

МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ
Львівський національний університет імені Івана Франка
Механіко-математичний факультет
Кафедра алгебри, топології та основ математики

Затверджено

На засіданні кафедри алгебри, топології
та основ математики
механіко-математичного факультету
Львівського національного університету
імені Івана Франка
(протокол №__від _____ 2021 р.)

В.о. завідувача кафедри
доктор фізико-математичних наук,
професор Зарічний М.М.

Силабус з навчальної дисципліни

“Основи сучасної математики”,

що викладається в межах освітньо-наукової програми
підготовки доктора філософії
(третього (освітньо-наукового) рівня вищої освіти)
для здобувачів за спеціальністю **111 Математика**

Львів 2021 р.

Назва дисципліни	Основи сучасної математики
Адреса викладання дисципліни	Львівський національний факультет імені Івана Франка, Механіко-математичний факультет, вул. Університетська 1, м. Львів
Факультет та кафедра, за якою закріплена дисципліна	Механіко-математичний факультет, кафедра алгебри, топології та основ математики
Галузь знань, шифр та назва спеціальності	11 Математика та Статистика 111 Математика
Викладачі дисципліни	Банах Тарас Онуфрійович, д.ф.-м.н., професор
Контактна інформація викладачів	taras.banakh@lnu.edu.ua
Консультації з питань навчання по дисципліні	Консультації в день проведення лекцій (за попередньою домовленістю).
Сторінка дисципліни	https://new.mmf.lnu.edu.ua/academics/postgraduates/onp-np-111
Інформація про дисципліну	Дисципліна “Основи сучасної математики” є нормативною дисципліною зі спеціальності 111 Математика для освітньої програми підготовки доктора філософії, яка викладається в Львівському національному університеті імені Івана Франка протягом двох семестрів на першому році навчання в обсязі 3 кредитів (за Європейською Кредитно-Трансферною Системою ECTS).
Коротка анотація дисципліни	Курс ознайомлює з аксіоматичними основами сучасної математики, теорією множин та класів, теорією чисел (трансфінітних, цілих, раціональних, дійсних та сюрреальних), теорією математичних структур, елементами теорії категорій
Мета та цілі дисципліни	Метою і завданням навчальної дисципліни “Основи сучасної математики” є формування чіткого розуміння суті фундаментальних математичних понять на основі аксіоматичної теорії множин та класів фон Ноймана-Бернайса-Геделя, виклад теорії Бурбакі математичних структур, елементів теорії категорій та теорії сюрреальних чисел.
Література для вивчення дисципліни	T. Banach, <i>Classical Set Theory: Theory of Sets and Classes</i> , 2020 (https://arxiv.org/abs/2006.01613). T. Jech, <i>Set Theory</i> , Springer, 2003. D. Knuth, <i>Surreal numbers</i> , Massachusetts: Addison-Wesley, 1974. K. Kunen, <i>Set theory</i> , College Publ., London, 2011. K. Kunen, <i>The foundations of mathematics</i> , London, 2009. S. Mac Lane, <i>Categories for the working mathematician</i> , Springer, 1998. E. Mendelson, <i>Introduction to Mathematical Logic</i> , CRC Press, 2015.
Обсяг курсу	Всього 90 годин: 64 год аудиторних занять, з них 32 год лекційних занять, 32 год практичних занять та 26 год самостійної роботи
Очікувані результати навчання	Після завершення цього курсу студент буде: - знати: Аксіоматичні основи сучасної математики - розуміти: Внутрішню єдність математики, - володіти: універсальною мовою математики, а саме мовою теорії множин, класів та категорій.

Ключові слова	Аксиоми фон Ноймана-Бернайса Геделя, аксиоми Цермело-Френкеля, клас, множина, відношення, функція, Аксиоми вибору, ординали, кардинали, числа, математичні структури, теорія категорій, елементарний топос
Формат курсу	Очний, заочний Проведення лекцій, практичних та консультації для кращого розуміння матеріалу
Теми	Приведено у Таблиці 1
Підсумковий контроль форма	Залік в кінці першого семестру, іспит в кінці другого семестру, письмовий, з подальшою бесідою
Пререквізити	Базові знання у обсязі магістерської програми з математики
Навчальні методи та техніки, які будуть використовуватися під час викладання курсу	Презентація, лекції, практичні, дискусія
Необхідне обладнання	Мультимедійне обладнання
Критерії оцінювання (окремо для кожного виду навчальної діяльності)	<p>Оцінювання проводиться за 100-бальною шкалою. Бали нараховуються за основні балів поточної успішності (які набираються на практичних заняттях та внаслідок обговорення на лекціях), а також здачі письмових заліку та іспиту.</p> <p>Максимальна кількість балів: за поточну успішність – 30, за залік – 30, за іспит – 40.</p> <p>Підсумкова максимальна кількість балів - 100 балів.</p> <p>Відвідання занять є важливою складовою навчання. Очікується, що всі студенти відвідають усі лекції та практичні заняття курсу. Студенти мають інформувати викладача про неможливість відвідати заняття.</p> <p>Політика виставлення балів: Враховуються бали, набрані на практичних заняття, під час дискусій на лекціях, внаслідок письмової здачі заліку та іспиту. Жодні форми порушення академічної доброчесності не толеруються.</p>
Питання до заліку та екзамену	Перелік питань розміщений на сторінці курсу.
Опитування	Анкету-оцінку з метою оцінювання якості курсу буде надано по завершенню курсу.

Таблиця 1. Схема курсу «Основи сучасної математики»

Тиж-день	Тема	План, короткі тези	Форма діяльності	Термін виконання
1	Наївна теорія множин	Теорія множин Кантора, парадокс Бері, мова і формули теорії множин, парадокс Рассела	л – 2 год	1 тиждень
2,3	Аксиоматична теорія множин:	аксіоми фон Ноймана-Бернайса-Геделя, теорема Геделя про існування класів, аксіоми Цермело-Френкеля	л – 2 год п – 2 год	2 тижні
4,5	Фундаментальні конструкції теорії множин та класів	відношення, функції, індексовані сім'ї класів, декартові добутки, спеціальні типи відношень	л – 2 год п – 2 год	2 тижні
6,7	Порядок, ординали	Відношення порядку, транзитивність, ординали, дерева	л – 2 год п – 2 год	2 тижні
8,9	Теорема рекурсії	Теорема рекурсії, ранги, цілковитий порядок	л – 2 год п – 2 год	2 тижні
10,11	Універсум фон Ноймана	Універсум фон Ноймана	л – 2 год п – 2 год	2 тижні
12,13	Конструктивний універсум Геделя	Конструктивний універсум Геделя, несуперечливість глобальної аксіоми вибору	л – 2 год п – 2 год	2 тижні
14,15	Аксиоми вибору	Аксиома вибору, її еквівалентні та глобальні версії	л – 2 год п – 2 год	2 тижні
16	Залік		Залік - 2	на парі
17,18	Арифметика ординалів	Трансфінітна динаміка, наступники, додавання, множення, експоненціювання ординалів, канторова нормальна форма	л – 2 год п – 2 год	2 тижні
19-21	Арифметика кардиналів	Потужності та кардинали, скінченні та злічені множини, алефи, кофінальність кардиналів, (узагальнена) гіпотеза континуума, великі кардинали	л – 4 год п – 2 год	3 тижні
22,23	Лінійні порядки	Повнота, універсальність, розрізи і перерізи лінійних порядків	л – 2 год п – 2 год	2 тижні
24,25	Числа	Цілі, раціональні, дійсні, сюрреальні числа	л – 2 год п – 2 год	2 тижні
26,27	Математичні структури	Приклади математичних структур, їх морфізми, характеристика дійсної прямої	л – 2 год п – 2 год	2 тижні
28,29	Елементи теорії категорій	Категорії, функтори, природні перетворення, скелети категорій, ізоморфізм та еквівалентність категорій, границі та кограниці в категоріях	л – 2 год п – 2 год	2 тижні
30,31	Характеризація категорії множин, Елементарні топоси	Характеризація категорії множин, декартово зв'язані категорії, класифікатори підоб'єктів, елементарні топоси	л – 2 год п – 2 год	2 тижні
32	Іспит		Іспит – 2 год	на парі

