МІНІСТЕРСТВО ОСВІТИ І НАУКИ УКРАЇНИ  
Львівський національний університет імені Івана Франка

Механіко-математичний факультет  
Кафедра математичного та функціонального аналізу

Затверджено

На засіданні кафедри математичного та функціонального аналізу

механіко-математичного факультету

Львівського національного університету

імені Івана Франка

(протокол від 2016 р.)

Завідувач кафедри

кандидат фізико-математичних наук, доцент Микитюк Я.В..

Силабус з навчальної дисципліни  
“Основи теорії операторів ”,

що викладається в межах ОПН підготовки доктора філософії  
(третього (освітньо-наукового) рівня вищої освіти)  
для здобувачів за спеціальністю 111 Математика

Львів 2016 р.

|  |  |
| --- | --- |
| Назва дисципліни | Основи теорії операторів |
| Адреса викладання дисципліни | Львівський національний факультет імені Івана Франка,  Механіко-математичний факультет,  вул. Університетська 1, м. Львів |
| Факультет та кафедра,  за якою закріплена дисципліна | Механіко-математичний факультет,  кафедра теорії функцій і функціонального аналізу |
| Галузь знань | 11 Математика та Статистика |
| Шифр спеціальності | 111 Математика |
| Викладачі дисципліни | Микитюк Ярослав Володимирович, к.ф.-м.н., доцент |
| Контактна інформація викладачів | [yaroslav.mykytyuk@lnu.edu.ua](mailto:yaroslav.mykytyuk@lnu.edu.ua)  Головний корпус ЛНУ ім. І. Франка, каб. 373.  м. Львів, вул. Університетська, 1 |
| Інформація про дисципліну | Теорія операторів - розділ функціонального аналізу. Початок її активного розвитку припадає на початок 20–го століття. В даний час теорія операторів бурхливо розвивається  і знаходить своє застосування при вирішенні багатьох прикладних та теоретичних проблем сучасної науки. |
| Коротка анотація дисципліни | Дисципліна “Основи теорії операторів” є  дисципліною спеціалізації за вибором зі спеціальності 111 – математика для освітньої програми підготовки доктора філософії, яка викладається в Львівському національному університеті імені Івана Франка в 4-5-му семестрах в обсязі 5-ох кредитів (за Європейською Кредитно-Трансферною Системою ECTS). |
| Мета та цілі дисципліни | Метою і завданням навчальної дисципліни “Основи теорії операторів” є формування чіткого розуміння переваг операторних методів при розв’язуванні широкого класу прикладних та теоретичних задач. |
| Література для вивчення дисципліни | 1. Ю.Б..Березанський, Г.Ф. Ус, З.Ф. Шефтель, Функціональний аналіз, Львів, видавець І.Е. Чижиков, 2014. 2. Т.Като, Теорія збурень лінійних операторів,   Вид. “Мир’, Москва, 1972.   1. I. Gohberg, S. Goldberg, M.Kaashoek Classes of linear operators, Vol.1, 1990. 2. I. Gohberg, S. Goldberg, M.Kaashoek Classes of linear operators, Vol. 2, 1993. |
| Обсяг курсу | Загальний обсяг: 150 годин. Аудиторних занять: 96 год., з них 64 год. лекційних занять та 32 годин семінарських занять. Самостійної роботи: 54 год. |
| Очікувані результати навчання | Після завершення цього курсу студент буде:  **- розуміти:**  можливості теорії операторів  **- володіти:**  методами теорії операторів і застосовувати і їх відповідним чином при розв’зуванні своїх задач. |
| Ключові слова | Спектр, спектральний проектор, розклад одиниці, спектральна теорема, спектральний оператор, вольтерові оператори, факторизація операторів. |
| Формат курсу | Очний, дистанційний  Проведення лекцій, практичних та консультації для кращого розуміння матеріалу |
| Теми | Приведено у Таблиці 1 |

|  |  |
| --- | --- |
| **Підсумковий контроль, форма** | Залік в кінці першого семестру,  іспит в кінці другого семестру,  усний |
| Пререквізити | Базові знання у обсязі магістерської програми з математики |
| Навчальні методи та техніки, які будуть використовуватися під час викладання курсу | Презентація, лекції, практичні, дискусія |
| Необхідне обладнання | Доступ до Internet мережі. Мультимедійне обладнання |
| Критерії оцінювання (окремо для кожного виду навчальної діяльності) | Оцінювання проводиться за 100-бальною шкалою.  Бали нараховуються за основі балів поточної успішності (які набираються на практичних заняттях та внаслідок обговорення на лекціях), а також здачі письмових заліку та іспиту.  Максимальна кількість балів:  за поточну успішність – 30,  за залік – 30,  за іспит – 40.  Підсумкова максимальна кількість балів - 100 балів.  Відвідання занять є важливою складовою навчання. Очікується, що всі студенти відвідають усі лекції та практичні заняття курсу. Студенти мають інформувати викладача про неможливість відвідати заняття.  Політика виставлення балів: Враховуються бали, набрані на практичних заняття, під час дискусій на лекціях, внаслідок письмової здачі заліку та іспиту. Жодні форми порушення академічної доброчесності не толеруються. |
| Питання до заліку та екзамену | Перелік питань розміщений на сторінці курсу. |
| Опитування | Анкету-оцінку з метою оцінювання якості курсу буде надано по завершенню курсу. |

|  |  |  |  |  |
| --- | --- | --- | --- | --- |
| **Таблиця 1. Схема курсу «Основи теорії операторів»** | | | | |
| Тиж­день | Тема | План, короткі тези | Форма  діяльності | Термін  виконання |
| 1,2 | Обмежені оператори у банаховому просторі | Простір обмежених операторів, операторна банахова алгебра. Обернений оператор. Спряжений оператор до обмеженого оператора. Проектори. | л – 4 год  п - 2 год | 2 тижні |
| 3,4 | Обмежені оператори у банаховому просторі | Теорема Банаха про обернений оператор та її застосування.  Резольвента оператора. Спектр, спектральний радіус. Класифікації точок спектру. | л – 4 год  п – 2 год | 2тижні |
| 5,6 | Обмежені оператори у гільбертовому просторі | Матричне зображення операторів у гільбертовому просторі. Ортопроектори та їх властивості. Спектр самоспряжених операторів. | л – 4 год  п –2 год | 2 тижні |
| 7,8 | Обмежені оператори у гільбертовому просторі | Ізометричні оператори, унітарні оператори, часткові ізометрії, нормальні оператори.  Оператор одностороннього і двостороннього зсуву. Оператори стиску. | л –4 год  п – 2 год | 2 тижні |
| 9,10 | Компактні оператори у гільбертовому просторі. | Простір компактних операторів. Вироджені оператори. Оператори Гільберта-Шмідта.  Ядерні оператори. Ознаки ядерності.  Зв’язок між класами ядерних операторів і операторами Г-Ш. | л – 4 год  п – 2 год | 2 тижні |
| 11,12 | Компактні оператори у гільбертовому просторі. | Спектр компактного оператора. Теорема Гільберта-Шмідта для компактного самоспряженого оператора.  s-числа. Зображення Шмідта для компактного оператора. Слід і детермінант. | л – 4 год  п – 2 год | 2 тижні |
| 13,14 | Функціональне числення для обмежених операторів у гільбертовому просторі | Аналітичні функції від оператора.  Формула Данфорда. Розбиття спектру і спектральні проектори.  Ізольовані власні значення. | л – 4 год  п – 2 год | 2 тижні |
| 15,16 | Спектральна теорема для обмеженого самоспряженого оператора | Інтеграл по проекторно-значній мірі.  Розклад одиниці для самоспряженого оператора. Доведення спектральної теореми. | л –4 год  п – 1 год | 2 тижні |
| 16 | Залік |  | Залік – 1 год | на парі |
| 17 | Замкнені оператори | Спряжений до замкненого оператора.  Приклади замкнених диференціальних операторів. | л – 2 год  п – 2 год | 1 тиждень |
| 18,19 | Симетричні оператори. | Самоспряжені розширення симетричних операторів. Теорія фон Неймана. | л – 4 год  п – 2 год | 2 тижні |
| 20,21 | Квадратичні та півторалінійні форми | Замкнені півторалінійні форми та асоційовані з ними оператори.. Перша теорема про зображення півторалінійної форми. | л – 4 год  п – 2 год | 2 тижні |
| 22,23 | Спектральна теорема для необмежених  нормальних операторів. | Спектральна теорема для необмеженого самоспряженого оператора. Спектральна теорема для необмеженого нормального оператора. | л – 4 год  п – 2 год | 2 тижні |
| 24,25 | Спектральні оператори за Данфордом | Спектральна міра. Канонічне зображення спектрального оператора. Скалярний спектральний оператор. Операційне числення для спектральних операторів. | л – 4 год  п – 2 год | 2 тижні |
| 26 | Інваріантні підпростори  оператора. | Теорема про існування інваріантного підпростору в компактного оператора. Вольтерові оператори. | л – 2 год  п – 2 год | 1 тиждень |
| 27,28 | Загальне поняття інтеграла  по ланцюжку | Ланцюжки проекторів у гільбертовому просторі.  Інтеграл трикутної зрізки у класі операторів Г-Ш. | л –4 год | 2 тижні |
| 29,30 | .Вольтерові оператори. | Властивості вольтерових операторів.  Трансформатор трикутної зрізки.  Зображення вольтерового оператора з допомогою трансформатора трикутної зрізки. | л –4 год  п – 2 год | 2 тижні |
| 31,32 | Факторизація операторів близьких до одиничного. | Загальні теореми про факторизацію фредгольмових операторів. Факторизація операторів, що відрізняються від одиничного на скінченновимірний. Абстрактне ГМЛ-рівняння. | л –4 год | 2 тижні |
| 32 | Іспит |  | Іспит – 2 год | на парі |