнених порядків зростання абсолютно збіжних рядів Діріхле. Теореми про ефект типу Леві для випадкових степеневих рядів і рядів Діріхле. Поняття цілої характеристичної і хребтової функцій. Теореми про аналоги формули Адамара. Означення субгармонійної функції. Теорема про субгармонійність логарифма модуля цілої функції. Поняття граничної множини в сенсі Азаріна для субгармонійної функції і цілої функції. Теорема про канонічне зображення субгармонійної функції, міра Ріса та міра Ріса для цілої функції.</p>
Опитування	Протягом навчання студенти можуть висловити свої зауваження і побажання до курсу.